LEL
Livres en ligne du CRIRES

# Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants

Coordonné par
Annette Braconne-Michoux
Patrick Gibel
Izabella Oliveira

CRIRES
Centre de recherche et d'intervention sur la réussite scolaire

Pour toute information et pour découvrir nos
publications en libre accès, consultez notre site web :

**http ://lel.crires.ulaval.ca**



**Remerciements :**
Les auteurs remercient Marie-Caroline Vincent pour son précieux travail de mise en page.

**Illustration** :
Fractale, image repérée à https://wall.alphacoders.com/big.php?i=397992&lang=French

**Mise en page :** Marie-Caroline Vincent

**ISBN :** 978-2-921559-30-0

**Pour citer cet ouvrage :** Braconne-Michoux, A, Gibel, P. & Oliveira, I. (2017) *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants* Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : http://lel.crires.ulaval.ca/public/BraconneMichoux_Gibel_Oliveira_2017.pdf

Centre de recherche et d'intervention sur la réussite scolaire (CRIRES), Québec : septembre 2015

# Avant-propos

Le Centre de recherche et d'intervention sur la réussite scolaire (CRIRES) est heureux d'offrir aux lectrices et lecteurs intéressés ce nouveau volume publié en libre accès sur le site des « **Livres en ligne du CRIRES** » (LEL) : *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants*. Il est issu de travaux en matière de recherche et de formation échangés dans le cadre du symposium de didactique des mathématiques « Fonctions et usages des recherches en didactique des mathématiques dans le développement des compétences professionnelles des enseignants débutants du premier et du second degré ». Ce symposium s'est déroulé dans le cadre du Réseau Éducation et Formation (RÉF) tenu à l'Université de Montréal en octobre 2015 et se situe au croisement de perspectives de formation et de recherche des trois pays francophones et de la province canadienne francophone impliqués dans ce réseau, soit la Belgique, la France, la Suisse et le Québec. Les organisateurs du symposium « Pourquoi et de quelles manières mettre en synergie la recherche en didactique des mathématiques et le développement des compétences professionnelles des enseignants en formation initiale ? », Annette Braconne-Michoux, professeure à l'Université de Montréal, Patrick Gibel, enseignant-chercheur au laboratoire Lab-E3D, Épistémologie et didactiques des disciplines de l'Université de Bordeaux, et Izabella Oliveira, professeure à l'Université Laval et membre régulière du CRIRES, ont coordonné cet ouvrage dont les textes ont comme point de départ les présentations et les débats conduits au sein dudit symposium. En tant que présidente du comité exécutif des *Livres en ligne du CRIRES* (LEL), je les félicite d'avoir fait le choix de rendre accessible en libre accès leur publication, qui se veut une contribution significative à l'étude des pratiques enseignantes. Je remercie également les auteures et auteurs des onze chapitres de cet ouvrage. Leur objectif de chercher à ce que les résultats de recherche en didactique des mathématiques soient mis à profit dans le développement de compétences professionnelles en formation initiale d'enseignants et d'enseignantes converge avec les activités du CRIRES. Le CRIRES mise, de plus, sur l'intérêt public de faire connaitre les résultats de ce type de travail en les diffusant largement sur le Web. Nous souhaitons donc que cette mise en ligne bénéficie le public francophone intéressé par la formation initiale et continue des enseignants et enseignantes de mathématiques au primaire comme au secondaire et, en particulier, les chercheurs et chercheuses en didactique des mathématiques, les différents intervenants et intervenantes du milieu scolaire, les étudiantes et étudiants en éducation et, bien entendu, les jeunes.

Marie-Claude Bernard.

Marie-Claude Bernard
*Université Laval – Présidente des LEL du CRIRES*

# Préface

L'ouvrage présenté ici se focalise sur la conception et les pratiques de la formation des professeurs de mathématiques, à tous les niveaux, et sur l'articulation entre les recherches en didactique des mathématiques et cette formation. La question ontologique qui est aussi posée, en arrière-plan, est celle de la capacité des professeurs, dans les pays concernés, à faire progresser les élèves, à leur faire acquérir les connaissances mathématiques nécessaires pour vivre et se réaliser dans nos sociétés 'modernes'.

## 1. Quelles sont les aspirations citoyennes pour la formation ?

Ce que demandent, au XXIème siècle, les chercheurs mais aussi les citoyens, c'est le progrès d'une société solidaire, qui se préoccupe de former tous ses jeunes, de les accueillir, de leur donner un avenir. Pour cela, il est indispensable de disposer d'un corps de professeurs bien formés, ayant réfléchi non seulement à des savoirs académiques mais aussi aux situations et aux ressources qui doivent contribuer à l'éducation des élèves.

Depuis maintenant plus de trente ans nous est donc posée une question fondamentale : qu'est-ce qu'une 'bonne' formation des professeurs de mathématiques ? A quelle(s) condition(s) un professeur est-il mis en capacité de fournir un discours cohérent, pertinent, qui instruise vraiment les élèves, sur les concepts mathématiques qu'il leur enseigne ? Quelles sont les situations que l'on doit lui faire vivre, pour qu'il devienne capable d'avoir suffisamment de recul sur les notions mathématiques du programme et leur fonctionnement ?

Répondre à ces questions implique de construire un corpus de savoirs professionnels pour les enseignants, corpus qui leur permette d'assurer leur enseignement à la hauteur des savoirs et en instruisant les élèves avec efficacité et bienveillance.

## 2. La formation des professeurs, source de leur efficacité

Depuis plus de trente ans nous, enseignants-chercheurs en didactique, défendons la formation des professeurs, leur posture réflexive par rapport aux savoirs, et nous nous occupons de la façon dont les savoirs didactiques sont utilisés dans la formation et s'avèrent opérationnels sur le terrain. De nombreuses études existent sur le bénéfice d'une formation solide des professeurs, et sur ses effets sur l'apprentissage des élèves, notamment ceux ne bénéficiant pas au départ du 'capital culturel' des classes aisées. Cette possibilité d'accès au savoir pour ces élèves ne peut se rencontrer sans une solide formation initiale et continue des professeurs : formation disciplinaire permettant de maîtriser les savoirs, et formation didactique permettant de les mettre en œuvre de façon pertinente à un niveau donné, pour faire accéder les élèves au sens de ce qu'ils apprennent.

## 3. La recherche en didactique, garante de l'expertise de la formation

Les chercheurs en didactique sont incontestablement des personnes compétentes pour analyser le système scolaire, envisager ses transformations et former les professeurs. De nombreux travaux existent en didactique sur cette formation des professeurs, et des articles paraissent dans les revues de didactique. Ainsi qu'il est dit dans un texte de la CFEM[1] :

> Il faut arrêter d'opposer la compétence disciplinaire à la compétence professionnelle : si on considère le métier de professeur dans sa globalité, la première fait partie intégrante de la seconde, même si elle n'en constitue évidemment qu'une partie ; même en admettant cette distinction, la didactique des mathématiques jette un pont entre les deux puisqu'elle tire son fondement de la discipline et de son questionnement, et se trouve donc à l'intersection de la partie disciplinaire et de celle qui concerne les gestes de l'enseignement.

Néanmoins, des questions essentielles demeurent et sont l'objet d'investigations dans les communautés de chercheurs, sans qu'actuellement des réponses satisfaisantes 'universelles' ne puissent être apportées : ainsi, comment favoriser, chez les enseignants de mathématiques, une réflexion didactique conduisant à la mise en œuvre de dispositifs innovants laissant une place à l'élève, plutôt que la dépendance à des routines professionnelles que le contexte de l'enseignement favorise parfois ? Comment former les professeurs de façon à ce que leur pratique leur permette de poursuivre et d'approfondir leurs connaissances didactiques ? Comment diffuser au mieux les ressources qui leur seront utiles, et comment être sûrs que ces ressources seront utilisées de façon optimale ou tout au moins efficace ? Telles sont quelques-unes des questions qui sont encore en discussion et font l'objet de recherches.

Dans ce contexte, le congrès REF de 2015 est un apport certain, avec la grande richesse de ses contributions, le croisement des perspectives des quatre pays francophones impliqués, et la variété des niveaux de formation envisagés. L'exposé des pratiques de formation, dans ces différents pays, est d'un grand intérêt pour tous les formateurs et chercheurs, car favorisant la diversité des points de vue ; de plus les cadres théoriques mis en œuvre sont également divers, et permettent d'envisager des points de vue différents mais, souhaitons-le, aussi convergents. Rappelons qu'en didactique des mathématiques, comme dans toute science humaine, le contrôle des théories se fait par échanges entre chercheurs, et, bien sûr, par la confrontation à la contingence, c'est-à-dire au réel des phénomènes étudiés. De ce point de vue, il est toujours précieux de disposer de témoignages et d'études sur des expériences faites dans des contextes et des pays différents.

En conclusion, je dirais que cet ouvrage est donc une ressource essentielle pour réfléchir, tenter des expériences, et au final, savoir un peu mieux comment encore améliorer la formation des professeurs, en lien avec les recherches en didactique des mathématiques.

Isabelle Bloch, Professeure émérite, Université de Bordeaux
Laboratoire E3D (Epistémologie et didactique des disciplines)

[1] Commission française pour l'enseignement des mathématiques : http://www.cfem.asso.fr/debats/formation-des-enseignants/propositions-cfem

# Table des matières

Avant-propos .................... **II**

Préface .................... **III**

**INTRODUCTION**
Interactions entre recherches en didactiques et formations professionnelles des enseignants
***ANNETTE BRACONNE-MICHOUX, PATRICK GIBEL ET IZABELLA OLIVEIRA*** .................... **1**

## Partie 1: Recherches en didactique inhérentes à l'étude de dispositifs de formation initiale des enseignants

**Chapitre 1**
La didactique des mathématiques au service du développement professionnel : le stage comme révélateur d'une pratique d'enseignement des mathématiques en construction
***LILY BACON*** .................... **6**

**Chapitre 2**
La didactique des mathématiques au service du développement professionnel : analyse d'un dispositif de formation centré sur la planification
***IZABELLA OLIVEIRA*** .................... **27**

**Chapitre 3**
Étude d'un dispositif de formation : le séminaire « Apprentissage et raisonnement en mathématiques »
***PATRICK GIBEL*** .................... **46**

**Chapitre 4**
Une synergie à double sens entre recherche et formation : l'empirisme comme obstacle à la réflexivité
***KEVIN BALHAN ET MAGGY SCHNEIDER*** .................... **70**

**Chapitre 5**
Co-élaboration d'interventions entre enseignantes et chercheures visant le développement d'un choix éclairé de matériel auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage au primaire dans la résolution de problèmes additifs
***MIREILLE SABOYA ET MÉLANIE TREMBLAY*** .................... **91**

**Chapitre 6**
Formation initiale de professeurs stagiaires : regards sur la modélisation mathématique en classe
***RICHARD CABASSUT*** .................... **122**

## Partie 2: Réflexions sur l'élaboration et l'usage de ressources didactiques en formation initiale des enseignants

**Chapitre 7**
Quels besoins de formation sur la numération des entiers à l'école primaire **?** D'une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource vers la formation des enseignants
***FRÉDÉRICK TEMPIER*** **.......... 141**

**Chapitre 8**
Usages de logiciels à l'école maternelle : travail documentaire et connaissances professionnelles des enseignants
***LAETITIA BUENO-RAVEL*** **.......... 156**

**Chapitre 9**
Une ressource pour le développement des compétences professionnelles : le manuel. Un exemple d'exploitation en formation initiale
***ANNETTE BRACONNE-MICHOUX*** **.......... 172**

**Chapitre 10**
Le concept d'implication en formation des professeurs du second degré
***VIRGINIE DELOUSTAL-JORRAND*** **.......... 197**

**Chapitre 11**
Comment les théories et concepts de la didactique des mathématiques contribuent à la formation des futurs enseignants primaires genevois **?**
***SYLVIA COUTAT ET CELINE VENDEIRA*** **.......... 225**

# Introduction

## Interactions entre recherches en didactiques et formations professionnelles des enseignants

***Annette Braconne-Michoux***
*Université de Montréal*
*annette.braconne-michoux@umontreal.ca*

***Patrick Gibel***
*Université de Bordeaux, Lab-E3D laboratoire Epistémologie et Didactiques des disciplines*
*patrick.gibel@espe-aquitaine.fr*

***Izabella Oliveira***
*Université Laval – CRIRES*
*Izabella.Oliveira@fse.ulaval.ca*

Cet ouvrage est issu des travaux du symposium de didactique des mathématiques, intitulé, « Fonctions et usages des recherches en didactique des mathématiques dans le développement des compétences professionnelles des enseignants débutants du premier et du second degré », qui s'est déroulé dans le cadre des rencontres du Réseau Éducation et Formation à l'Université de Montréal les 21 et 22 octobre 2015.

Un tel ouvrage s'adresse à toute personne intéressée par la formation initiale ou continue des enseignants de mathématiques au primaire ou au secondaire, en particulier les chercheurs en didactique, les formateurs mais également les étudiants, les professeurs en formation initiale et les conseillers pédagogiques.

La question de départ, dévolue à l'ensemble des chercheurs ayant pris part à cette rencontre, était la suivante : « Pourquoi et de quelles manières mettre en synergie la recherche en didactique des mathématiques et le développement des compétences professionnelles des enseignants en formation initiale ? ».

Ce symposium a réuni des chercheurs en didactique des mathématiques, issus de différents pays francophones et d'une province canadienne francophone (Belgique, France, Suisse et Québec) en vue de présenter leurs travaux de recherche en réponse à la question qui leur était posée. Ces derniers intègrent les spécificités des différents dispositifs de formation initiale (ou continue) des enseignants, dans chacun des pays cités, et visent à apporter des éléments de réponses à la question de départ. Cette dernière constitue d'une certaine manière le fil rouge de cet ouvrage. Les textes publiés résultent des présentations et des débats conduits au sein des journées du symposium. Ils ont été reformulés, voire réécrits pour certains, suite au symposium, de manière à intégrer les questions vives débattues et à proposer des éléments de réponses étayés et novateurs.

Les recherches en didactique des mathématiques, menées depuis une trentaine d'années, contribuent significativement à étudier les pratiques enseignantes sous différents angles : les liens entre l'activité de l'élève et celle de l'enseignant, les méthodologies et les ressources qui contribuent à guider les enseignants dans l'élaboration et la mise en œuvre de séquences d'enseignement, mais encore l'appropriation et l'adaptation de ressources pédagogiques de diverses natures : ressources numériques variées (logiciels, didacticiels,..), manuels, ouvrages et matériels pédagogiques spécifiques.

Depuis une dizaine d'années, la formation initiale des enseignants, dans les différents pays cités précédemment, prend en compte et évalue le développement des compétences professionnelles, telles que décrites par les différents référentiels de compétences associés, présentés en annexe des textes. Nous nous sommes donnés pour objectifs de débattre des différentes questions liées à la mise en relation entre les résultats de la recherche en didactique des mathématiques et la prise en compte du développement des compétences professionnelles dans le cadre de la formation initiale des enseignants. Les participants au symposium ont été amenés à débattre plus précisément sur le thème « Fonctions et usages des recherches en didactique des mathématiques, par les formateurs-universitaires, en vue de développer les compétences professionnelles des futurs enseignants, ayant pour mission l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire ».

Nous avons proposé aux chercheurs de conduire cette réflexion de deux points de vue distincts : d'une part, les dispositifs de formation initiale des enseignants, adossés aux recherches en didactique, et d'autre part, les outils didactiques, théoriques et expérimentaux, permettant l'appropriation et l'adaptation des ressources issues de la recherche en didactique, par les futurs enseignants.

L'ouvrage est donc constitué de deux parties qui correspondent à chacun des axes de réflexion du symposium. La première partie s'intitule « Recherches en didactique inhérentes à l'étude de dispositifs de formation initiale des enseignants » ; la seconde partie a pour titre « Réflexions sur l'élaboration et l'usage de ressources didactiques en formation initiale des enseignants ».

Le premier axe est donc lié aux dispositifs didactiques mis en œuvre par les formateurs universitaires participant au symposium.

Lily Bacon rend compte de ses observations, colligées dans le contexte de l'accompagnement des enseignants en formation initiale au primaire, en situation de stage au Québec. Son analyse résulte de l'articulation de deux cadres théoriques présentés comme distincts et complémentaires : la didactique professionnelle et la didactique des mathématiques. Le texte d'Izabella Oliveira s'inscrit dans le prolongement de celui de Lily Bacon et vise à prendre pour objet d'étude les tâches de planification des enseignements auxquelles sont confrontés les enseignants en formation initiale au primaire.

Patrick Gibel présente une étude, conduite en France, sur les enjeux didactiques et professionnels liés à l'élaboration des mémoires de recherche par les professeurs en formation initiale au primaire. Ces écrits sont élaborés par les professeurs débutants dans le cadre d'un dispositif particulier adossé à la recherche : le séminaire de didactique des mathématiques.

S'appuyant sur leurs précédentes recherches menées en Belgique, Kevin Balhan et Maggy Schneider conduisent une réflexion didactique, chez les professeurs en formation initiale au secondaire, inhérente au développement de la réflexivité sur leurs pratiques. Ces chercheurs analysent en quoi l'empirisme apparait comme un obstacle épistémologique à la réflexivité.

Mireille Saboya et Mélanie Tremblay présentent un écrit réalisé dans un contexte particulier : celui de la formation continue des enseignants au primaire au Québec. Elles présentent une analyse de la démarche des enseignants co-élaborée entre les milieux de recherche et de pratique en vue de faire adopter aux enseignants une attitude réflexive sur leurs pratiques.

Richard Cabassut étudie, dans le contexte de la formation initiale des professeurs de Lycée Professionnel en France, le rôle de la didactique des mathématiques d'une part, dans la conception et l'analyse a priori des situations d'apprentissage intégrant un projet pluridisciplinaire, et, d'autre part, dans l'analyse a posteriori des séquences d'enseignement.

Le deuxième axe est associé à l'usage de ressources didactiques par les enseignants. Du point de vue de l'utilisation de ces ressources (manuel, fichier, site internet, didacticiel, plateforme M@gistere, ...), la question centrale est : quels choix le formateur universitaire doit-il privilégier afin de permettre à l'enseignant en formation initiale de porter un regard critique et professionnel sur les ressources mises à sa disposition ?

Frédérick Tempier présente une analyse didactique, réalisée en France, en vue d'identifier les besoins de formation pour enseigner la numération. Ces besoins ont été identifiés dans le cadre de la conception d'une ressource avec des enseignants de 3$^{e}$ année d'école primaire. La question du transfert de l'usage d'une telle ressource en formation initiale est abordée.

Laetitia Bueno-Ravel analyse les difficultés rencontrées par une professeure lors de la mise en œuvre d'une ressource numérique dans une classe de maternelle en France, dans le domaine de la numération : appropriation/adaptation du logiciel, analyse didactique des situations d'apprentissage, etc. Cette étude traite de l'appropriation de cette même ressource par les professeurs en formation initiale et du rôle du formateur universitaire dans ce dispositif.

Annette Braconne-Michoux nous présente une étude portant sur l'utilisation de manuels québécois par les enseignants en formation initiale. Elle s'attache à analyser des activités géométriques extraites de différents manuels et, en particulier, à déterminer l'écart entre les objectifs annoncés par les auteurs et les enjeux didactiques avérés.

Virginie Deloustal-Jorrand prend comme objet d'étude l'enseignement de la logique au Lycée et s'intéresse plus précisément à la question de l'usage de travaux de recherche en didactique des mathématiques, dans le contexte de la formation des professeurs du secondaire en France. Elle met en évidence le lien à faire entre les connaissances des professeurs en formation initiale et celles de leurs futurs élèves.

Sylvia Coutat et Céline Vendeira Maréchal explicitent une réflexion didactique quant à l'utilisation des moyens d'enseignement romands mis à la disposition des enseignants du canton de Genève. Elles analysent plusieurs dispositifs de formation initiale des enseignants du primaire, en vue de les préparer à un usage pertinent de ces moyens d'enseignement.

Nous ne saurions terminer cette présentation sans remercier nos collègues Isabelle Bloch de l'Université de Bordeaux et Caroline Lajoie de l'Université du Québec à Montréal qui ont accepté de relire attentivement et de questionner chacun des textes qui leur avaient été soumis. Nous leur en sommes très reconnaissants.

Voici la liste des participants au Symposium du REF 2015 :

Lily Bacon – Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue
Kevin Balhan – Université de Liège
Annette Braconne-Michoux – Université de Montréal
Laetitia Bueno-Ravel – Université de Rennes
Richard Cabassut – Université de Strasbourg
Sylvia Coutat – Université de Genève
Virginie Deloustal-Jorrand – Université Claude Bernard – Lyon 1
Thierry Dias – Haute École de Pédagogie de Lausanne
Patrick Gibel – Université de Bordeaux
Izabella Oliveira – Université Laval, Québec
Mireille Saboya – Université du Québec à Montréal
Maggy Schneider – Université de Liège
Hassane Squalli – Université de Sherbrooke
Frédérick Tempier – Université de Cergy-Pontoise
Mélanie Tremblay – Université du Québec à Rimouski
Céline Vendeira Maréchal – Université de Genève

# Partie 1 : Recherches en didactique inhérentes à l'étude de dispositifs de formation initiale des enseignants

# Chapitre 1

## La didactique des mathématiques au service du développement professionnel : le stage comme révélateur d'une pratique d'enseignement des mathématiques en construction

***Lily Bacon***
*Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue*
*Lily.Bacon@uqat.ca*

### Introduction

Nous intervenons à l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue dans la formation à l'enseignement du primaire dans le cadre des cours de didactique de mathématique et des stages en milieu scolaire. Notre double implication dans ces activités de formation nous a offert une position privilégiée pour observer la pratique d'enseignement des mathématiques en construction chez les futures enseignantes.

En effet, notre travail de superviseure de stage nous amène à prendre connaissance de la manière dont les stagiaires s'acquittent des tâches professionnelles qui leur sont confiées, plus particulièrement celles qui relèvent de leur mandat d'enseignement, à savoir, la planification d'une séance en classe, le pilotage qu'elles en font auprès de leurs élèves ainsi que l'analyse de cette expérience professionnelle qu'elles mènent avec l'aide de leurs formateurs.

Notre apport à cet ouvrage collectif est de rendre compte des observations de la pratique d'enseignement des mathématiques des stagiaires récoltées au fil de nos expériences de superviseure ainsi que des constats que nous en avons dégagés. Nous proposons également les questionnements que ces observations ont fait émerger au sujet des liens entre la recherche en didactique des mathématiques, le développement de la pratique professionnelle et la formation à envisager dans les cours de didactique.

### 1. Mise en contexte de la contribution

C'est en tant que formatrice au baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire (BEPEP)[1] que nous entreprenons cet écrit au sujet « des fonctions et des usages des recherches en didactique des mathématiques, par les formateurs-universitaires, en vue de développer les compétences professionnelles des futurs enseignants ayant pour mission l'enseignement des mathématiques dans le premier et le second degré » que se propose d'aborder cette édition du REF.

[1] Programme universitaire de 4 ans pour la formation des enseignants du premier degré.

C'est en effet sur notre expérience d'enseignement dans des cours de didactique des mathématiques et plus particulièrement de supervision de stage à l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT) que nous nous attardons dans ce texte. Ces différents chapeaux de formatrice au 1er cycle universitaire dans les cours et les stages et de chercheure en didactique des mathématiques ont évidemment teinté et transformé notre regard sur la formation dans le cadre de ces différentes activités professionnelles.

Nous allons, dans un premier temps, situer la formation à l'enseignement au BEPEP à l'UQAT dans le cadre de laquelle s'est réalisée notre expérience professionnelle et dont sont issues nos observations. Dans un deuxième temps, nous allons rendre compte des observations faites dans le cadre de notre travail de superviseure de stage.

## 2. Brève présentation des stages au BEPEP de l'UQAT

Au Québec, depuis 2001, la formation à l'enseignement s'inscrit dans une perspective de professionnalisation et s'organise à partir de 12 compétences professionnelles[2] rassemblées autour des axes suivants : a) Fondements[3], b) Acte d'enseigner, c) Contexte social et scolaire de même que d) Identité professionnelle. Ces compétences sont à développer par les futures enseignantes tout au long de leur formation de quatre ans autant à travers la formation à l'université par l'intermédiaire des cours, que dans le cadre de la formation lors des différents stages sous la responsabilité conjointe des milieux universitaires et scolaires.

À l'UQAT, le programme de baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire prévoit un stage en milieu de pratique à chacune des années de formation. Chacun des 4 stages (voir le tableau à la page suivante) s'organise autour d'une thématique qui met l'accent sur une dimension particulière de la profession enseignante (stages II et III) ou encore rend compte du degré de responsabilité au regard des tâches enseignantes prises en charge par la stagiaire (stages I et IV). Cette logique organisationnelle des stages prend appui sur la progression des préoccupations des stagiaires au cours de leur développement : liées à la survie dans ce nouveau cadre professionnel ; touchant la maîtrise des tâches professionnelles caractéristiques du métier ; portant sur l'impact de leur pratique sur le développement et les apprentissages des élèves (Fortier & Desrosiers, 1991 ; Fuller, 1969). Les stages se distinguent aussi par le nombre d'heures de présence de la stagiaire dans le milieu scolaire, par les tâches enseignantes qui lui sont confiées ainsi que la période de temps où elle en aura la responsabilité. Par ailleurs, tous les stages partagent un dispositif assez semblable caractérisé par l'alternance de moments d'observation et d'expérience des tâches enseignantes en milieu de pratique avec des moments de partage et d'analyse des situations éducatives vécues dans le cadre de rencontres de rétroaction avec les formateurs associés au stage et de séminaires universitaires avec les autres étudiantes-stagiaires.

[2] Voir tableau de compétences en annexe 1.
[3] Comme on le voit dans l'annexe 1, l'axe « Fondements » fait référence aux objets de savoir et de culture que la future enseignante a pour mission d'interpréter et de transmettre ainsi qu'aux éléments de la langue d'enseignement.

Tout au long de son cheminement en stage, l'étudiante est accompagnée d'une équipe de formateurs-évaluateurs constituée principalement d'une enseignante-associée titulaire de la classe d'élèves qui l'accueille, d'une superviseure universitaire[4] ainsi que de la direction d'établissement. L'enseignante-associée accompagne la stagiaire à chacune de ses présences dans le milieu scolaire ; la superviseure universitaire offre un accompagnement à travers les séminaires sur le campus universitaire et les visites ponctuelles de supervision dans le milieu[5] scolaire. L'implication de la direction d'établissement, quant à elle, varie ; elle est plus présente au cours des deux derniers stages. Ainsi, à divers degrés, ces formateurs accompagnent le développement professionnel des stagiaires et sont témoins de leur travail dans les diverses tâches qui leur sont confiées selon le stage concerné.

Dans le cadre de ses visites de supervision de la stagiaire dans son milieu scolaire, la superviseure a l'occasion de l'observer en classe pendant une séance d'enseignement de français ou de mathématiques (prioritairement, mais pas exclusivement). Elle entreprend également une rencontre de rétroaction après enseignement afin de revenir avec la stagiaire sur l'expérience vécue.

Dans le tableau suivant, nous présentons le cheminement partiel des étudiantes au BEPEP pour chacune des 4 années de formation en montrant l'enchainement des cours liés aux mathématiques et à la didactique des mathématiques ainsi que les stages en milieu scolaire qui se déroulent parallèlement aux activités de formation sur campus universitaire.

**Tableau 1 : Cheminement partiel au BEPEP à l'UQAT**

| | Cours liés aux mathématiques/<br>à la didactique des mathématiques | Stages |
|---|---|---|
| An 1 | **Les mathématiques comme objet d'apprentissage**<br>**Didactique des mathématiques I** (nombres naturels et entiers relatifs) | Stage I<br>(60 heures ; mi-janvier à mi-avril)<br>**Initiation à l'exercice de la profession enseignante** |
| An 2 | **Didactique des mathématiques II** (nombres rationnels ; mesure, géométrie, probabilités et statistiques) | Stage II<br>(105 heures ; sept. à fin novembre)<br>**La gestion de classe** |
| An 3 | **Difficultés d'apprentissage en mathématiques** | Stage III<br>(240 heures ; sept. à la fin avril)<br>**Contenus et démarches d'apprentissage** |
| An 4 | | Stage IV<br>(460 heures ; sept. à la fin avril)<br>**La profession enseignante en exercice** |

[4] À l'UQAT, ce sont majoritairement des professeures universitaires, des enseignantes, des directions d'école ou des conseillères pédagogiques actives ou à la retraite qui vont remplir le rôle de superviseure de stage.
[5] Le stage I ne comporte pas de visites de supervision; les stages II, III et IV comportent 2, 4 et 6 visites de supervision en moyenne pour la durée du stage.

## 3. Les stages comme milieu révélateur du développement professionnel chez les futures enseignantes

L'opportunité que nous avons d'accompagner des stagiaires dans le cadre de leur formation en milieu de pratique nous permet d'être témoin de l'enseignement des mathématiques (entre autres) qu'elles mettent en œuvre. Les observations rapportées ici proviennent plus spécifiquement de notre expérience de superviseure universitaire pour le stage III intitulé *Contenus et démarches d'apprentissage*. Les visites ponctuelles de la superviseure universitaire se mènent généralement en deux temps : un premier temps d'observation (par la superviseure et l'enseignante associée) de la stagiaire en classe pour une séance d'enseignement d'environ 60 minutes ; et un deuxième temps consacré au retour analytique sur l'expérience d'enseignement vécue et aux rétroactions des formatrices au sujet de l'activité professionnelle que la stagiaire a mise en œuvre. De ces diverses observations s'est dégagé peu à peu un certain portrait du développement professionnel des stagiaires. Ces constats ont également généré un questionnement sur notre rôle comme superviseure-didacticienne dans le cadre de la formation en milieu de pratique et également sur le rôle des cours de didactique des mathématiques dans le développement des compétences professionnelles dans le cadre de la formation à l'éducation préscolaire et à l'enseignement primaire.

Nous proposons au lecteur de prendre connaissance de ces constats concernant principalement les tâches a) de planification à court terme de l'apprentissage et de son évaluation ; et b) de régulation des apprentissages en cours d'action (pilotage). En lien avec le référentiel des compétences professionnelles en vigueur au Québec, ces tâches mobilisent plus particulièrement les compétences liées aux fondements et à l'acte d'enseigner qui impliquent une dimension didactique, à savoir : « Agir en tant que professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture » (C1) ; « Concevoir et piloter des situations d'enseignement-apprentissage » (C3-C4), ainsi qu' « Évaluer la progression des apprentissages des élèves » (C 5).

Ces observations nous ont interpelée d'une part par leur caractère récurrent, et d'autre part, parce qu'elles survenaient après que les étudiantes aient déjà réussi des cours de didactique des mathématiques au programme du BEPEP alors qu'elles révélaient une pratique d'enseignement chez ces mêmes étudiantes, qui faisait peu écho aux réflexions et aux analyses didactiques abordées dans les cours. Évidemment, parce que ces éléments qui ont retenu notre attention ne correspondaient pas à nos attentes, les constats colligés ici sont tout autant révélateurs d'une certaine vision de la superviseure sur l'enseignement des mathématiques que des compétences professionnelles en développement chez les stagiaires.

## 4. Observations : planification de l'apprentissage et pilotage d'une situation d'apprentissage en classe

Pour mieux comprendre les pratiques des stagiaires dans la réalisation de ces tâches, il convient de situer ce qui est introduit, dès le premier stage, au sujet de la démarche de planification à court terme. La tâche de planification est abordée, notamment, à travers la présentation et l'utilisation d'une grille de planification qui comporte principalement deux parties : a) une première partie, que nous qualifions d'analytique, qui consiste à déterminer le projet d'enseignement-apprentissage en précisant notamment l'intention pédagogique poursuivie, les éléments du programme[6] en jeu, les activités d'apprentissage[7] retenues, ainsi que les critères d'évaluation ; b) une deuxième partie plus anticipatrice sur le déroulement de la séance où y sont spécifiées les grandes lignes de la structuration de l'action en classe.

Quoique le stage III n'exige pas l'utilisation d'une grille de planification particulière, la majorité des stagiaires reprennent l'outil avec lequel elles travaillent depuis leur premier stage. L'organisation de nos observations suit donc les constituants de cet outil qui représente l'une des influences actives dans l'accomplissement de la tâche de planification par les stagiaires. Nos constats sont issus des planifications écrites reçues des stagiaires que nous avons supervisées, des échanges que nous avons eus avec elles à leur sujet de même que de nos observations des stagiaires en action auprès de leurs élèves.

### *4.1. Comment se détermine et s'explicite le projet d'enseignement-apprentissage chez les stagiaires ?*

L'un des éléments de la planification sur lequel la superviseure universitaire porte son attention est l'intention pédagogique formulée par la stagiaire. L'intention pédagogique est conçue comme porteuse du projet d'enseignement-apprentissage de la stagiaire et oriente ses choix pédagogiques, didactiques et ses interventions à venir auprès des élèves. De par sa thématique et sa préoccupation didactique, le stage III demandera à la stagiaire de s'engager dans la détermination d'une intention qui découle d'un processus d'analyse et qui prend en compte autant la logique du contenu que celle de l'apprenant. C'est d'ailleurs ce qui est explicité dans le syllabus de cette activité de formation.

Voici quelques exemples typiques d'intentions pédagogiques formulées par les stagiaires en début de leur stage III :

> « *L'élève devra résoudre les problèmes de multiplication.* »
>
> « *L'élève sera capable d'additionner deux nombres décimaux.* »
>
> « *Familiariser l'élève avec la symétrie.* »
>
> « *Amener l'élève à comprendre les symboles plus petit plus grand.* »

Lorsque les stagiaires sont invitées à justifier leur choix d'intention pédagogique en le situant dans une optique de progression, les arguments mis de l'avant et fréquemment entendus de leur part nous apparaissent aussi très parlants concernant leur manière d'entrer dans cette tâche propre à la planification :

---

[6] Programme de formation de l'école québécoise, prescription en vigueur depuis 2001.

[7] Le terme activité d'apprentissage utilisé dans ce texte peut représenter une tâche à réaliser, un problème à résoudre, un exercice à compléter, etc. Dans la planification d'une séance, la stagiaire peut prévoir une ou plusieurs activités d'apprentissage.

| |
|---|
| Faisant référence à son manuel scolaire, « *Puisque la soustraction sans emprunt a été vue, nous allons maintenant voir la soustraction avec emprunt* »<br>« *Dans mon activité, les élèves vont voir le centimètre. La progression*[8] *nous dit qu'on voit le décimètre et le centimètre en 1*$^{re}$ [6 ans], *le millimètre, ça va être seulement en 2*$^{e}$ *année* [7 ans]».<br>« *La mesure de longueur avec une unité de mesure non-conventionnelle, c'est très bien réussi par les élèves ; ils n'ont pas de difficulté. Ils sont prêts à passer à l'utilisation de l'unité de mesure conventionnelle* ».<br>« *On a vu que les élèves ont de la misère dans leur devoir sur le terme manquant. Je vais donc reprendre ce contenu avec eux aujourd'hui* ». |

Les intentions pédagogiques formulées et leur justification rendent compte d'un projet d'enseignement-apprentissage très général centré soit sur 1) une tâche mathématique que l'élève doit maîtriser (ex. : résoudre des problèmes, additionner deux nombres décimaux); ou soit sur un 2) contenu que l'élève doit comprendre (ex. : concept de symétrie, signes < et > propres au langage mathématique). L'interprétation du *savoir à enseigner* (Chevallard, 1985) dont résultent les intentions formulées dans les planifications ainsi que leur incarnation dans le pilotage de la situation d'enseignement-apprentissage par la stagiaire en classe tendent à montrer que celle-ci s'occupe avant tout de transmission de contenus mathématiques conçus comme outils culturels que l'élève doit acquérir ou encore comme tâches mathématiques que l'élève doit maîtriser. Les intentions explicitent peu à quelle dimension du contenu mathématique le projet d'enseignement de la stagiaire fait référence. Lorsque la stagiaire signale qu'elle veut amener les élèves à résoudre des problèmes de multiplication, qu'a-t-elle en tête exactement ? Souhaite-t-elle mettre l'accent sur les sens de l'opération de multiplication ? Sur des processus de calcul personnels ou conventionnels ? Il nous semble que l'intention pédagogique manque de précision, de détails et présente un apprentissage très général. Lorsque certaines précisions sont fournies, celles-ci font davantage référence à des catégories proposées par des manuels scolaires ou encore relevant des pratiques et du discours enseignants partagés qu'à des dimensions relevant du champ conceptuel du contenu en jeu. Par exemple, la stagiaire mentionnera qu'elle travaille avec ses élèves « la soustraction avec emprunt » ou encore que son activité porte sur « le terme manquant » sans les notions d'échanges ou de structures opératoires soient évoquées. Finalement, malgré la réforme curriculaire de 2001, qui organise les développements et apprentissages mathématiques autour des compétences « Résoudre des situations-problèmes », « Raisonner à l'aide de concepts et processus mathématiques » et « Communiquer à l'aide du langage mathématique »[9], les intentions proposées

[8] Ce que la stagiaire appelle « la progression », c'est un document intitulé La progression des apprentissages produit par le Ministère de l'éducation des loisirs et des sports qui est paru en 2009 et qui rend visible une logique de progression des apprentissages des élèves dans leur appropriation des savoirs mathématiques (entre autres).
[9] MEQ (2001 b) Programme de formation de l'école québécoise.

en stage III par les étudiantes vont très rarement s'inscrire dans un développement en lien avec l'activité mathématique de recherche, de validation, de généralisation, de communication, etc.

À travers les justifications verbalisées, il nous apparait que la tâche professionnelle de circonscrire les apprentissages à viser et en déterminer l'organisation séquentielle, qui incombe à la stagiaire, s'appuie principalement sur la logique du contenu portée par les documents officiels et les manuels scolaires utilisés en classe. La logique de l'apprenant, telle qu'elle s'exprime dans les intentions pédagogiques rapportées plus haut, est, quant à elle, abordée davantage en termes de contenus vus plutôt qu'en termes de représentations à faire évoluer. À cet égard, lorsque la stagiaire exprime « *Puisque la soustraction sans emprunt a été vue, nous allons maintenant voir la soustraction avec emprunt* », on peut y voir que son projet d'enseignement-apprentissage s'articule davantage sur le *savoir enseigné* que sur le *savoir appris* (Chevallard, 1985).

Lorsque l'intention pédagogique se précise à partir des manifestations des élèves relevées lors d'une séance d'enseignement, c'est en regard de la réussite à des tâches plutôt qu'en termes de constructions conceptuelles émergeantes qu'elle s'explicite : « *La mesure de longueur avec une unité de mesure non-conventionnelle, c'est très bien réussi par les élèves ; ils n'ont pas de difficulté. Ils sont prêts à passer à l'utilisation de l'unité de mesure conventionnelle* ». Ainsi, le projet d'enseignement de la stagiaire exprime moins un développement, une évolution de la pensée mathématique des élèves, de leurs raisonnements, de leurs conceptions ou en lien avec des concepts ou processus mathématiques que la maîtrise de ces outils culturels. La compréhension mathématique recherchée se trouve assimilée à la réussite d'une tâche qui met en jeu le contenu ciblé. D'ailleurs, l'évaluation à cette étape de préparation va souvent prendre la forme d'une échelle de réussite : code vert pour 4 à 5 réussites sur 5 items ; code jaune pour 3 items réussis et code rouge pour 2 items réussis et moins.

### *4.2. Qu'est-ce qui guide le choix des activités d'apprentissage ?*

Dans l'optique de mettre en œuvre ce projet d'apprentissage en classe, la stagiaire conçoit ou fait le choix d'une activité d'apprentissage ou plus (tâche, exercice, problème, etc.) qui porterait un certain potentiel pour favoriser le développement envisagé. Qu'est-ce qui guide son choix et comment le justifie-t-elle ?

Le manuel scolaire est la source la plus couramment consultée par les stagiaires pour sélectionner une activité à faire vivre aux élèves. Dans certains cas, l'enseignante associée encourage fortement la stagiaire à utiliser le manuel scolaire qu'elle privilégie, car celui-ci constitue l'élément structurant de sa planification annuelle. D'autres stagiaires auront la latitude de puiser à diverses sources (banques d'activités offertes par les commissions scolaires ou trouvées sur Internet par exemple) ou encore vont élaborer elles-mêmes une activité d'apprentissage.

Selon la source de l'activité retenue par la stagiaire, la justification pourra être liée à l'enchaînement proposé par le concepteur du manuel, « *hier on a fait la page 23, aujourd'hui on est rendu à cette activité de la page 24* » ou encore à un critère un peu trivial de présence du contenu ciblé dans la situation, « *j'ai pris cette activité* (équations impliquant des soustractions à traiter) *parce que je veux travailler la soustraction* ». Ainsi, la stagiaire accepte d'emblée les propositions d'activités et leur enchaînement qui apparaissent dans le manuel utilisé en classe. Lorsqu'elle pige à d'autres sources, la cohérence recherchée par la stagiaire entre l'intention pédagogique et la tâche retenue est liée d'abord à la concordance du contenu. L'intention pédagogique déterminée étant souvent énoncée de manière très générale (comme vu plus haut), il n'est pas étonnant de voir des stagiaires justifier leur choix en s'appuyant sur ce trait de surface sans préciser sur quels aspects du contenu mathématique l'activité peut être orientée et exploitée.

Compte tenu de ce qui précède, il est assez fréquent de voir la stagiaire offrir à ses élèves des items du manuel présentant des niveaux de complexité différents sans qu'elle ne s'en rende compte. Les difficultés rencontrées par les élèves sont alors attribuées aux caractéristiques psychologiques et cognitives des élèves, sans que la complexité relative de la situation soit mise en cause. Cela se manifeste également lorsque la stagiaire évalue la progression des apprentissages des élèves : toute production qui touche le savoir à évaluer représente un potentiel équivalent pour se prononcer sur la compréhension de l'élève. Par exemple, un énoncé de problème mettant en jeu une soustraction et un exercice lequel apparait une série de soustractions à traiter à l'aide du processus conventionnel représenteront deux des manières de rendre compte de la compréhension de la soustraction par les élèves. La stagiaire dira de l'élève, selon qu'il réussit ou non l'une ou l'autre de ces situations, qu'il comprend ou ne comprend pas la soustraction. Il n'y a pas de distinction entre reconnaitre la soustraction comme étant l'opération appropriée pour la situation, être en mesure de mobiliser un processus de calcul approprié et appliquer un algorithme de calcul correctement.

Un autre critère important aux yeux de la stagiaire est que l'activité soit signifiante pour les élèves, qu'elle rejoigne leurs intérêts. La stagiaire s'attarde donc ici sur le contexte ou l'habillage de l'activité et celle-ci est retenue si le contexte correspond aux goûts et aux intérêts des élèves. On dira que le sens de l'activité est ici posé en fonction de dimensions psychosociales, motivationnelles. Il s'agit certainement de dimensions essentielles qu'il faut prendre en compte lorsqu'on inscrit le choix de l'activité dans une optique de viabilité en contexte. Cependant, on voit beaucoup plus rarement la stagiaire s'attarder à relever la signification de l'activité d'un point de vue mathématique ou didactique. En effet, nous la voyons peu justifier le choix de son activité en faisant référence au sens du concept qu'elle porte, ou en mentionnant la pertinence que l'élève pourra attribuer à un outil mathématique en regard de l'activité proposée.

À cet égard, le rôle que la stagiaire fait jouer à l'activité retenue en lien avec les apprentissages et développements souhaités est assez révélateur. Ce rôle n'est pas identifié explicitement dans la planification écrite, mais se dégage à travers la structuration de l'action en classe anticipée (2$^{e}$ partie de la planification traitée plus loin) et, évidemment, à travers le pilotage que la stagiaire accomplit en classe. Les interventions (anticipées ou réalisées) de la stagiaire observées dans ces deux contextes semblent indiquer que celle-ci considère l'activité retenue comme une fin en soi, c'est-à-dire qu'elle incarne ce qu'il y a à maîtriser, à réussir plutôt que comme un moyen pour favoriser un apprentissage. Qu'elle se présente sous forme de tâche à réaliser, d'exercice à effectuer ou de problème à résoudre, l'activité est utilisée pour permettre aux élèves d'appliquer un processus que la stagiaire vient de présenter ou pour voir si les élèves sont en mesure de « transférer » leurs apprentissages. Les interventions de la stagiaire vont alors avoir pour but d'aider les élèves à réussir l'activité proposée et c'est cette réussite qui sera vue comme témoin de l'apprentissage réalisé. Dans son discours, la stagiaire envisage l'activité comme un moyen pour favoriser un apprentissage, mais dans les faits, elle semble peu confortable à jongler avec les imprévus des développements, transformations des connaissances des élèves. Ainsi, la résolution de problèmes comme modalité pédagogique telle qu'explicitée dans le programme d'études s'actualise encore trop peu dans la pratique des stagiaires au début de leur stage III.

### ***4.3. Comment se structure l'action anticipée/réalisée en classe ?***

Comme nous l'avons mentionné plus haut, une deuxième partie de la démarche de planification introduite en stage I engage la stagiaire dans un travail d'organisation et d'anticipation de l'interaction en classe. Telle qu'elle prend forme à travers la grille de planification présentée aux stagiaires, cette deuxième partie est fortement influencée par le courant cognitiviste concernant la démarche d'apprentissage (Tardif, 1992). En effet, la structuration de l'action en classe est organisée par un modèle générique de trois temps pédagogiques caractéristiques d'un enseignement stratégique largement diffusé par Ouellet (1997). La grille à compléter par les stagiaires comporte donc trois sections correspondant à chacun de ces trois temps : préparation, réalisation, et intégration de la démarche d'apprentissage. Le modèle est également présenté dans certains cours universitaires et est très présent dans le discours des praticiens du milieu scolaire. À travers cette deuxième partie de sa planification, nous pouvons prendre connaissance de la stratégie pédagogique préconisée par la stagiaire et par ricochet du rôle qu'elle attribue à l'activité retenue. Les observations lors du pilotage en classe nous renseignent sur la manière dont la stagiaire gère, en contexte, le déroulement de la séance et régule les apprentissages des élèves, nous donnant ainsi accès à son interprétation du modèle en trois temps dans le cadre de l'intervention en mathématiques.

De manière générale, l'anticipation que fait la stagiaire, dans sa planification écrite, de l'interaction en classe pour ces trois temps passe souvent par l'énonciation du type d'actions qui sera fait. Par exemple, la stagiaire écrira : « *Je vais réactiver les connaissances antérieures*[10] », « *je vais donner les consignes* », « *je circule et je soutiens les élèves dans leur travail* », « *je vais faire un retour sur les solutions des élèves* », etc. La stagiaire n'indique cependant peu ou pas de quelle manière elle se propose de mener ces catégories d'actions, ne nous permettant pas d'entrevoir les préoccupations didactiques qu'elle pourrait avoir. Quelles sont ces connaissances antérieures qu'elle juge nécessaires de réactiver ? Quelles manifestations chez les élèves retiendront son attention ? Quelle interprétation en fera-t-elle ? Quelles solutions d'élèves seront retenues lors du retour ? D'autres stagiaires vont expliciter davantage ce qu'elles comptent faire en précisant par exemple l'enchaînement des informations à donner ou des tâches à faire réaliser : « *Je vais rappeler aux élèves les stratégies de résolution de problème qu'ils peuvent utiliser : faire un dessin, se référer*

[10] Cette tâche est issue du modèle générique de planification présenté précédemment.

*à un problème semblable déjà travaillé, etc.* »; « *Je vais leur demander de souligner les données importantes* ».

Compte tenu de l'utilisation par les stagiaires du modèle générique de l'organisation de l'action en classe en 3 temps pédagogiques, nous regroupons nos observations selon cette structure.

- **1er temps pédagogique : préparation de la démarche d'apprentissage**

Les principes de l'enseignement stratégique font mention de l'importance, à ce premier temps de préparation de la démarche d'apprentissage, de situer pour l'élève les objectifs d'apprentissage de même que de réactiver ses connaissances antérieures. On voit donc très souvent la stagiaire démarrer sa séance en annonçant aux élèves son intention pédagogique telle qu'elle apparait dans sa planification écrite : « *Aujourd'hui, on va voir les fractions équivalentes* » ; « *tu vas te familiariser avec le sens produit cartésien de la multiplication* ». Voyant cela, comme formatrice, il nous semble que les stagiaires entretiennent une confusion entre l'intention pédagogique énoncée dans une planification qui appartient à l'enseignante pour l'orientation de son travail pédagogique et l'énonciation d'une intention d'apprentissage formulée aux élèves.

Pour ce qui est de la réactivation des connaissances antérieures prévue à cette phase de la démarche d'apprentissage, elle passe presqu'exclusivement par un questionnement en début d'activité. Celui-ci se ramène parfois à faire ressortir ce que les élèves ont vu la veille, et qui est en lien avec le contenu nouveau à traiter « *qu'est-ce qu'on a fait hier en mathématique* ? ». Le plus souvent, les stagiaires vont questionner au sujet du contenu particulier « *qu'est-ce que tu connais des nombres décimaux* ? » ou « *te souviens-tu comment on fait une division* ? ». Les élèves nomment et la stagiaire recueille ces éléments. Elle enchaîne avec d'autres questions afin de faire ressortir des éléments bien précis qu'elle souhaite voir émerger. Parfois, ce questionnement finit par ressembler à un jeu de devinettes pour les élèves : leurs réponses ne semblent pas satisfaire la stagiaire et ils n'arrivent pas à saisir ce qu'elle attend. Cela a parfois comme conséquence, entre autres, d'allonger inutilement l'interaction de cette partie de préparation des apprentissages.

Pour bon nombre de stagiaires, il nous semble que l'interprétation qu'elles ont de la tâche « *réactiver les connaissances antérieures* » peut se résumer par « *s'assurer des acquis nécessaires pour la réussite de la tâche* ». En effet, il est assez fréquent de voir apparaître, dans cette phase de la planification, un travail de rappel ou d'explication sur tous les éléments qui doivent être maîtrisés pour que les élèves puissent réussir l'activité proposée. Même si cela n'a pas été prévu, en cours de pilotage, la stagiaire entreprend ce type de travail, si elle voit que les élèves ne maîtrisent pas ce qu'il faut pour résoudre adéquatement le problème qu'elle leur a soumis par exemple. L'idée de connaissances antérieures n'est pas vue comme conceptions, représentations, processus à faire évoluer, mais plutôt comme connaissances qui doivent être maîtrisées pour favoriser la réussite de l'activité. Cette représentation et les pratiques qui en découlent auront une influence sur l'étape suivante de réalisation de la démarche d'apprentissage en transformant bien souvent un problème à résoudre en moment de mise en application, d' « exercisation ». Dans ce contexte, l'utilisation de la résolution de problème ne joue plus vraiment son rôle de modalité pédagogique pour favoriser la construction des connaissances comme nous l'avons déjà mentionné plus haut.

- **2e temps pédagogique : réalisation des apprentissages**

Dans le cadre de cette phase, la stagiaire verbalise que son rôle en est un d'accompagnatrice, de médiatrice dans les apprentissages des élèves. Cette manière de concevoir son rôle prend différentes formes selon nos observations. En cours de pilotage d'une activité d'apprentissage où un problème à résoudre a été proposé aux élèves, certaines stagiaires vont prendre un rôle très effacé. « *Les élèves doivent construire eux-mêmes leurs connaissances* » diront-elles. Ce principe signifie pour les stagiaires qu'elles ne doivent ni donner la réponse, ni donner d'indices, ni montrer comment faire. C'est pourquoi, on les voit peu intervenir ; elles vont inviter les élèves à trouver leur propre solution ou encore les retourner à la lecture de l'énoncé du problème par exemple. « *Il faut que ça vienne des élèves* » dira la stagiaire, « *ils doivent découvrir eux-mêmes* » etc. Ce faisant, il nous semble qu'aux yeux de la stagiaire, la situation assure à elle seule la réalisation des apprentissages des élèves. Pour d'autres stagiaires, une mauvaise réponse ou une résolution inappropriée amène à questionner les élèves de manière très orientée jusqu'à ce que ces derniers changent leur résolution : « *Est-ce que vous êtes sûrs* ? *Est-ce que tu crois que l'addition pourrait t'aider* ? » À d'autres moments, les questions, par ce qu'elles suggèrent, vont amener les élèves vers une manière de faire ou une réponse jugée plus appropriée par la stagiaire. Par exemple, à un élève qui résout 17 + ____ = 22 en comptant de 17 à 22, la stagiaire intervient pour lui demander à quel exemple mis au tableau il peut associer ce problème et de bien regarder la solution (au tableau sont écrits les deux problèmes suivants et les solutions : pour 13 + ____ = 27, faire 27 – 13 ; pour 32 - ____ = 17, faire 32 – 17). La stagiaire explicite cette pratique en soulignant qu'elle permet aux élèves d'associer un nouveau problème à un problème déjà résolu.

En cours de pilotage, d'un élève qui n'a pas réussi l'activité comme attendue, elle dira *« Il n'a pas compris ; on va le reprendre plus tard* ». Ainsi, l'évaluation de la progression des élèves se base principalement sur la performance de ceux-ci, sur leur réussite aux activités proposées. On se rend compte également qu'une réussite pour la stagiaire est souvent conçue comme la capacité de l'élève d'utiliser le processus ou la manière de faire attendue par celle-ci (solution experte). Par ailleurs, la préparation de l'évaluation dans sa fonction « régulation des apprentissages » dans la planification écrite de la stagiaire est surtout abordée à travers l'identification des difficultés que les élèves pourraient rencontrer au cours de leur expérience de la situation et l'anticipation des moyens qu'elles pourraient mettre en place pour les aider. On retrouve plus rarement la mention des processus possibles que les élèves pourraient mettre en action et les conceptions qui les sous-tendent.

On verra aussi, au moment de la correction par exemple, la stagiaire dire « *Ce n'est pas grave si tu t'es trompé, tu as tenté quelque chose. »* aux élèves qui n'ont pas réussi, ou encore *« Tout le monde a sa façon de faire* » face à la variété des solutions proposées par les élèves. Dans ces situations de retour sur ce que les élèves ont fait, la stagiaire se dit préoccupée par l'estime d'eux-mêmes qu'auraient les élèves si elle relevait explicitement leurs erreurs ou encore si elle les engageait dans un travail de discussion et de comparaison de leur solution. Comme formatrice, nous sommes évidemment interpelée par une telle considération : peut-on vraiment dire qu'elle soit au service des apprentissages des élèves, ou même d'une construction de l'estime de soi ?

- **3e temps pédagogique : intégration des apprentissages**

Pour le troisième temps pédagogique, certaines stagiaires concluent la séance en demandant aux élèves ce qu'ils ont aimé, ce qu'ils ont appris, ce qu'ils ont trouvé difficile. Elles récoltent quelques commentaires d'élèves et cela met fin à la séance. D'autres auront prévu un exercice « *pour voir si les élèves ont compris* » ou encore une courte activité sous forme de jeu qui mettra l'accent sur le vocabulaire ou les éléments clés du contenu qui ont été explicités. En règle générale, cette phase sert à s'assurer une dernière fois que la notion a été « comprise » ou encore de faire nommer des choses.

## 5. Discussion : constats et questionnements

Ces quelques observations chez des étudiantes qui débutent leur 3e et avant-dernière année de formation nous ont beaucoup questionnée en regard de leur développement professionnel, du rôle des savoirs mathématiques et didactiques dans ce développement, de même que de notre rôle comme superviseure de stage, mais aussi de professeure universitaire en charge de cours de didactique des mathématiques sur campus. Quoique dans le feu de l'action de la supervision en stage, nous soyons davantage interpelée par la question « comment soutenir le développement professionnel de nos stagiaires », le retour sur les quelques observations impressionnistes recueillies au fil des ans et partagées dans cet écrit a fait émerger une autre question : « en formation initiale, à quoi forme-t-on vraiment les étudiants en lien avec l'enseignement des mathématiques » ? Depuis plusieurs années déjà, sans remettre en question la nécessité et la pertinence d'un certain bagage de connaissances mathématiques et didactiques, il est convenu que le développement professionnel de manière générale – et donc la pratique d'enseignement des mathématiques dans le particulier – met en jeu une autre dynamique de développement que celle en lien avec ces savoirs.

### *5.1. La situation professionnelle comme objet et moyen de formation*

Le cadre de la didactique professionnelle nous apparait éclairant pour organiser et structurer notre questionnement. Lorsqu'il est question de développement professionnel, la situation de travail (ou professionnelle) est considérée tour à tour comme fin et comme moyen de la formation. Ainsi, en s'appuyant sur la théorie de la conceptualisation dans l'action de Vergnaud (1996), la didactique professionnelle va mettre au cœur du projet de formation non pas des savoirs, mais plutôt des situations de travail :

> « C'est donc non pas la maîtrise de savoirs scientifiques ou techniques qui est l'objet des préoccupations, du moins pas prioritairement, mais la maîtrise de ces unités particulières que sont des situations de travail, complexes,

> multidimensionnelles, différentes [d'un milieu de travail] à un autre, mais formant néanmoins un tout généralement significatif pour les professionnels du secteur du fait de la présence de caractéristiques essentielles communes.» (Mayen, 2002, p. 106). »

Le développement des compétences professionnelles est alors vu comme la conceptualisation des situations liées au métier permettant la construction de concepts qui se présentent comme des organisateurs de l'action et de la pensée (Pastré 2006). L'activité professionnelle mise de l'avant par un praticien se développe en concomitance avec la construction de significations des situations professionnelles caractéristiques du métier. Ainsi, en réponse à notre question « à quoi forme-t-on ? », la didactique professionnelle fait l'hypothèse que les situations professionnelles constituent l'élément clé du développement de l'activité professionnelle et devraient donc se retrouver au cœur du projet de formation. Ainsi les expériences du futur praticien dans le cadre des situations professionnelles et leur analyse avec des pairs plus expérimentés ou des formateurs s'avèrent essentielles pour lui permettre de développer une certaine compréhension des variables pertinentes des situations professionnelles et d'élaborer une activité qui pourrait être reconnue comme appropriée par la communauté de pratique. C'est dans cette optique, que Mayen (2012), parle des futurs praticiens et du rôle de la formation :

> Les situations leur sont confuses, des caractéristiques agissantes restent obscures ou impensées, des pans entiers restent ignorés et c'est précisément le rôle de la formation que d'aider les professionnels ou futurs professionnels à s'approprier les situations pour pouvoir agir avec elles en découvrant les moyens de percevoir et d'agir en une sorte de meilleure connaissance de cause et un peu plus d'efficience lorsque c'est nécessaire. (p. 60-61)

Les savoirs théoriques ne sont pas pour autant évacués de la formation. Cependant, ils ne sont pas développés seulement pour eux-mêmes, mais d'abord et avant tout comme ressources culturelles possédant un certain potentiel d'action en situation de travail (Mayen, 2012). Le processus d'analyse réflexive, souvent proposé comme moteur incontournable du développement professionnel, devient un moyen pour apprendre de l'expérience en permettant la construction de nouvelles significations pour différents éléments de la situation professionnelle et différentes composantes de l'organisation de l'action dans le cadre de cette situation.

Pour le domaine de l'éducation, la future enseignante qui amorce sa formation a déjà une certaine représentation du métier d'enseignant et des gestes professionnels qu'on y met en œuvre de par sa fréquentation scolaire. La visée première de la formation initiale à l'enseignement des mathématiques peut donc être vue comme la transformation d'une représentation des situations professionnelles et de la pratique pédagogique déjà présente à l'entrée du programme (Bednarz & Perrin-Glorian, 2004). Ainsi la formation pourrait permettre la mise en lumière de différentes variables ou divers enjeux considérés pertinents par les formateurs du milieu scolaire et du milieu universitaire (par exemple, des enjeux didactiques), rendrait visibles des finalités pour l'intervention en mathématique au primaire et des anticipations sur des temps scolaires variés (court, moyen et long termes) pas nécessairement accessibles à la future enseignante, attirerait l'attention de cette dernière sur des informations à rechercher (en cours de séance par exemple) et des interprétations possibles à y apporter, expliciterait des tâches à entreprendre, mais aussi proposerait des actions possibles.

### 5.2. Les situations professionnelles d'enseignement des mathématiques au primaire : des significations à développer, à bonifier

Partant des observations présentées précédemment, nous les revisitons ici de manière à en dégager certains éléments qui pourraient prendre la forme d'objets de formation.

- ***Tâches d'analyse et outils pertinents pour cerner un projet d'apprentissage***

De par sa thématique, le stage III *Contenus et démarches d'apprentissage* met l'accent sur la dimension didactique de la pratique enseignante. Le plan de cours explicite clairement des attentes en regard d'un acte d'enseigner qui s'articule aux logiques de contenu et de l'apprenant. Dans le cadre de la tâche professionnelle de planification et plus précisément celle qui implique de cerner un projet d'enseignement-apprentissage, nous invitons les futures enseignantes à considérer le programme d'études comme la part prescriptive de leur métier qui balise un champ de travail avec les élèves. Nous souhaitons qu'elles considèrent à leur charge d'enseignante d'interpréter cette prescription et de concevoir des progressions possibles chez les élèves. Nous y voyons là, la part constructive du travail qui appartient à l'enseignante. Cette part constructive, à nos yeux, fait appel à des tâches d'analyse : a) analyse du contenu mathématique d'abord, afin d'en identifier les différentes composantes et leurs interactions, les enjeux clés d'un point de vue mathématique; b) analyse des conceptions des élèves, de leurs procédures qui permette d'en dégager des évolutions possibles. Nous considérons le travail d'analyse du savoir à enseigner et de son développement chez les élèves essentiel afin d'adopter une distance critique nécessaire pour situer les propositions ministérielles et les propositions des concepteurs et éditeurs de matériel pédagogique. Nous convenons donc que ces tâches définissent le métier enseignant et comme formatrice, cela implique d'amener les étudiantes à envisager la situation professionnelle liée à la planification comme incluant ces tâches.

Or, nous l'avons vu, la stagiaire n'entre pas d'emblée dans ces analyses ; elle semble plutôt les considérer comme relevant d'un tiers qu'est le concepteur de programme ou de manuel pédagogique. Face à des intentions pédagogiques peu explicitées en terme d'enjeux mathématiques et d'évolution des connaissances des élèves, nous avons insisté dans le stage III pour que puissent transparaitre davantage les significations mathématiques à construire et leur développement par les élèves. Les stagiaires nous ont mentionné que cette explicitation de l'intention pédagogique se distinguait de ce qu'elles avaient compris de la forme générale que devait prendre cet élément de leur planification à savoir une phrase brève exprimant, si possible, une manifestation observable. De plus, elles ne perçoivent pas, ne reconnaissent pas, dans la pratique de planification de leur enseignante-associée, ce travail d'analyse et d'explicitation d'un projet d'enseignement dans ses dimensions mathématiques et didactiques[11]. Ces réactions nous ont amenée à proposer le concept de *planification de formation* afin de négocier ce point de rupture avec les représentations du métier qu'elles ont construites dans le cadre de leur formation.

Une fois cette nécessaire tâche d'analyse pour mieux cerner un projet d'enseignement explicitée, nous sommes loin d'avoir réglé la question. On peut se demander en effet, à quelle analyse allons-nous former les stagiaires ? Est-il réaliste d'attendre de stagiaires qu'elles produisent une analyse conceptuelle pour chacun des contenus mathématiques abordés lors de leur stage ? Est-il réaliste de penser que cette pratique pourra encore se mener lorsqu'elles seront en exercice ? Aussi, à l'instar des courants de recherche qui s'intéressent au rôle des outils de travail dans l'exercice du métier, nous pouvons également questionner les sources documentaires susceptibles de servir à la réalisation de ces tâches : les comptes rendus de recherche sont-ils considérés comme des sources d'informations appropriées à cet égard ? Ces écrits se présentent-ils dans des formats qui répondent aux besoins de telles tâches ?

Comme didacticienne, il nous semble important que la future enseignante développe sa capacité à mener une certaine analyse apriori de l'activité qu'elle propose à ses élèves, qu'elle soit en mesure d'en sous-peser le potentiel d'un point de vue didactique, de la bonifier au besoin en jouant sur ses caractéristiques. Quoique nous engagions les étudiantes dans ce type d'analyse dans nos cours en didactique des mathématiques, nous ne pouvons que constater, sur le terrain des stages, que cette tâche professionnelle n'est pas mise en œuvre spontanément par les stagiaires. Est-ce parce qu'elles considèrent cet exercice d'analyse comme une exigence académique uniquement et non comme une tâche professionnelle caractéristique de leur futur métier ?

Comme nous l'avons vu précédemment, les activités d'apprentissages présentées aux élèves sont, pour une bonne part, conçues par un tiers (ex. concepteur de manuel). Dans ce contexte, quelle intention de formation devrait-on se donner comme formatrice en regard de ces documents ? Comment accompagner les stagiaires dans la tâche de planification afin que celles-ci soient en mesure de prendre en compte autant les dimensions motivationnelle, organisationnelle, sociale de l'activité retenue que les dimensions mathématique et didactique ?

Ultimement, le défi est d'amener les stagiaires à considérer ces analyses comme des outils pertinents pour déterminer un projet d'enseignement et faire des choix pédagogiques et didactiques (i.e. choix d'activité, interventions) conséquents. Plus encore, c'est d'élargir la signification accordée à ce projet (et aux choix qui y sont faits) en l'inscrivant dans une dynamique développementale de la pensée mathématique et pas seulement comme un enchaînement de connaissances à acquérir, de tâches à réussir. C'est aussi envisager ces analyses comme des clés valides pour déterminer et modifier la complexité relative des activités proposées aux élèves de manière à les articuler aux progressions et développements envisagés.

[11] Il est important de comprendre ici que si la stagiaire ne perçoit pas ce travail d'analyse dans la pratique de l'enseignante associée, cela ne veut absolument pas dire qu'il n'est pas réalisé par celle-ci. Il peut ne pas avoir été rendu visible à la stagiaire, ou celle-ci ne le reconnait peut-être pas dans la forme que lui donne l'enseignante.

- ***« Réussite » et « compréhension » deux concepts organisateusr de l'action à articuler***

Dans la réalisation de sa tâche de cerner un projet d'enseignement, lorsque la stagiaire prend en compte la logique de l'apprenant, nous avons vu que les manifestations des élèves qu'elle considère significatives sont surtout liées à la réussite de ceux-ci à la tâche proposée, une réussite étant interprétée comme l'indice de compréhension. Ses interventions en cours de séances semblent également suivre cette finalité de favoriser la réussite des élèves aux activités mathématiques proposées. Comme formatrice, il nous semble que nous devons amener la stagiaire à recentrer les finalités de son intervention et à porter son regard au-delà de la réussite à une tâche. La prise en compte de la logique de l'apprenant pose donc la question des informations jugées pertinentes par la stagiaire et qui sont relevées en cours d'action ou dans les productions des élèves afin de circonscrire son projet d'enseignement ou encore en vue de la régulation des apprentissages. La stagiaire devrait développer une sensibilité à d'autres informations et surtout un bagage qui permette d'en dégager une certaine interprétation didactique c'est-à-dire en termes de développement conceptuel, du raisonnement et de la pensée mathématique, par exemple. De plus, les stagiaires évoquent souvent leur manque d'expérience pour expliquer qu'elles ont peu d'informations sur les connaissances acquises par les élèves. Quoique les cours de didactique des mathématiques abordent les conceptions ou processus qui sont fréquemment rencontrés chez les élèves et qui sont documentés par la recherche, il semblerait que ces informations n'acquièrent pas le statut de savoirs didactiques pertinents pour l'action professionnelle. Les conceptions, représentations et processus courants diffusés largement dans divers ouvrages gagneraient à acquérir le caractère de « connaissances probables des élèves » sur lesquelles la stagiaire peut appuyer son projet d'enseignement.

- ***Des pistes d'action diversifiées pour des intentions variées***

Le développement chez les stagiaires d'un répertoire d'actions, de gestes pertinents pour jouer leur rôle de médiateur entre le savoir mathématique, les élèves et l'activité d'apprentissage proposée à ces derniers représente un autre défi important pour la formatrice que nous sommes autant dans les cours que dans les stages. Au début de leur stage III, on constate que cette médiation est rarement anticipée ou mise en œuvre dans sa dimension didactique par les stagiaires. Ces dernières prévoient surtout l'enchaînement des tâches à faire réaliser et des informations ou explications à donner. Dans des activités d'apprentissage où un problème à résoudre est utilisé, les interventions des stagiaires sont surtout axées sur la réussite de l'élève ou bien elles interviennent peu ou encore elles sont plus ou moins à l'aise de traiter directement des solutions erronées des élèves avec eux. De plus, l'interprétation que semble avoir développée plusieurs stagiaires en regard de la structuration standardisée de l'action en classe en 3 temps pédagogiques rattachée au courant cognitiviste nous apparait avoir eu l'effet de cristalliser l'enseignement mathématique de celles-ci dans un modèle explication-application.

Il nous semble donc qu'un travail de discussion et de réinterprétation de ce modèle en trois temps pour la structuration de l'action en classe très présente dans le contexte du stage doit faire partie de nos intentions de formatrice. Comment faire jouer leur rôle à ces différents temps de la structuration de l'action en classe tout en inscrivant l'anticipation ou la réalisation de ses interventions dans une perspective didactique ? Comment devrait s'énoncer une intention d'apprentissage mathématique aux élèves selon qu'il s'agit de développer le raisonnement mathématique, construire le sens d'un concept, élaborer un processus ou s'exercer à l'utilisation d'un outil technique ? Quels formats et quelles stratégies d'enseignement pourraient être envisagés pour le temps de « réalisation de la démarche d'apprentissage » selon l'intention pédagogique ciblée ? Quel serait le rôle de l'activité d'apprentissage retenue ? Aurait-elle pour fonction de favoriser un développement de compétence, une construction de concept, un réinvestissement ou une mobilisation de connaissances dans un autre contexte ? Que signifie procéder à « l'intégration des apprentissages » selon l'intention poursuivie ?

L'une de nos intentions de formatrice devrait être de chercher à bonifier, à élargir les significations que la stagiaire attribue à chacun de ces temps pédagogiques, mais aussi et surtout favoriser le développement d'un répertoire d'interventions variées, de pratiques et de gestes professionnels qui s'y accordent. Comment peut-on permettre aux stagiaires de développer des interventions adaptées à la variété de ce qu'il y a à construire, à développer en mathématique ? Quelles seraient des pratiques possibles pour favoriser le développement de la pensée mathématique des élèves, pour les entraîner dans des transformations conceptuelles ? Quelles seraient ces pratiques pertinentes et viables pour considérer les solutions proposées par les élèves et s'en servir pour les faire progresser, pour dégager ou faire dégager (par les élèves) les relations mathématiques qui ont été au cœur de l'activité offerte ?

## Conclusion

Notre expérience de superviseure de stage à l'UQAT, et par conséquent l'endossement d'une intention explicite de soutenir le développement professionnel de la stagiaire dans son caractère praxéologique, a passablement transformé notre manière d'envisager les rapports entre théorie et pratique. La logique de professionnalisation dans laquelle ce travail de supervision nous inscrit, nous a amenée à placer au cœur de nos préoccupations de formatrice les situations professionnelles, les tâches qui y sont définies par les praticiens en fonction des conditions d'exercice, ainsi que l'activité professionnelle qui s'y réalise. Cette expérience de supervision, abordée dans ce texte à partir de nos observations des pratiques en développement chez nos stagiaires, nous a convaincue au fil des ans de la nécessité de recentrer notre projet de formation autour des situations professionnelles propres au métier enseignant. Cela ne signifie pas que les savoirs didactiques en sont évacués, mais plutôt qu'ils sont considérés comme ressources dont la signification est à construire afin d'en faire des outils pertinents pour orienter et analyser l'activité professionnelle qui se vit et se met en œuvre en stage, qui s'évoque et se simule dans les cours.

De plus, cette centration sur les situations professionnelles comme objet de formation et moteur du développement professionnel a fait émerger plusieurs questions concernant notre rôle comme didacticienne des mathématiques autant dans le contexte des cours que dans celui des stages. Un questionnement d'abord au niveau des finalités et des contenus de formations qui, par ricochet, interroge notre légitimité comme formatrice. Quoiqu'on ne puisse considérer le formateur-didacticien universitaire comme membre de la communauté de pratique, il fait toutefois partie de la communauté éducative (Desgagné, 1998) qui a la charge de la formation des enseignants. Ainsi, à l'instar des praticiens, des conseillers et des gestionnaires pédagogiques, le formateur universitaire opère une certaine transposition des différentes prescriptions en fonction de leurs cadres de référence et offre, comme eux, un regard sur les situations professionnelles en termes de tâches attendues (Rogalski, 2003). Ces attendus orientent évidemment notre regard de formatrice universitaire sur le développement professionnel des stagiaires et organisent nos interventions.

Nos observations et notre choix de mettre les situations professionnelles au cœur de notre action nous amènent aussi à questionner les dispositifs, les modalités et les stratégies de formation dans les cours comme dans les stages. En effet, comment influencer le développement chez les stagiaires de significations nouvelles, enrichies, diversifiées au sujet des situations professionnelles et transformer leurs pratiques professionnelles en concordance avec ces nouvelles significations ? Comme didacticienne, nous allons évidemment souhaiter que la future enseignante mette en œuvre une pratique effective qui fasse une grande place aux considérations didactiques. En même temps, le choix d'entrer par les situations réelles d'exercice va exiger la prise en compte des coordinations nécessaires entre les différentes dimensions de la pratique (pédagogique, didactique, psycho-sociale, etc.). Cela interpelle notre projet de formation en termes de convergence et divergence de certaines propositions pédagogiques, psychopédagogiques et didactiques (Gattuso, 2000) qui constituent le paysage de la formation et appelle l'engagement des futures enseignantes dans un travail de négociation entre les divers enjeux et les finalités qu'elles redéfinissent.

Finalement, il nous semble essentiel de multiplier nos observations sur le développement professionnel des futures enseignantes en termes de significations construites en regard des situations professionnelles et en termes d'actions professionnelles qui y sont associées. La question demeure quant aux moyens qu'on se donne pour entreprendre ces observations, pour apprécier le développement dynamique des futures enseignantes dans les stages, dans les cours de didactique des mathématiques et sur ce qui nous permet de nous prononcer sur l'acquisition du métier.

## Références bibliographiques


Bednarz, N. & Perrin-Glorian, M-J. (2004). Formation à l’enseignement des mathématiques et développement de compétences professionnelles: articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. *Actes de Espace mathématique francophone*, Tozeur (Tunisie).

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée sauvage.

Desgagné, S. (1998). La position du chercheur en recherche collaborative : illustration de médiation entre culture universitaire et culture scolaire. *Recherche qualitative*, 18, 77-105.

Fortier, A. & Desrosiers, P. (1991). Les préoccupations personnelles de stagiaires en éducation physique au primaire. *Revue STAPS*, *26*(12), 47-59

Fuller, F. (1969). Concerns of Teachers: A Developmental Conceptualization. *American Educational Research Journal*, 6(2), 207-226.

Gattuso, L. (2000) Synthèse des commentaires et de la discussion. Dans P. Blouin & L. Gattuso (Eds.) *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (p. 89-97). Montréal: Éditions Modulo.

Mayen, P. (2002). Le rôle des autres dans le développement de l’expérience. *Éducation permanente*, 151, 87-107.

Mayen, P. (2012). Les situations professionnelles: un point de vue de didactique professionnelle. *Phronesis*, *1*, 59-67. doi :10.7202/1006484ar

MELS. (2009). *La progression des apprentissages au primaire*, Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports. Repéré à http://www1.education.gouv.qc.ca/progressionPrimaire/

MEQ. (2001a). *La formation à l’enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles*, Gouvernement du Québec, Ministère de l’éducation. Repéré à http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/reseau/formation_titularisation/formation_enseignement_orientations_EN.pdf

MEQ. (2001b). *Programme de formation de l’école québécoise*, Gouvernement du Québec, Ministère de l’éducation. Repéré à http://www1.education.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/primaire/

Ouellet, Y. (1997). Un cadre de référence en enseignement stratégique. *Vie pédagogique*, sept.-oct. 104, 4-11.

Pastré, P. (2006). Que devient la didactisation dans l’apprentissage des situations professionnelles ? Dans Y. Lenoir & M.-H. Bouillier-Oudot (dir.), *Savoirs professionnels et curriculum de formation* (p. 321-344). Québec: Presses de l’Université Laval.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l’enseignement comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23*, 343-388.

Tardif, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique. L'apport de la psychologie cognitive*. Montréal: Éditions logiques.

Vergnaud, G. (1996). Au fond de l’action, la conceptualisation. Dans J.-M. Barbier (dir.), *Savoirs théoriques et savoirs d’action* (p. 275-292). Paris: Presses universitaires de France, 1996.

## Annexe I

Extrait de *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* MEQ (2001a, p. 59).

# Chapitre 2

## La didactique des mathématiques au service du développement professionnel : analyse d'un dispositif de formation centré sur la planification

***Izabella Oliveira***
*Département d'études sur l'enseignement et l'apprentissage – CRIRES, Université Laval*
*Izabella.oliveira@fse.ulaval.ca*

### 1. Contexte de l'étude

#### *1.1. La mobilisation des compétences professionnelles lors de la formation à l'éducation préscolaire et l'enseignement primaire*[1]

La formation à l'enseignement au Québec est organisée autour de quatre années de formation universitaire. Elle comporte des cours à l'université et quatre stages dans les écoles. La formation des enseignant-es est organisée autour des 12 compétences professionnelles (voir annexe 1). Chez les futurs enseignant-es, ces compétences seront développées tout au long de leur formation et concernera tant la formation à l'université, par l'intermède des cours, que la formation lors des différents stages. Les compétences professionnelles sont rassemblées autour des axes[2] suivants : a) fondements, b) acte d'enseigner, c) contexte social et scolaire de même que d) identité professionnelle (Ministère de l'Éducation, 2001). Dans le cadre de ce texte, compte tenu de notre intérêt pour la situation de planification, nous allons nous centrer sur les compétences liées à l'acte d'enseigner, à savoir : concevoir et piloter des situations d'enseignement-apprentissage ; évaluer les apprentissages.

D'une manière générale, à l'Université Laval les cours de didactique des mathématiques s'articulent à la fois sur l'analyse des savoirs mathématiques et des concepts propres à la didactique dans le but de préparer les futurs enseignant-es à l'enseignement. Lorsqu'on intervient auprès des futurs enseignant-es du primaire, on doit la plupart du temps garder aussi une certaine attention sur la maitrise qu'ils ont des savoirs mathématiques qui devront être enseignés, le tout intégré dans une démarche d'appropriation et de développement de la profession enseignante. Voilà que ce n'est chose facile ni pour nous ni pour eux !

---

[1] À l'Université Laval le programme de formation à l'enseignement s'appelle « Baccalauréat en éducation au préscolaire et à l'enseignement primaire ».
[2] Pour mieux comprendre chacun des axes, voir annexe 1.

Parmi les différentes compétences qui devront être développées pendant la formation, il y en a une liée à l'acte d'enseigner qui s'intitule « Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre […] ». Derrière un libellé relativement simple se cache un ensemble de tâches particulièrement complexes du point de vue conceptuel. Dans ce qui suit, nous allons expliciter brièvement les connaissances nécessaires pour accomplir de façon pertinente et efficace la tâche de planification. Ensuite, il sera question des constats identifiés par Bacon (2017). Ces constats guident, d'une certaine manière, nos choix didactiques et pédagogiques en tant que formatrice lors de la formation des futurs enseignant-es.

### ***1.2. Les enjeux liés à la compétence « concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre »***

La mobilisation et mise en place efficace de cette compétence demandent au futur enseignant-e la maitrise d'un ensemble important d'aspects. Entre autres, selon le Ministère de l'Éducation (MEQ, 2001) le futur enseignant-e doit être en mesure de « sélectionner et interpréter les savoirs disciplinaires en ce qui concerne les finalités, les compétences, ainsi que les éléments de contenus du programme de formation ». Sa planification doit aussi tenir compte de « […] la logique des contenus et de la progression des apprentissages ». Pour que cette logique puisse être respectée, l'enseignant-e devra considérer « […] les préalables, les représentations […] des élèves dans l'élaboration des situations d'enseignement-apprentissage », il devra également « anticiper les obstacles à l'apprentissage des contenus à faire apprendre » et « choisir des approches didactiques variées et appropriées au développement des compétences visées […] ». (p. 75-83). La mobilisation de toutes les composantes de cette compétence, considérant différents contenus à faire apprendre et les différents niveaux scolaires, demande des connaissances didactiques et mathématiques substantielles de différents savoirs. Gérer toute cette complexité n'est pas chose facile. Néanmoins, comme le souligne Mayen (2012), c'est précisément le rôle de la formation d'outiller les professionnels à « s'approprier les situations pour pouvoir agir avec elles en découvrant les moyens de percevoir et d'agir en une sorte de meilleure connaissance de cause et un peu plus d'efficience lorsque c'est nécessaire » (p. 60-61).

### ***1.3. Les stages comme révélateur du développement professionnel chez les futurs enseignant-es***

Nous reprenons ici les constats développés par Bacon précédemment dans cet ouvrage afin de situer notre problématisation.

Dans son texte, l'auteure développe sa réflexion en se centrant sur quatre axes que nous détaillons par la suite. Ces axes lui permettent d'énoncer des constats ou des difficultés concernant certaines conceptions et manières de faire de futurs enseignant-es en situation de stage, surtout dans ce qui touche les situations de planification. Nous y retrouvons : la formulation de l'intention pédagogique, la difficulté à analyser le potentiel mathématique de la tâche, la définition du rôle que doit jouer la situation dans le processus d'apprentissage (dialectique outil-objet) et l'évaluation des apprentissages.

En ce qui concerne la préparation du projet d'enseignement (planification des situations), les futurs enseignant-es présentent des difficultés à circonscrire les objets d'apprentissage pour leurs élèves. Cette difficulté est souvent identifiée lors de la formulation de l'intention pédagogique. Le choix de la situation d'apprentissage est aussi une étape particulièrement problématique. À ce moment, le futur enseignant-e devra choisir les types d'activités qui permettront à l'élève d'atteindre l'intention annoncée. La plupart du temps, ces activités sont choisies en fonction des dimensions psychosociales, motivationnelles. On voit beaucoup plus rarement une signifiance qui relève de la pertinence mathématique et didactique de la situation ou encore du potentiel d'apprentissage qu'on pourrait prêter à la situation en lien avec le savoir en jeu. Ceci découle d'une difficulté à analyser le potentiel mathématique d'une tâche et à la choisir en fonction de ce potentiel. Un dernier élément porte sur le rôle que doit jouer la situation. En effet, celles qui seront proposées vont surtout prendre la forme des situations dans lesquelles les élèves appliquent un processus déjà appris. Il s'agit donc de situations de réinvestissement pour lesquelles les élèves disposent d'un modèle de résolution. Bacon observe que lors du pilotage d'une situation par les stagiaires, ceux-ci sont centrés sur la réussite de la situation par les élèves et que les aspects davantage liés au développement du concept au fil du temps sont rarement pris en considération. Cet aspect témoigne d'une certaine manière de leur conception de l'apprentissage des mathématiques chez les élèves. Bacon a également constaté que les situations d'évaluation proposées sont aussi indicatrices de certaines conceptions et liées à des difficultés nommées précédemment. Par exemple, un énoncé de problème mettant en jeu une soustraction et un exercice sur lequel apparait une série de soustractions disposées à la verticale selon le processus conventionnel représenteront toutes deux des manières de rendre compte de la compréhension de la soustraction par les élèves. La stagiaire dira de l'élève qui réussit ou ne réussit pas l'une ou l'autre de ces situations qu'il comprend ou ne comprend pas la soustraction. Selon l'auteure, ceci permettrait de croire que pour la stagiaire, la performance de l'élève est appréciée sans la mettre en relation avec le niveau de complexité de la situation. En ce sens, la compréhension du concept passe par la maitrise du processus conventionnel de résolution. Or, nous savons que les deux ne sont pas nécessairement liés.

En tant que formatrice, nous faisons les mêmes constats que Bacon dans son article. Ces observations ont été l'élément déclencheur des questions que nous nous sommes posées afin de trouver des moyens pour y remédier dans notre pratique. Ces questions nous ont amenée à réfléchir sur les questions suivantes : comment développer les compétences liées à la planification des situations d'enseignement-apprentissage en mathématiques ? Comment conjuguer le développement de ces compétences et l'appropriation liée à un usage raisonné des notions propres à la didactique des mathématiques ? Comment préparer les futurs enseignant-es à gérer toute la complexité liée à la planification en mathématiques ? Plus précisément, ce travail a un double objectif : d'abord, expliciter la mise en place d'un dispositif de formation centré sur le développement de la compétence à planifier en mathématiques. Ensuite, documenter le point de vue des futurs enseignant-es sur la tâche de planification en mathématiques et identifier les éléments concernant la planification qui méritent d'être mieux développés dans le cadre de la formation à l'enseignement. Dans cet article, nous essayerons d'apporter des éléments de réponses par l'analyse de la mise en place d'une démarche de planification (Wiggins & McTighe, 2006)[3].

## 2. Outillages théoriques

Dans un contexte où la formation à l'enseignement s'appuie sur le développement de compétences professionnelles, développer ces différentes compétences devient l'enjeu central. Selon Perrenoud (1995), « les compétences renvoient à des savoir-faire de haut niveau qui exigent l'intégration de multiples ressources cognitives dans le traitement de situations complexes » (p.20). Dans le cadre de cet article, nous allons nous appuyer sur certains concepts mobilisés dans la double approche (Robert & Rogalski, 2002). Cette approche croise des éléments de la psychologie ergonomique et une analyse didactique, entre autres du potentiel mathématique des activités proposées aux élèves basée sur la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1998 ; Robert & Rogalski, 2002) qui prend en considération le contenu mathématique abordé.

D'entrée de jeu, il est important de situer le rôle qui est attribué à l'enseignant, dans notre cas, l'enseignant de mathématiques. Ainsi, cet enseignant est vu comme « un acteur engagé dans une situation de travail particulière : celle d'enseigner à des élèves un contenu mathématique donné, dans un contexte institutionnel particulier » (Rogalski, 2003, p. 347).

Le métier d'enseignant intègre différentes familles de tâches. Parmi ces différentes familles, certaines font référence aux activités qui ont lieu en absence de l'élève et d'autres en présence des élèves (Beckers, 2007). Dans ce texte, nous nous attarderons aux tâches qui ont lieu en l'absence de l'élève soit à la tâche de planification de l'apprentissage et son évaluation dans un contexte de formation à l'université.

### *2.1. La tâche de planification*

Une des composantes de l'activité de l'enseignant-e consiste à donner aux élèves des tâches à accomplir. Ces tâches doivent amener l'élève à développer une certaine activité qui peut avoir un effet sur le déroulement de la classe, sur certaines connaissances de l'élève lui-même ou sur les savoirs en jeu (Rogalski, 2003). Le choix de ces tâches est fait, par l'enseignant, lors de la planification de son enseignement. Chez les futurs enseignant-es, il y a une certaine méconnaissance de la complexité liée à l'acte de planifier. Pour certains, la planification consiste dans la mise en place d'une séquence d'étapes bien définies et, la plupart du temps, dictée par la séquence présentée dans les manuels scolaires (Bacon, 2017). Cette manière de voir la planification renvoie davantage à une planification basée sur le déroulement de la classe que sur la gestion des apprentissages des élèves (connaissances et savoirs en jeu).

[3] Cette démarche a été adaptée pendant quelques années par Viau-Guay (2011) dans le cadre du cours DID-6006-Planification de l'enseignement au collégial à l'université Laval. Ensuite, nous l'avons, à notre tour, adaptée pour intégrer des éléments propres à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

#### 2.1.1 La notion de tâche

Dans la double approche, la notion de tâche a un sens bien précise elle porte sur c' « est ce qui est à faire, des buts à atteindre » (Rogalski, 2003, p. 349). L'auteure soulignera que faire acquérir par les élèves des notions en mathématiques telles les longueurs, les fractions, la notion de temps, par exemple, sont des buts à atteindre. Donc, dans une situation de planification, l'enseignant-e doit toujours être en mesure d'indiquer quelle tâche doit être accomplie. Cette tâche sera identifiée par *l'intention pédagogique*. En ce sens, il faut être attentif à ne pas confondre tâche dans son sens ergonomique et tâche dans le sens courant du terme où l'on peut lire « les tâches qu'on proposera à l'élève ». Cette confusion entre ce qui doit être acquis par l'élève et les moyens pour favoriser l'atteinte de ce but est souvent identifiée dans des planifications.

#### 2.1.2 La notion d'obstacle

Dans une situation de planification, l'enseignant-e sera appelé à identifier les différents obstacles pouvant interférer avec le but à atteindre. Selon Brousseau (2010) un obstacle peut être défini comme étant

> Un ensemble de difficultés d'un actant (sujet ou institution), liées à « sa » conception d'une notion. Cette conception a été établie par une activité et par une adaptation correcte, mais dans des conditions particulières, qui l'ont déformée ou qui en ont limité la portée. Les difficultés créées par cette conception sont liées par des « raisonnements », mais aussi par les nombreuses circonstances où cette conception intervient. (p. 4)

Avec l'intention d'amener les futurs enseignant-es à prendre conscience de toute la complexité liée à la planification et, d'une certaine manière, d'ancrer ce que nous faisons en classe de didactique à des situations liées au quotidien d'un enseignant-e, nous avons mis en place dans le cadre du cours DID-2014 *Didactique des nombres rationnels et de la mesure*, une démarche de planification d'une séquence d'enseignement (Viau-Guay, 2011). Ce choix a provoqué un changement dans la manière d'ancrer les savoirs didactiques dans le cours. Le cours est passé alors d'une approche centrée sur les contenus mathématiques à une approche centrée sur les situations professionnelles (Pastré, Mayen & Vergnaud, 2006).

Dans ce qui suit, nous présenterons, dans un premier temps, la manière par laquelle cette démarche de planification a été opérationnalisée en classe. Ensuite, il sera question de la collecte et de l'analyse des données.

## 3. Méthodologie

### *3.1. La démarche de planification*

Dans le cadre du cours DID-2014 *Didactique des nombres rationnels et de la mesure*, nous avons adapté la démarche développée par Viau-Guay (2011) pour tenir compte des aspects propres à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans le paragraphe qui suit, nous présenterons cette démarche, ainsi que la forme qu'elle a prise dans le contexte particulier de notre cours.

#### 3.1.1. Les étapes de la démarche de planification

Elle est organisée autour de cinq grandes étapes. Il est important de mentionner que l'ordre de ces étapes n'est pas rigide. Néanmoins, les prises de décision faites ont, certes, une influence sur l'étape suivante. Les étapes abordées dans cette démarche sont :

1. Établir les cibles d'apprentissage
2. Établir ce qui permettra d'évaluer l'atteinte des apprentissages ciblés
3. Planifier les apprentissages
4. Produire / sélectionner le matériel didactique[4]
5. Réaliser un bilan et cibler des pistes d'amélioration

Pour chacune de ces étapes, il y a un certain nombre de prises de décisions et des tâches qui devront être faites.

**Première étape :** Établir les cibles d'apprentissage. Le futur enseignant-e devra définir ce qu'il veut que les élèves apprennent en nommant l'intention d'apprentissage visée. Dans le cadre d'une séquence d'enseignement comptant plusieurs activités, il devra également identifier l'intention d'apprentissage spécifique à chacune des activités données aux élèves. Il est important de mentionner que l'ensemble de ces intentions spécifiques devra faire en sorte que l'intention d'apprentissage principale soit atteinte. Il devra aussi identifier les contenus disciplinaires[5] en lien avec cette intention d'apprentissage. Le futur enseignant-e devra connaitre les contenus mathématiques abordés et la manière dont ils s'enchainent entre eux afin de bien situer la progression des apprentissages et pouvoir reconnaitre ce qui devra être acquis par l'élève à un moment donné de sa scolarité au primaire (développement du concept). L'identification de ce qui devra être appris par l'élève guidera les autres prises de décision (choix de l'enseignant) tout au long de la construction de la séquence d'enseignement.

**Deuxième étape :** Établir ce qui permettra d'évaluer l'atteinte des apprentissages ciblés. Le futur enseignant-e devra établir ce qui lui permettra d'évaluer les apprentissages des élèves en lien avec les intentions nommées. Il devra préciser comment cette évaluation sera faite (formative ? Sommative ? Individuelle ? En groupe ? Une ou plusieurs évaluations ? À quel moment ?), et il devra identifier des critères d'évaluation. Il devra également choisir le type de tâche qui sera donnée aux élèves (répondre oralement à des questions, résoudre un problème, etc.). Autant de questions sur lesquelles les futurs enseignant-es devront se pencher.

[4] Au Québec le terme « matériel didactique » est utilisé comme étant un synonyme de « ressource didactique ».
[5] Savoirs essentiels.

**Troisième étape :** Planifier les apprentissages. Le futur enseignant-e devra planifier les situations (activités) qui favoriseront les apprentissages recherchés. Il devra, entre autres, sélectionner la ou les formules pédagogiques appropriées en fonction des intentions d'apprentissage poursuivies. Il devra également planifier le déroulement de chacune des activités prévues, et ce en considérant les intentions d'apprentissages spécifiques nommées. Pour planifier le déroulement, il devra anticiper la durée de chaque activité, les difficultés (procédurales, conceptuelles ou autres) qui peuvent être rencontrées par les élèves, des pistes de solutions dans le cas où ces dernières apparaissent. Il devra aussi expliciter quel sera son rôle en tant qu'enseignant-e, ainsi que le rôle qui devra être joué par les élèves (explicitation des attentes).

**Quatrième étape :** produire/sélectionner le matériel didactique. Le futur enseignant-e devra produire ou sélectionner le matériel nécessaire. Ce choix devra, encore une fois, être justifié et être en lien direct avec l'intention d'apprentissage nommée. Il devra se questionner quant à l'adéquation de la tâche donnée et du matériel choisi pour l'atteinte de l'intention ciblée.

**Cinquième étape :** réaliser un bilan et cibler des pistes d'amélioration[6]. Après chaque période en classe, le futur enseignant-e prend en note des écarts par rapport au déroulement planifié (temps attribué à une activité, gestion des interactions en classe, choix d'un problème, etc.). Les notes peuvent également considérer les difficultés rencontrées par les élèves ou par lui-même en tant qu'enseignant-e dans la planification ou le pilotage de la tâche. Il consigne aussi des éléments qui ont bien fonctionné ou qui méritent des changements avant d'être réutilisés. Ce retour sur le travail en classe, à propos d'une planification spécifique, favorise un retour immédiat sur son travail ainsi que sur celui des élèves. Il fait en sorte que lorsque ce contenu devra être abordé à un autre moment, il n'aura pas besoin de compter uniquement sur sa mémoire et ses souvenirs.

### *3.2. La démarche de planification à l'intérieur du cours Didactique des nombres rationnels et de la mesure*

Afin de préciser le contexte québécois, notons qu'un cours de 3 crédits correspond à 45 heures de cours. Dans notre cours, ceci équivaut à 15 rencontres de 3 heures chacune.

#### 3.2.1. <u>L'introduction de la démarche de planification</u>

Elle a été faite au premier cours de la session. À ce moment, chacune des étapes, ainsi que la grille de planification[7], ont été présentées en détail. Le travail sur la situation de planification a pris la

[6] Compte tenu du fait que les planifications n'ont pas été expérimentées dans le cadre du cours, cette étape ne sera pas développée dans la planification. Par conséquent, elle ne sera pas abordée dans les analyses dans ce texte.

[7] La grille de planification privilégiée est celle utilisée par les futures enseignantes en contexte de stage. Il est à noter néanmoins, que nous avons ajouté des éléments propres à la planification en mathématiques. Cette grille est présentée en annexe.

forme d'un retour en fin de séance. Les futurs enseignant-es devaient alors identifier à quelles étapes de la planification contribuaient les différentes activités faites en classe.

**Exemple de la mise en place de la démarche de planification**

L'exemple qui sera explicité a eu lieu à la deuxième semaine de cours. Cet exemple porte sur l'étude des activités de mesure de longueur et décrit le déroulement de la séance.

***1re partie du cours*** *:* Retour sur une vidéo où on aborde une séquence d'enseignement de la mesure de longueur dans une classe de 2^e^ année du primaire et approfondissement du texte à l'appui (Bednarz & Janvier, 1984). Ayant comme base la vidéo, les futures enseignantes devaient, entre autres, identifier :

- Les compétences mathématiques développées
- L'intention d'apprentissage ciblée
- L'activité mathématique des élèves (stratégies mobilisées, difficultés identifiées)
- L'activité enseignante (manière de gérer les différentes tâches, les échanges avec les élèves)
- Les moments d'évaluation (moments permettant de faire de l'évaluation formative)

***2^e^ partie du cours*** *:* Analyse d'activités portant sur la mesure de longueur dans des manuels scolaires. Lors de cette activité, les futurs enseignant-es devaient réinvestir les éléments abordés précédemment dans analyser d'activités proposées dans des manuels scolaires.

À la fin du cours, après que plusieurs activités aient été faites en classe, les futurs enseignant-es étaient appelé-es à répondre quelques questions. Parmi elles on retrouve :

- Quelles compétences professionnelles ont été mobilisées ?
- Sur quelles étapes de la planification avez-vous travaillé aujourd'hui ?

Les enjeux liés à ces questions sont directement associés à la formation à la planification de l'enseignement. Ainsi, les futurs enseignant-es sont amené-es à penser la planification comme un moment crucial de l'activité enseignante où un nombre important de prises de décisions est nécessaire. Ces prises de décisions seront, à un moment ou à un autre, liées aux étapes de la démarche de planification. Dans la séance présentée, trois étapes ont été travaillées explicitement et en profondeur.

La manière selon laquelle les différentes étapes de la démarche de planification sont organisées sollicite des connaissances approfondies et de différentes natures. Ainsi, pour concevoir une situation, il faut être en mesure de produire/sélectionner le matériel (étape 4). Pour sélectionner le matériel, il faut analyser les tâches proposées d'un point de vue conceptuel (mathématique) et didactique en fonction des cibles d'apprentissages identifiées (étape 1) et des difficultés (procédurales et conceptuelles) les plus récurrentes (étape 3).

3.2.2. Le réinvestissement de la démarche de planification

Cette démarche a été réinvestie tout au long de la session. Chaque séance mettait l'emphase sur des étapes différentes de manière à familiariser les futurs enseignant-es avec leur imbrication et ce à quoi elles peuvent ressembler lorsqu'elles sont mobilisées dans l'exercice quotidien du métier d'enseignant.

À la fin de la session, les futurs enseignant-es devaient remettre un travail de planification. Ce travail devait porter sur la planification d'une séquence d'enseignement-apprentissage comptant de 4-5 séances[8]. Un retour réflexif sur l'acte de planifier et sur la démarche de planification mise en place dans le cadre du cours faisait partie du travail qui devait être remis.

## 4. Recueil et analyse des données

### *4.1. Recueil de données*

Comme mentionné, les futurs enseignant-es devaient remettre un travail de planification d'une séquence d'enseignement-apprentissage en mathématiques à la fin de la session. Dans ce travail, la troisième partie portait sur une analyse réflexive. Plus précisément, les futurs enseignant-es devaient faire une réflexion sur la situation de planification et formuler des perspectives de développement professionnel.

Pour aider les futurs enseignant-es dans leur réflexion, certaines questions ont été suggérées. Concernant la planification :

- Ai-je éprouvé des difficultés lors de la planification de cette séquence d'enseignement/apprentissage ? Lesquelles ? Pourquoi ?
- Est-ce que j'anticipe des difficultés dans la mise en œuvre de cette planification en situation réelle d'enseignement au primaire ? Lesquelles ?
- Cette séquence peut-elle être comparée à ce que j'ai déjà observé chez mon enseignant associé lors de mes stages ? À ce que j'ai déjà vécu comme apprenant-e (si je ne suis pas en stage) ? En quoi est-elle semblable/différente ?
- Cette séance me ressemble-t-elle ? Reflète-t-elle ma vision de ce que je souhaite être comme enseignant-e ? En quoi ? Pourquoi ?

Concernant les perspectives de développement professionnel :

- Quelles sont les dimensions de la planification pédagogique au préscolaire et au primaire que j'ai l'impression de bien maitriser à ce stade-ci de mon apprentissage ?
- Quelles sont les dimensions de la planification pédagogique au préscolaire et au primaire avec lesquelles je me sens moins à l'aise ?

[8] La plupart du temps, une séance d'enseignement équivaut à la mise en place et au développement d'une activité auprès des élèves.

- Comment pourrais-je y remédier dans le futur (dans ma formation, dans ma vie professionnelle) ?

### *4.2. L'analyse de données*

Tous les futurs enseignant-es ont participé à l'étude par la remise d'un travail fait en équipe de 3 membres chacune. Nous avions ainsi 15 équipes. En vue de l'analyse de données, seule la section finale du travail portant sur l'analyse réflexive a été considérée. Toutes les autres sections du travail (analyse conceptuelle, planification de la séquence, activités proposées) ont été exclues des données aux fins de cet article.
Les réflexions des équipes ont été découpées en unités de sens significatives de manière à rendre compte des éléments abordés. Ceci permet d'identifier les idées qui caractérisent leurs propos pour chacune des questions. À partir des idées abordées, nous avons codé le discours des futurs enseignant-es à l'aide du logiciel *QDA Miner*.

## 5. Résultats

Les résultats seront présentés selon les quatre grands axes : « origine des difficultés », « nature des difficultés », « ressources nommées » et « nature des apprentissages ».

Dans le tableau suivant (Tableau 1), nous aborderons de manière groupée les unités de sens significatives répertoriées. Au total 167 unités de sens significatives ont été répertoriées. Ces catégories ont été par la suite regroupées par rapport aux catégories auxquelles les futurs enseignant-es font référence de manière à faire ressortir les grands axes abordés dans leur discours.

**Tableau 1- Catégories, sous-catégories, nombre d'occurrence d'unités de sens par catégorie et pourcentage de chaque code par rapport au nombre total d'unités de sens documentées**

| Catégories d'unités significatives | Sous-catégories d'unités significatives | Nombre d'unités de sens documentées | % de codes par catégorie/codes totaux |
|---|---|---|---|
| **Origine des difficultés** | Liées à l'expérience | 7 | |
| | Liées à l'outil de planification | 2 | |
| ***Sous total*** | | ***9*** | ***5,39%*** |
| **Nature des difficultés** | Liées à la conception d'une planification | 32 | |
| | Liées aux concepts | 25 | |
| | Liées à l'enseignement | 11 | |
| ***Sous total*** | | ***68*** | ***40,71%*** |
| **Ressources nommées** | Liées au milieu de pratique | 31 | |
| | Liées au milieu universitaire | 12 | |
| | Liées aux documents officiels/scolaires | 9 | |
| ***Sous total*** | | ***52*** | ***31,14%*** |
| **Apprentissages effectués** | Liés à la planification | 19 | |
| | Liés à l'enseignement | 7 | |
| | Liés au concept | 4 | |
| | Liés aux exigences du milieu | 8 | |
| ***Sous-total*** | | ***38*** | ***22,76%*** |
| ***Total*** | | ***167*** | ***100%*** |

D'une façon générale, les futurs enseignant-es nomment surtout des éléments liés aux difficultés rencontrées. Ces éléments sont suivis de ceux faisant référence aux ressources nommées afin de surmonter ces difficultés. Finalement, il est question des apprentissages effectués à travers cette activité. Nous pouvons noter également que le plus grand nombre d'unités de sens répertoriées fait référence à la planification et à l'expérience en milieu de pratique. Dans ce qui suit, nous présenterons, en détail, l'analyse de ces catégories.

### *5.1. Origine et nature des difficultés*

Selon les futurs enseignant-es participant à cette étude, les difficultés vécues sont dues au manque d'expérience. Elles diront par exemple « *Étant donné que nous n'avions pas enseigné les fractions dans notre stage à ce cycle, prédire les incompréhensions des élèves n'était pas simple* » (cas #15), ou (encore) « *l'expérience professionnelle manque à notre bagage pédagogique afin que nous* *puissions rapidement déceler l'intention précise d'une période donnée* » (cas #12). Ces deux exemples témoignent de l'importance attribuée à l'expérience en classe.

En ce qui concerne la nature des difficultés, deux sous-catégories ressortent. D'abord, celle liée à la conception et à la planification d'une situation d'apprentissage et d'évaluation - SAÉ (32/68 unités de sens) et l'autre liée aux concepts mathématiques abordés dans la SAÉ (25/68 unités de sens).

Lorsqu'on analyse plus en profondeur la conception et la planification de la SAÉ, nous pouvons noter que les éléments les plus nommés concernent la cohérence interne de la séquence (12/32 unités de sens). En ce sens, pour respecter l'intention d'apprentissage ciblée tout au long de la séquence, il est nécessaire de garder la cohérence entre les différences activités proposées. Chacune de ces activités a une intention d'apprentissage spécifique et c'est l'ensemble de ces intentions spécifiques qui devront mener à l'atteinte de l'intention d'apprentissage de la SAÉ. Dans le discours des futurs enseignant-es on lira par exemple « *il nous a été difficile de cibler l'intention générale de notre SAÉ* » (cas #15), ou (encore) « *les difficultés que nous avons éprouvées lors de la planification de notre séquence d'enseignement concernaient la rédaction d'intentions d'apprentissage spécifiques* » (cas #12). Plusieurs font aussi référence à la gestion du temps comme étant quelque chose de difficile pour eux (7/32 unités de sens).

Le tableau suivant permet d'observer la répartition des unités de sens dans les différentes sous-catégories identifiées. Ces sous-catégories se rapportent à la catégorie conception d'une planification dans *Nature des difficultés*.

**Tableau 2- Sous-catégories liées à la conception d'une planification - nature des difficultés rencontrées**

| Sous-catégories documentées | Occurrences dans le discours |
|---|---|
| Cibler intention d'apprentissage | 6 |
| Évaluer les apprentissages | 3 |
| Garder cohérence interne | 12 |
| Proposer activités/approches innovatrices | 5 |
| Gestion des étapes de la planification | 1 |
| Gestion du temps | 7 |
| Gestion de la grille de planification | 3 |
| Gestion de la classe | 1 |

L'analyse permet de constater aussi que tout ce qui touche les concepts mathématiques est un élément qui, selon les futurs enseignant-es, génère des difficultés. Les étudiant-es soulèveront, par exemple, une difficulté liée à l'anticipation des connaissances préalables des élèves (13/25 unités de sens) : « *Nous sommes moins à l'aise avec les connaissances acquises. En fait, il est difficile pour nous de savoir où en sont les élèves* » (cas #1). Pouvoir situer les apprentissages des élèves demande une compréhension approfondie de la manière selon laquelle l'apprentissage d'un concept se développe à l'intérieur de l'école primaire. Dans le même ordre d'idées, certain-es font référence au fait qu'identifier les connaissances préalables ou respecter les spécificités du concept lors de la planification de la SAÉ leur pose problème : « *Nous aurons également à nous pencher davantage sur la composition des différents programmes pour des concepts précis. Une bonne planification nécessite une connaissance du cheminement des élèves, ainsi que du contenu mathématique dans le but de bien répondre aux besoins et aux questionnements des élèves* » (cas #9).

Le tableau suivant permet d'observer la répartition des unités de sens dans les différentes sous-catégories identifiées liées aux concepts dans *Nature des difficultés*.

**Tableau 3-Sous-catégories liées aux concepts - nature des difficultés rencontrées**

| Sous-catégories documentées | Occurrences dans le discours |
|---|---|
| Identifier les connaissances préalables | 5 |
| Anticiper les difficultés des élèves | 13 |
| Identifier savoirs essentiels et compétences | 1 |
| Respecter les spécificités du concept | 6 |

Les difficultés liées à l'enseignement sont les moins nombreuses du point de vue des futurs enseignant-es (11/68 unités de sens). Ceci va de pair avec leur perception des étapes de la planification qu'ils maitrisent le plus, soit celles liées aux étapes de la planification[9]. Nous pouvons noter que l'aspect qu'ils considèrent comme étant le plus difficile est la gestion du temps en classe.

**Tableau 4-Sous-catégories liées à l'enseignement - nature des difficultés rencontrées**

| Sous-catégories documentées | Occurrences dans le discours |
|---|---|
| Gestion du temps | 7 |
| Gestion du matériel | 1 |
| Gestion de la classe | 1 |
| Manque d'expérience en enseignement | 2 |

### 5.1.1. <u>Ressources nommées</u>

Les ressources nommées ont trois origines différentes : le milieu de pratique, le milieu universitaire et les documents officiels ou scolaires (voir tableau 1). Dans ce qui suit, nous présentons à quoi les futurs enseignant-es se réfèrent lorsqu'il est question des ressources possibles pouvant les aider à surmonter les difficultés nommées.

D'une manière générale, les futurs enseignant-es considèrent que la première ressource à leur disposition vient du milieu de pratique (31/52 unités de sens). Ils nomment par exemple : Expérience en stage *« En effet, nous pensons que nos deux précédents stages ainsi que le*

[9] Cet aspect sera abordé plus loin dans le texte.

*commencement du troisième stage nous ont permis de nous pratiquer et de tester des activités en classe afin de parfaire notre pratique »* (Cas #6). Un autre élément qui ressort est celui lié aux expériences futures, on pourra lire par exemple : *« Au fil du temps, avec notre expérience professionnelle, nous pourrons pallier à ces difficultés. Plus nous allons acquérir de l'expérience, plus nous allons être en mesure de cibler convenablement l'intention spécifique d'une période d'enseignement. Cela deviendra instinctif et naturel, car nous allons mieux connaitre le PFÉQ, mieux maitriser l'évolution du parcours académique ainsi que mieux connaitre les processus d'apprentissage. D'ici ce temps, nous pouvons questionner nos enseignants associés afin de développer des stratégies qui nous aideront à anticiper »* (Cas #12).

On note que les futurs enseignant-es attribuent une grande importance aux expériences en classe. De ce fait, ils n'envisagent pas l'apport possible d'autres ressources telles les cours universitaires (12/52 unités de sens) ou encore les documents écrits tels les articles et les documents officiels (9/52 unités de sens).

5.1.2. <u>Nature des apprentissages</u>

Selon les futurs enseignant-es, leurs principaux apprentissages touchent les aspects liés à la planification (19/38 unités de sens). Ils feront référence, entre autres, à favoriser la progression des apprentissages *« Rendues à ce stade, nous pensons être en mesure de créer des situations significatives qui répondent généralement bien aux intentions premières, de créer une chaîne d'apprentissage significative et complète, dans laquelle chaque activité est la suite de la précédente et la prémisse de la suivante »* (Cas #6). Plusieurs ont également mentionné l'importance de l'acte de planifier. L'extrait ci-dessous donne, à notre avis, un aperçu important des attentes d'apprentissage que nous avions avec la mise en place de la démarche de planification :

> En définitive, l'élaboration de la SAÉ sur l'addition de fractions nous a permis d'avoir un regard critique sur notre future profession. En effet, passer par chacune des étapes de planification nous a permis de voir quelles seront nos difficultés et nos forces sur le marché du travail. Depuis le début de notre formation enseignante, nous avons eu des modèles d'enseignants expérimentés qui ne prenaient pas le temps de décortiquer chacune des étapes. Ainsi, nous avons appris à planifier sans nous attarder aux détails. Toutefois, dans ce travail, nous avons compris qu'il était tout aussi important d'anticiper et de prévoir que d'élaborer l'entièreté de la SAÉ. Il faut se questionner pour distinguer ce qui peut être signifiant pour l'élève de ce qui peut être occupationnel. En ce sens, nous devons rendre les élèves actifs et maximiser leur temps d'engagement cognitif. Une fois que notre planification sera une force, nous pourrons travailler sur la manière d'expliquer les mathématiques. Au lieu de nous concentrer sur le contenu à enseigner, nous serons en mesure de porter notre attention sur les apprenants. Cette amélioration sera gagnante autant pour les élèves que pour nous. (Cas #12)

Malgré le fait qu'un grand nombre de futurs enseignant-es soulignent qu'une des grandes difficultés concerne des éléments liés à maitrise du concept, peu d'entre eux explicitent leurs apprentissages concernant les concepts (4/38 unités de sens) *« Ce travail nous a finalement permis de voir l'importance de se baser sur les difficultés des élèves pour réaliser une séquence d'enseignement »* (Cas #15).

Le nuage de mots présenté ci-dessous permet d'identifier les éléments nommés lorsque les futurs enseignant-es se prononcent tant sur leur expérience de planification d'une séquence d'apprentissage et évaluation en mathématiques que sur la démarche de planification. Pour faciliter la lecture du nuage des mots nous indiquerons à quelle catégorie chaque ligne fait référence : Ligne 1 : origine des difficultés; Lignes 2 à 6 : nature des difficultés; Lignes 6 à 10 : ressources nommées; Lignes 10 à 13 : nature des apprentissages.

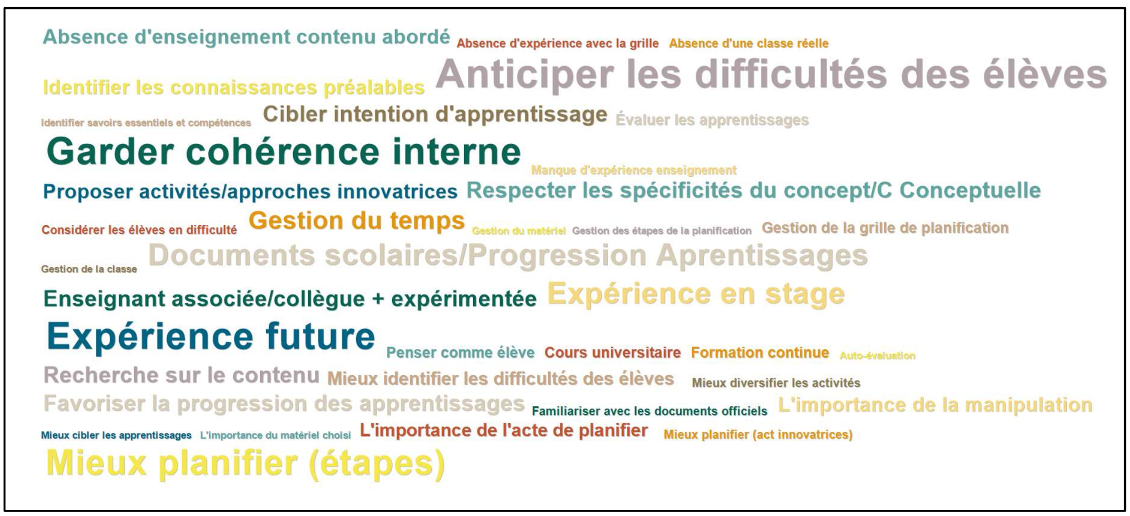



**Figure 1- Nuage de mots des éléments abordés dans l'analyse réflexive**

Comme discuté dans les sections précédentes, les éléments liés à l'anticipation des difficultés des élèves sont considérés comme étant difficiles. Lors de préparation de la planification, la difficulté principale repose sur l'identification et le respect de l'intention d'apprentissage, ainsi que sur le besoin de garder la cohérence interne de l'ensemble de la séquence. Nous pouvons noter également que parmi les ressources nommées celles qui ressortent le plus se réfèrent à l'expérience d'enseignement, soit en situation de stage ou lorsqu'ils seront des enseignants.

Donc, on pourrait dire que les futurs enseignant-es considèrent les éléments liés aux concepts mathématiques comme étant difficiles. Cette difficulté apparait soit par l'identification de difficultés possibles des élèves, soit par la structuration de la séquence d'enseignement en termes de cohérence entre les différentes activités proposées. Ces difficultés renvoient à la compréhension du développement du concept mathématique en question. Lorsqu'on observe les ressources qui sont nommées pour les aider à surmonter ces difficultés, on note qu'il s'agit principalement de ressources qui viennent du milieu de pratique telle l'expérience future, comme stagiaire ou enseignante. Nous notons ainsi que la formation universitaire n'apparait pas ou que très peu dans leur discours comme étant d'un apport important.

## 6. Discussion

Dans une visée de professionnalisation de l'enseignement, cet article découle d'un besoin de mieux outiller les futurs enseignant-es à l'acte de planifier par la mise en place, dans un cours de didactique des mathématiques, d'une démarche de planification. Après la présentation des résultats, cet article a une double contribution : d'abord il documente le point de vue des futurs enseignant-es sur la tâche de planification en mathématiques à partir de la mise en place d'une démarche de planification. Ensuite, il permet d'identifier des éléments concernant la planification qui méritent d'être mieux développés dans le cadre de la formation à l'enseignement.

L'analyse des données met en évidence certaines difficultés présentes chez les futurs enseignant-es quant à la maitrise de concepts. Ceci pourrait expliquer la difficulté annoncée par Bacon (2017) dans son article concernant l'analyse du potentiel mathématique d'une activité. Cette difficulté aurait comme conséquence une centration sur des dimensions psychosociales et motivationnelles chez les futurs enseignant-es lors du choix des activités à donner aux élèves.

On a pu observer également une grande importance attribuée au milieu de pratique comme source d'information et de formation. Sans vouloir diminuer l'importance de la pratique, nous considérons qu'un équilibre entre ces deux milieux de formation, universitaire et de pratique, est nécessaire pour favoriser une formation plus complète. Car, dans une perspective de développement de compétences professionnelles, les apports de la recherche et du praticien se complètent. Dans une optique de formation à l'enseignement, on pourrait envisager les propos de Desgagné, Bednarz, Lebuis, Poirier, et Couture (2001) comme étant un travail de partenariat entre chercheur-formateur universitaire et le praticien visant à contribuer au développement de la pratique enseignante chez les futurs enseignant-es. Ce partenariat prend forme dans les allers-retours entre les cours universitaires et les stages à l'école. Ainsi, chacun a sa fonction et sa contribution dans la formation et l'équilibre serait alors retrouvé. Lorsque ceci serait atteint, on ne retrouverait plus dans le discours des futurs enseignant-es une importance plus grande attribuée à l'expérience comme ressource principale aux problèmes susceptibles d'être rencontrés. Cette importance se manifeste comme suit dans les mots de nos futurs enseignant-es « *Au fil du temps, avec notre expérience professionnelle, nous pourrons pallier à ces difficultés* ». Ceci étant dit, quelles pistes de solution peuvent être envisagées dans la formation à la profession enseignante ?

En ce qui concerne le formateur, nous rappelons que le point de départ de cette étude a été les questions suivantes : comment développer les compétences liées à la planification des situations d'enseignement-apprentissage en mathématiques ? Comment conjuguer le développement de ces compétences et les apprentissages des notions propres à la didactique des mathématiques ? Comment préparer les futures enseignantes à gérer toute la complexité liée à la planification en mathématiques ? D'une façon générale, la mise en place de la démarche de planification imbriquée à différentes tâches, didactiques et mathématiques, abordées dans notre cours a permis de répondre à plusieurs de ces questions. Néanmoins, nos analyses ont fait émerger d'autres questions. Dans ce qui suit, nous allons aborder deux de ces questions que nous considérons comme étant les plus sensibles : l'influence de la compréhension de concepts mathématiques dans la construction d'une séquence d'enseignement et le milieu de pratique comme étant l'espace de formation privilégié par les futurs enseignant-es.

De notre point de vue, la difficulté perçue par les futurs enseignant-es concernant l'intention d'apprentissage (cibler l'intention ou garder la cohérence interne de la séquence de manière à respecter l'intention nommée) découle, en partie, d'une faible connaissance du développement du concept en jeu et de son apprentissage chez les élèves. Aborder l'apprentissage des concepts mathématiques dans un cours de didactique des mathématiques lors de formation n'est pas chose simple à faire vu les contraintes liées au temps et à l'organisation institutionnelle. Néanmoins, nous considérons que, plus les futurs enseignant-es seront amenés à aborder les planifications de manière approfondie et réfléchie sur les aspects opérationnels, didactiques et mathématiques (dans notre cas), plus ils auront tendance à envisager la planification comme étant un outil d'organisation du travail en classe, mais aussi d'apprentissage et de développement professionnel pour eux. Le témoignage que nous reprenons ici explicite bien ce point de vue : *« dans ce travail, nous avons compris qu'il était tout aussi important d'anticiper et de prévoir que d'élaborer l'entièreté de la SAÉ. Il faut se questionner pour distinguer ce qui peut être signifiant pour l'élève de ce qui peut être occupationnel »*.

En ce qui concerne l'importance attribuée par les futurs enseignant-es au milieu de pratique, nous sommes d'avis que, de nos jours, il y a encore une distance importante qui sépare ces deux milieux et que la légitimité est du côté de ceux qui exercent la profession dans une école. Nous considérons qu'il est possible de mettre en place des dispositifs pouvant les rapprocher. C'est ce que nous avons fait par l'intégration de la démarche de planification dans un cours de didactique des mathématiques. Cette intégration a facilité l'attribution de sens et, à notre avis, a contribué à légitimer ce qui est fait dans les cours universitaires par l'établissement d'un lien direct et explicite entre le travail fait à l'université et celui exercé en tant qu'enseignant dans l'exercice de sa profession. Cette démarche a aussi favorisé, chez les futurs enseignant-es, la compréhension de toute la complexité associée à la tâche de planification d'une séquence d'enseignement-apprentissage en mathématiques.

## Références bibliographiques


Bacon, L. (2017). La didactique des mathématiques au service du développement professionnel : Le stage comme révélateur d'une pratique d'enseignement des mathématiques en construction. Dans A. Braconne-Michoux, P. Gibel & I. Oliveira Voir l'ordre (Éd.), *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants* (pp.5-25). Québec : CRIRES.

Beckers, J. (2007). Le métier comme cadre de référence. Dans *Compétences et identité professionnelles*, *[NUMERO_VO* (pp. 35-83). Bruxelles : De Boeck Supérieur. Repéré à http://www.cairn.info/article.php ?ID_ARTICLE=DBU_BECKE_2007_01_0035

Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). Problème d'apprentissage de la mesure au primaire et éléments d'apprentissage pertinents. *Bulletin AMQ*, (Octobre), 9-17.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Brousseau, G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. Repéré à http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L. & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *27*, 33. doi :10.7202/000305ar

Mayen, P. (2012). Les situations professionnelles: un point de vue de didactique professionnelle. *Phronesis*, *1*, 59-67. doi :10.7202/1006484ar

Ministère de l'Éducation. (2001). *La formation à l'enseignement: les orientations, les compétences professionnelles*. Québec : (s.n.).

Pastré, P., Mayen, P. & Vergnaud, G. (2006). La didactique professionnelle. *Revue française de pédagogie*, (154), 145-198. doi :10.4000/rfp.157

Perrenoud, P. (1995). Des savoirs aux compétences: de quoi parle-t-on en parlant de compétences. *Pédagogie collégiale*, *9*(1), 20–24. Repéré à http://www.ac-nice.fr/arts/soclecompetence/des%20savoirs-Perrenoud.pdf

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2*(4), 505-528.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'enseignement comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23*, 343-388.

Viau-Guay, A. (2011). *Démarche de planification développée dans le cours DID-6006 Planification de l'enseignement au collégial à l'université Laval*. Québec.

Wiggins, G. & McTighe, J. (2006). *Understanding by Design*. Columbus, Ohio : Peason Merrill Prentice Hall.

**Annexe 1 – Les douze compétences professionnelles**

Tirés de *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* MEQ (2001a, p. 59).

Des profils de sortie en fonction des domaines d'apprentissage

Les compétences professionnelles

Fondements

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

Acte d'enseigner

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

Contexte social et scolaire

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte des objectifs éducatifs de l'école.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

Identité professionnelle

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

# Chapitre 3

## Étude d'un dispositif de formation : le séminaire « Apprentissage et raisonnement en mathématiques »

Analyses de mémoires élaborés dans le cadre du séminaire

***Patrick Gibel***
*Université de Bordeaux, laboratoire Lab-E3D, France*
patrick.gibel@espe-aquitaine.fr

### Introduction

Cet article vise à étudier les effets, sur le plan du développement professionnel, d'un dispositif de formation proposé aux professeurs des écoles stagiaires[1] dans le cadre du Master MEEF[2] à l'ESPE[3] d'Aquitaine : le séminaire de didactique des mathématiques intitulé *Raisonnement et apprentissage en mathématiques.* Ce séminaire de recherche a été initialement mis en œuvre à la rentrée universitaire 2010. Nous souhaitons étudier son intérêt du point de vue de l'appropriation des concepts de didactique des mathématiques par les professeurs stagiaires, en lien avec l'acquisition des compétences professionnelles. Pour cela, nous prendrons comme objet d'étude des mémoires de Master 2, deuxième année de Master, élaborés dans le cadre de ce séminaire. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux contenus de ces écrits qui mettent en lumière l'appropriation et l'usage des concepts de didactique des mathématiques, mobilisés dans le but de produire des éléments de réponse à une problématique étroitement liée à l'enseignement d'une notion ou d'un concept mathématique.

Dans la première partie de cet article, nous expliciterons les contenus et les enjeux didactiques du séminaire. Nous présenterons les différentes modalités qui sous-tendent ce dispositif, visant à permettre aux professeurs stagiaires l'appropriation des principaux concepts de didactique de la Théorie des Situations Didactiques et leurs usages raisonnés dans le cadre de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans la seconde partie, nous expliciterons la méthodologie adoptée pour réaliser l'étude des mémoires élaborés par les professeurs stagiaires. La troisième partie rendra compte des principaux résultats de l'analyse de quinze mémoires de Master 2, soutenus entre juin 2011 et juin 2014, en vue de déterminer la pertinence du dispositif « séminaire » d'un point de vue didactique et d'un point de vue professionnel. Nous analyserons, par l'étude et la classification de ces mémoires de recherche, à visée professionnelle, la manière

[1] Dans la suite de ce texte nous désignerons par « professeur stagiaire » un enseignant débutant ayant la responsabilité à mi-temps d'une classe de l'école primaire.
[2] Métiers d'Enseignement, d'Éducation et de Formation, spécialité « Enseignement auprès des enfants ».
[3] École Supérieure du Professorat et de l'Éducation.

dont les professeurs stagiaires mobilisent les concepts de didactique des mathématiques pour mettre en œuvre et rendre compte de leur démarche de recherche et nous expliciterons les compétences professionnelles associées.

## 1. Enjeux et spécificités du séminaire « Raisonnement et apprentissage »

### *1.1. Les enjeux du séminaire de recherche*

Le master MEEF répond aux exigences de la circulaire ministérielle[4] relative à la mise en place des diplômes nationaux de master ouverts aux étudiants se destinant aux métiers de l'enseignement. Ce texte stipule que

> « Cette formation visera à :
> - offrir à chaque étudiant une initiation à la recherche, qui devra se traduire par la réalisation d'un travail de recherche individuel ou collectif. Cette dimension doit faire partie du bagage du futur professionnel afin de lui donner les moyens d'analyser et de faire évoluer ses pratiques tout au long de sa carrière, en prenant en compte les évolutions scientifiques et sociétales.
> - permettre à chaque étudiant une lecture informée et critique des travaux scientifiques propres à éclairer ses futures pratiques professionnelles. »

Cette initiation à la recherche est en particulier réalisée grâce aux séminaires et à la rédaction d'un mémoire. Les séminaires d'initiation à la recherche en M1[5] et en en M2[6] sont d'abord une « formation par » la recherche en ce qu'ils visent la communication de concepts didactiques, de dispositifs didactiques et de résultats de la recherche.

Le mémoire, quant à lui, est davantage une « formation à » la recherche en ce qu'il implique un essai pratique d'une forme de recherche dans le domaine de la didactique des mathématiques. Le guide de l'étudiant[7] indique qu'« il s'agit d'initier progressivement l'étudiant(e) à l'adoption d'une posture de chercheur ». Le mémoire s'avère également « une formation par l'écriture, on apprend et on comprend mieux en élaborant par écrit et par le projet on apprend à conduire une réalisation complexe dans un réseau de contraintes. »

Les séminaires et le suivi de mémoire, effectué par les formateurs universitaires intervenant dans le séminaire, sont des modalités de formation complémentaires. En effet les séances de séminaires permettent aux professeurs stagiaires de découvrir, de s'approprier et d'approfondir

[4] Bulletin officiel du 7/01/2010.
[5] Première année de Master.
[6] Deuxième année de Master.
[7] Le guide de l'étudiant, guide du module recherche.

certains concepts clés de la didactique des mathématiques présentés initialement dans le cadre des Unités d’Enseignements du Master MEEF.

La rédaction du mémoire conduit le professeur stagiaire à rendre compte, de façon plus ou moins explicite, de l’appropriation et de la mise en œuvre des concepts de didactique des mathématiques.

Initialement, le mémoire doit apparaître sur la base d'un questionnement du professeur stagiaire, conduisant à l’élaboration d’une problématique. Cette dernière est pertinente, en tant qu'objet d'étude, à condition que le professeur stagiaire puisse construire une méthodologie[8], en adéquation avec la problématique envisagée c’est-à-dire permettant de produire des éléments de réponse, étayés et argumentés, à cette dernière. L'écriture de la problématique n'a de sens que si elle résulte d’une démarche d'analyse et d'étude des concepts didactiques et disciplinaires qui la sous-tendent ; elle nécessite par conséquent une appropriation et une compréhension fine d'articles, d’ouvrages ainsi qu’une recherche approfondie du point de vue des concepts-clés et des notions mathématiques mobilisés. Par ailleurs, le travail d'accompagnement du mémoire, au travers des comptes rendus d'articles produits, donne à voir la capacité des étudiants à percevoir les liens qui peuvent exister entre leur questionnement initial et l'écriture de la problématique.

L'utilisation des concepts, lors de la démarche d'élaboration du mémoire, conduit le professeur stagiaire à questionner la pertinence et éventuellement le champ d’utilisation des concepts didactiques et des outils d'analyse présentés et utilisés lors des séances de séminaire. Le mémoire se nourrit des démarches et des concepts étudiés lors du séminaire, qui lui-même s'enrichit du questionnement des professeurs stagiaires confrontés à la démarche de recherche dans le cadre de leur mémoire, à des degrés divers selon le niveau d'appropriation et d’opérationnalisation des concepts de didactique et des notions mathématiques associées dans le cadre de l'étude.

Le principal objectif du séminaire est de permettre aux professeurs stagiaires de s’approprier les concepts et des notions clés de didactique des mathématiques, issus en grande partie de la Théorie des Situations Didactiques, jugés essentiels dans l'exercice du métier afin d’une part de pouvoir faire vivre aux élèves des situations d'enseignement-apprentissage relatives à des savoirs mathématiques clairement identifiés, et d’autre part de disposer des concepts-clés de la didactique nécessaires afin de se former et d'innover[9] tout au long de leur carrière d’enseignant.

Les séances du séminaire visent à illustrer par des exemples précis, en lien avec des analyses didactiques, l'usage des concepts de la Théorie des Situations Didactiques en mettant en évidence différentes fonctions :

[8] Intégrant les contraintes liées au lieu d’expérimentation du professeur débutant.
[9] Ceci renvoie à l’une des compétences professionnelles (A14) explicitée dans le référentiel des compétences en Annexe 1.

- La classification des situations d'enseignement-apprentissage ;
- En situation de projet, la construction d'une séquence dont l'objectif est clairement défini, dans le cadre d'une progression ;
- La nécessaire prise en compte des études épistémologiques en lien avec la construction de la notion mathématique étudiée.

### *1.2. Les concepts de didactique étudiés dans le cadre du séminaire*

#### 1.2.1 La notion de situation en Théorie des Situations Didactiques

Les conditions d'une utilisation particulière d'une connaissance mathématique sont considérées comme formant un système appelé *situation*. À chaque objet de savoir mathématique, on peut associer un ensemble de situations dont la résolution nécessite la mise en œuvre de cet objet de savoir.

Explicitons à présent les caractéristiques d'une situation adidactique :

> Les situations adidactiques (spécifique d'une connaissance) sont les situations d'apprentissage dans lesquelles le maître a réussi à faire disparaître sa volonté, ses intentions, en tant que renseignements déterminants de ce que l'élève va faire : ce sont celles qui fonctionnent sans l'intervention du maître au niveau des connaissances. (Brousseau, 1998, p. 17)

Parmi les situations adidactiques, répertoriées selon la classification bien connue en Théorie des Situations Didactiques (situation d'action, situation de formulation et situation de validation), l'une d'elle, la première, nous intéresse plus particulièrement du point de vue de la construction des savoirs. En effet elle vise à permettre à l'apprenant d'accéder au sens des connaissances, et conduit à ce que Brousseau définit comme la dialectique de l'action :

> Elle consiste à placer l'élève devant une situation, appelée situation d'action, telle que d'une part elle pose à l'élève un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, est la connaissance à enseigner ; d'autre part qu'il puisse agir sur elle et qu'elle lui renvoie de l'information sur son action. (Brousseau, 1989, p. 106)

Lors d'une situation d'action, un véritable dialogue s'instaure entre l'élève et la situation. Cette dialectique de l'action lui permet donc de se créer un modèle implicite, c'est-à-dire d'avoir des réactions qu'il ne peut pas encore formuler, ni encore organiser en théorie.

La préparation d'une séquence d'enseignement-apprentissage requiert l'identification par l'enseignant des connaissances et des savoirs en jeu dans les différentes situations, assimilables à des phases didactiques et adidactiques, qui structurent le déroulement de la séquence.

Les savoirs en jeu dans une situation peuvent être de diverses natures : langagiers, liés aux formulations et/ou aux représentations, procéduraux, c'est-à-dire liés aux actions sur le milieu et à l'usage des instruments ou méthodologiques, autrement dit liés aux démarches d'apprentissages et à l'analyse des rétroactions.

Ce travail d'identification des connaissances et des savoirs en jeu dans la séquence s'inscrit dans le cadre de l'analyse *a priori* de la séquence d'enseignement-apprentissage réalisée par le concepteur de la séquence.

### 1.2.2 Le concept et l'identification des raisonnements en Théorie des Situations Didactiques

Les situations d'enseignement-apprentissage, accordant une place centrale au raisonnement, jouent un rôle déterminant dans l'apprentissage des mathématiques comme l'indiquent Brousseau et Gibel (Brousseau & Gibel, 2005), car elles permettent de lutter contre les apprentissages formels de notion mathématique, sans lien avec les véritables raisons de son apprentissage. Compte-tenu des multiples fonctions du raisonnement dans la relation didactique explicitées par Brousseau et Gibel (*ibidem*), nous avons jugé pertinent de lui accorder une place centrale dans le séminaire et de consacrer plusieurs séances à l'analyse de ses différentes formes (explicite, semi-implicite et implicite) et de ses différentes fonctions en lien avec les conditions de son usage (Gibel, 2015).

Le terme *raisonnement*, dans le cadre des recherches conduites en didactique des mathématiques, tend à couvrir un champ beaucoup plus vaste que celui des raisonnements formels, logiques ou mathématiques. Pour cette raison nous avons pris comme définition de base celle proposée par Oléron :

> Un raisonnement est un enchaînement, une combinaison ou une confrontation d'énoncés ou de représentations respectant des contraintes susceptibles d'être explicitées, et conduits en fonction d'un but. (Oléron 1977, p. 9)

En classe de mathématiques, le professeur agit de façon à obtenir finalement des indices que l'élève est capable de mobiliser les connaissances et les savoirs idoines en réponse à une situation (Gibel, 2004). Ces indices doivent être présents dans certaines productions des élèves. Cependant le professeur ne parvient à y distinguer ce qu'il veut enseigner qu'au prix d'une interprétation de la forme et des conditions de ces productions.

Par conséquent, comme le soulignent Brousseau et Gibel (2005), pour pouvoir « étudier les moyens utilisés par l'enseignant pour gérer les raisonnements apparaissant dans les productions des élèves, il convient de définir ce qui, pour le chercheur, est assimilable à un raisonnement ».

Pour cela il faut :

- Identifier des observables : textes, gestes, paroles, dessins, etc. produits par un élève, par plusieurs élèves en interaction ou par l'enseignant.
- Relier ces observables par une relation « rationnelle ».

- Identifier un actant : professeur, élève ou groupe d'élèves à qui est attribué l'établissement de la relation dans le cadre d'un projet qui lui est prêté.
- S'il s'agit d'une hypothèse, établir qu'elle est valide, en montrant, éventuellement à l'aide d'autres indices, qu'elle est la moins improbable des explications.

> Cependant cela n'est pas suffisant, pour que le *raisonnement* produit puisse assurer cette fonction dans la relation didactique, c'est-à-dire être considéré en tant que tel par l'enseignant et par les élèves, il faut qu'il soit conforme à un certain modèle, c'est-à-dire qu'il utilise un certain *répertoire* d'objets, de symboles, de signes. (Brousseau & Gibel, 2005, p. 16)

Déterminons à présent les principales fonctions des raisonnements selon les conditions dans lesquelles le raisonnement est produit, plus précisément selon la nature de la situation.

Dans les situations adidactiques, le raisonnement est produit par des élèves, pour les besoins de la résolution, sans intervention ou le moins possible, appui, ni recours à l'enseignant :

- soit comme un moyen pour un ou plusieurs élèves d'établir leurs décisions dans les situations d'action,
- soit comme un moyen d'appui un peu formel, pour préciser une information dans une situation de formulation,
- soit comme moyen de convaincre un ou des condisciples de la validité lors d'une situation de validation.

Dans les situations didactiques, le raisonnement de l'élève s'adresse principalement à l'enseignant

- soit pour justifier une action ou pour produire une réponse,
- soit pour satisfaire une demande explicite ou implicite du professeur ; formellement, s'il est une justification considérée comme un objet de l'enseignement en cours, indépendamment de son rapport avec l'action engagée, il s'apparente alors à une citation.

Le raisonnement exprimé par le professeur en situation didactique est :

- soit un objet d'enseignement donné à voir, en phase d'institutionnalisation, ou en référence,
- soit un moyen d'étayage, utilisable pour l'apprentissage et la rétention de l'énoncé qui est l'objet de l'enseignement (un peu comme un moyen mnémotechnique « légitime »),
- soit un argument de rhétorique didactique, un moyen, destiné à faciliter l'appréhension d'un énoncé par l'élève et donc facilitant la relation didactique.

L'appropriation des concepts de didactique est basée sur la mise en œuvre de dispositifs didactiques spécifiques. Dans le paragraphe suivant nous allons présenter les conditions dans lesquelles les professeurs stagiaires sont amenés à se familiariser avec les concepts de didactique et à percevoir leurs champs d'utilisations.

### *1.3. Les activités proposées dans le cadre du séminaire*

Les dispositifs mobilisés lors des différentes séances de séminaire visent à permettre au professeur stagiaire d'intégrer progressivement ce qu'est une question de recherche en percevant son intérêt en tant qu'objet de recherche dans le champ de la didactique des mathématiques. Parmi les principaux dispositifs didactiques mis en œuvre par le formateur-universitaire lors des séances de séminaire, on peut citer : présentation et illustration des principaux concepts didactiques qui structurent le domaine de recherche, lecture et analyse d'articles publiés dans des revues destinées aux enseignants (Grand N[10], Math-école [11], Petit x[12], Annales de didactique et de sciences cognitives[13], etc.), présentation du site internet de Guy Brousseau[14], étude de plusieurs projets de séquence et production de l'analyse *a priori* des situations adidactiques, mise en place d'analyse *a posteriori* soit dans le cadre d'observation directe, soit dans le cadre de séquences vidéos[15], d'une séquence en regard des objectifs ciblés.

Le concept d'analyse *a priori* de situation d'enseignement-apprentissage apparaît comme un élément important dans le cadre des séances de séminaire. Nous précisons en Annexe 2 les principaux éléments qui constituent l'analyse *a priori* d'une situation d'enseignement-apprentissage. La réalisation de l'analyse *a priori* recouvre différentes tâches qui doivent faire l'objet d'une rédaction détaillée par le professeur stagiaire : recherche des procédures idoines[16] susceptibles d'être produites par les élèves, identification des enjeux didactiques de la situation adidactique, analyse des difficultés auxquelles les élèves peuvent être confrontés, étude des principales variables didactiques de la situation en vue de choisir les valeurs de ces variables, explicitation des étapes du déroulement, analyse des dispositifs de validation à disposition des élèves).

Les formateurs-universitaires intervenant dans le séminaire *Raisonnement et apprentissage en mathématiques* accordent aussi une place importante à l'analyse des productions d'élèves, produites en situations adidactiques d'action, de formulation et de validation en regard des objectifs visés dans chacune des situations. Ceci permet d'analyser les écarts entre l'analyse *a priori* et le déroulement effectif des leçons. Les raisonnements qui sous-tendent les productions constituent

[10] Revue éditée par l'I.R.E.M. de Grenoble.
[11] Revue éditée par la Société Suisse Romande de Didactique des Mathématiques.
[12] Revue éditée par l'I.R.E.M. de Grenoble.
[13] Revue éditée par l'I.R.E.M. de Strasbourg.
[14] www.guy-brousseau.com
[15] Réalisées par des formateurs de l'ESPE d'Aquitaine.
[16] Conformes aux attentes de l'enseignant.

un élément essentiel de l'analyse ; nous accordons un intérêt tout particulier aux raisonnements erronés produits par les élèves.

L'accompagnement du mémoire de recherche à visée professionnelle, dans le cadre de séances spécifiques, apparaît comme un moment d'étude très formateur. Il permet aux professeurs stagiaires de communiquer, de façon concise et intelligible, leurs questionnements et les différents choix qui sous-tendent les étapes de leur démarche de recherche.

## 2. Problématique et méthodologie pour l'analyse de la pragmatisation des concepts de didactique

Notre étude vise à analyser les effets des enseignements des concepts de didactique, dans le cadre du séminaire, sur leurs usages par les enseignants débutants dans le cadre de la réalisation du mémoire.

Nous souhaitons déterminer si et comment les étudiants opérationnalisent les notions et les concepts didactiques et disciplinaires par l'analyse de leur mémoire de recherche.

Plus précisément nous nous proposons d'identifier et d'analyser les notions et les concepts didactiques et disciplinaires mobilisés par les professeurs débutants ainsi que leur(s) usage(s) et leur(s) fonctionnalité lors la construction de leur mémoire.

Pour cela nous avons fait le choix de prendre pour objet d'étude quinze mémoires rédigés par des professeurs stagiaires de 2010 à 2014, dans le cadre du séminaire *Raisonnement et apprentissage en mathématiques*, rendant compte des étapes et des principaux résultats de leur recherche.

Les principales caractéristiques communes aux quinze mémoires choisis pour réaliser cette étude sont les suivantes :

- La méthodologie du mémoire repose sur l'élaboration, la mise en œuvre et l'analyse didactique de séquences d'enseignement-apprentissage conduites par le professeur stagiaire. Cette première caractéristique devrait nous permettre de mieux cibler, par le biais de l'analyse de l'écrit, les compétences professionnelles mobilisées en lien avec les concepts disciplinaires et didactique utilisés.
- Chacune des séquences expérimentées par le professeur stagiaire, dans le cadre de son étude, comporte, en tant qu'élément central du déroulement, une situation à dimension adidactique (spécifique d'une connaissance) ou une situation-problème ayant de bonnes propriétés pour l'apprentissage tel que défini par Brousseau et Gibel (2005).
- L'analyse des effets de la leçon sur les apprentissages des élèves est une préoccupation essentielle, la situation didactique joue un rôle déterminant dans l'étude.

Dans cette étude des écrits de recherche, nous faisons l'hypothèse de travail que l'identification des concepts didactiques, disciplinaires et épistémologiques explicités ainsi que leurs fonctions dans l'écrit sont révélatrices de leurs niveaux d'appropriation par le professeur stagiaire.

Nous souhaitons à présent préciser les orientations données à cette étude, basée sur l'analyse des mémoires produits par les professeurs stagiaires, en explicitant les différents axes choisis lors de la réalisation de cette recherche.

Le premier axe de l'étude est centré sur la capacité du professeur stagiaire à prendre en compte, intégrer et opérationnaliser les concepts de didactique et les concepts disciplinaires inhérents à son questionnement initial afin d'élaborer sa problématique.

Le deuxième axe est centré sur la capacité du professeur stagiaire à élaborer et mettre en œuvre une méthodologie basée sur la construction ou plus simplement l'adaptation, la mise en œuvre et l'étude de séquences d'enseignement-apprentissage en lien avec la problématique précédemment définie mais également sur sa capacité à définir des observables.

Le troisième axe de notre étude est orienté sur la capacité du professeur stagiaire à interpréter le résultat de ses expérimentations par le biais de l'étude des observables et à formuler des conclusions à son étude en lien avec sa problématique.

À partir de cette étude, selon les trois axes définis précédemment, nous nous efforcerons d'établir le lien entre l'utilisation de concepts didactique et disciplinaires et la mise en pratique de compétences professionnelles identifiées.

Nous souhaitons étudier à partir des indices, des observables apparaissant dans le mémoire et rendant compte plus spécifiquement des actions effectives de l'enseignant débutant, dans le cadre de la préparation, de la mise en œuvre et de l'analyse *a posteriori* de la séquence, en lien avec des concepts de didactique préalablement étudiés dans le cadre du séminaire.

En Théorie des Situations Didactiques, le rôle de l'enseignant lors de la mise en place d'une séquence comportant une ou plusieurs phases à dimension adidactique peut être modélisé par le schéma de structuration du milieu en référence à Margolinas (1995) et Bloch (1999).

**Tableau 1. Le schéma de la structuration du milieu**

<table>
<tr><td>M1<br>Milieu didactique</td><td>E1 : Elève-réflexif</td><td>P1 : Professeur-projeteur</td><td>S1 : situation de projet</td><td rowspan="2">Didactique</td></tr>
<tr><td>M0 Milieu d'apprentissage : institutionnalisation</td><td>E0 : Elève</td><td>P0 : Professeur-enseignant</td><td>S0 : situation didactique</td></tr>
<tr><td>M-1 Milieu de référence : situation de formulation & situation de validation</td><td>E-1 : Elève-apprenant</td><td>P-1 : Professeur-régulateur</td><td>S-1 : situation d'apprentissage</td><td rowspan="3">adidactique</td></tr>
<tr><td>M-2 Milieu objectif : situation d'action</td><td>E-2 : Eleve agissant</td><td>P-2 : Professeur-dévolueur et professeur-observateur</td><td>S-2 : situation de référence</td></tr>
<tr><td>M-3 Milieu matériel</td><td>E-3 : Elève -objectif</td><td></td><td>S-3 : situation objective</td></tr>
</table>

Ce schéma modélise, pour chacun des niveaux de milieu, les différents rôles de l'enseignant et de l'élève associés à chacune des situations. Ce concept de structuration du milieu n'est pas enseigné au professeur débutant, dans le cadre du séminaire *Raisonnement et apprentissage en mathématiques*, compte-tenu de sa complexité, cependant il constitue un outil particulièrement adéquat pour déterminer les interactions entre le professeur, l'élève et la situation qu'il s'agisse de la situation de référence (S-2), de la situation d'apprentissage (S-1), de la situation didactique (S0) ou de la situation de projet (S1). Cet outil didactique guidera notre analyse des concepts didactiques mobilisés par le professeur stagiaire dans l'élaboration et la rédaction de son mémoire.

En situation de projet (S1), l'enseignant (P1) décide de la situation objective qu'il fera vivre à ses élèves ainsi que du déroulement de la séquence en identifiant le plus précisément possible chacune des phases du déroulement. L'enseignant est guidé par son projet d'enseignement ; pour cela il doit avoir clairement formulé l'objectif de sa séquence. Ce dernier joue un rôle déterminant dans la conduite de la situation didactique (S-1), c'est lui qui amène l'enseignant (P-1) à reconnaître ou non, dans la formulation d'un élève (E-1), au travers d'un raisonnement, l'utilisation d'une connaissance ou d'un savoir, la confrontation ou la combinaison d'énoncés ou de représentations. En situation didactique (S0), l'enseignant (P0) va devoir décider des savoirs qu'il juge pertinent d'institutionnaliser.

La capacité à faire vivre la séquence repose fréquemment sur la capacité du professeur stagiaire à réaliser lui-même l'analyse *a priori* de la situation adidactique visant l'élaboration d'un savoir clairement identifié. Nous déterminerons, par l'analyse de chacun des mémoires, la place accordée, dans l'écrit, à la situation de projet (S1) en déterminant si l'on trouve trace ou non, dans la production écrite d'éléments d'analyse *a priori*.

En situation de référence (S-2), l'enseignant (P-2) a plusieurs rôles : il doit d'une part faire dévolution de la situation en spécifiant, de la façon la plus explicite possible, le contrat didactique. La phase de dévolution apparaît complexe et repose sur une préparation minutieuse et donne lieu à l'élaboration d'une fiche de séquence détaillée indiquant précisément la consigne donnée aux élèves.

On constate ici à quel point la préparation et la conduite de classe sont étroitement liées et bien sûr indissociables. La dévolution de la situation adidactique peut donner lieu à des interventions de l'enseignant visant à maintenir le processus adidactique (Bloch, 1999). Le rôle de l'enseignant, en situation de référence (S-2), est principalement un rôle d'observateur ; il doit s'assurer de l'appropriation de la situation objective et s'efforcer de déterminer les formes de raisonnements mobilisés par les élèves. S'il est amené à intervenir pour maintenir l'adidacticité du dispositif, ce sera de préférence sous la forme d'un questionnement adressé à l'élève. Dans le cadre de notre étude, il apparaît intéressant de déterminer si le professeur stagiaire a prévu de relever ou d'identifier certains observables en vue de dévoluer et de gérer la situation d'apprentissage (S-1) ou bien dans le but de rendre compte de l'activité des élèves et/ou de l'enseignant.

L'enseignant a-t-il prévu de jouer un rôle spécifique en situation d'apprentissage (S-1), intervient-il, si oui de quelles manières ? L'analyse *a posteriori* permet-elle de rendre compte de ses interventions ?

Au niveau de (S0) la situation didactique, nous rechercherons si la fiche de séquence fait clairement apparaître certains contenus susceptibles d'être institutionnalisés ainsi que la forme de l'institutionnalisation. D'autre part l'analyse *a posteriori* rend-elle compte d'une éventuelle institutionnalisation de savoirs, quelle place lui est accordée ?

## 3. Les résultats de notre étude

### *3.1. Les principaux résultats liés à l'analyse des mémoires*

Nous allons présenter, dans cette troisième partie, les résultats de notre étude, liés à l'analyse des concepts, disciplinaires et didactiques, utilisés par des professeurs stagiaires au cours des différentes étapes de la recherche et apparaissant dans la rédaction des mémoires. Nous déterminerons les compétences professionnelles développées dans le cadre des étapes de la recherche en indiquant leur désignation, entre parenthèses et en italique, en référence au codage des compétences professionnelles explicité en Annexe 1.

Intéressons-nous tout d'abord aux résultats de l'étude concernant le premier axe. Celui-ci est ciblé précisément sur la capacité du professeur stagiaire à prendre en compte, intégrer et opérationnaliser les concepts de didactique et les concepts disciplinaires, inhérents à son questionnement initial, afin d'élaborer sa problématique.

Pour six mémoires, sur les quinze mémoires étudiés, la problématique résulte d'une réflexion personnelle prenant appui sur un questionnement initial explicite et s'appuyant sur des comptes rendus de lecture d'articles précis et référencés, en lien étroit avec la thématique de recherche. Nous désignerons par (C1-1) l'ensemble des mémoires correspondants. Les notions et concepts didactiques et disciplinaires sur lesquels repose la problématique ont été clairement définis et étayés et témoignent d'une démarche réflexive. La question de recherche, définie en tenant compte du contexte d'expérimentation, conduit le professeur stagiaire à l'élaboration d'une problématique personnelle et originale.

Cependant, pour les autres mémoires étudiés, neuf mémoires sur quinze, la problématique est de type « confirmatoire », comme défini par Cislalu, Claudel et Vlad :

> La problématique de confirmation propose d'appuyer une théorie ou une méthode déjà attestée par application sur un autre objet ou un autre corpus. (Cislalu *et al.*, 2011, p. 45)

Dans ce cas, la problématique ne résulte pas, à proprement parler, d'une démarche personnelle, nécessitant la découverte et l'appropriation des concepts disciplinaires et didactiques qui la sous-tendent. Ces derniers ayant préalablement été explicités et ayant conduit à l'élaboration de ce type de problématique dans le cadre d'écrits de recherche. Nous désignerons par (C1-2) cette deuxième classe de mémoires associée au premier axe.

Notre étude tend à démontrer, par l'analyse des résultats liés à ce premier axe, que les auteurs des mémoires se sont engagés, à des degrés divers, dans une démarche réflexive reposant sur l'appropriation et l'usage des concepts didactiques et disciplinaires. Notre analyse met en lumière que le degré d'appropriation des concepts diffère selon la démarche de recherche ayant conduit le professeur débutant à la formulation de sa problématique, cependant quoi qu'il en soit ce travail de réflexion et d'écriture joue un rôle déterminant, à des degrés divers, dans la maîtrise des savoirs disciplinaires et didactiques *(P1)*[17] et dans la maîtrise de la langue française *(P2)*[18].

Nous allons à présent présenter les résultats concernant le deuxième axe de l'étude. Celui-ci est centré sur la capacité du professeur stagiaire à élaborer et à mettre en œuvre une méthodologie. Cette dernière est basée d'une part sur la construction ou simplement l'adaptation, la mise en

[17] Nous renvoyons le lecteur à l'Annexe 1 présentant le référentiel des compétences professionnelles utilisé en France.
[18] Nous renvoyons également le lecteur à l'Annexe 1.

œuvre et l'étude de séquences d'enseignement-apprentissage en regard de la problématique correspondante et d'autre part sur l'identification des observables.

La première caractéristique commune aux quinze mémoires étudiés est la suivante : la méthodologie construite repose sur l'élaboration, la mise en œuvre et l'analyse didactique de séquences d'enseignement-apprentissage conduites par le professeur stagiaire dans le cadre de son stage en responsabilité. La seconde caractéristique commune, jouant un rôle important dans notre étude, est formulée ainsi : chacune des séquences expérimentées par le professeur stagiaire, dans le cadre de sa recherche, comporte, en tant qu'élément central du déroulement, une situation à dimension adidactique (spécifique d'une connaissance) ou une situation-problème ayant de bonnes propriétés pour l'apprentissage tel que défini par Brousseau et Gibel (2005).

Pour sept mémoires sur un total de quinze mémoires, la méthodologie est le fruit d'une réflexion personnelle approfondie ; nous désignerons par (C2-1) cette première classe de mémoires. Cette dernière est caractérisée par le fait que l'enseignant, en situation de projet (S1), en référence au tableau de structuration du milieu (Tableau 1), a une mission particulière. Il doit en effet mobiliser ses connaissances didactiques et disciplinaires afin d'élaborer une ou plusieurs séquences d'enseignement-apprentissage. Ce travail de construction l'amène à s'interroger précisément sur les enjeux didactiques des situations dont il souhaite faire dévolution à ses élèves. Il est conduit à concevoir une ingénierie, d'où la nécessité de produire une analyse *a priori* détaillée et fonctionnelle. En effet, cette dernière va jouer un rôle essentiel lors de la mise en œuvre de la séquence d'un double point de vue : la gestion des différentes phases et le recueil des observables. On constate, ici, véritablement la dimension professionnelle qui réfère aux compétences telles que décrites en Annexe 1. Par ailleurs, la problématique les conduit en très grande majorité (six mémoires sur les sept) à définir précisément les observables qui vont jouer un rôle déterminant dans la conduite de la recherche. Le dispositif de recherche est présenté de manière détaillée.

Pour les autres mémoires étudiés, soit huit des quinze mémoires, la méthodologie résulte de la reprise ou de l'adaptation d'une ingénierie déjà existante, sans qu'il y ait de modifications ou d'adaptations importantes apportées à la structure de la séquence. Les mémoires correspondants constituent une classe de mémoire notées (C2-2). Cette ingénierie pouvant être soit issue de mémoires réalisés les années précédentes, soit objet d'étude dans le cadre du séminaire, soit publiée dans le cadre d'un ouvrage destiné aux enseignants. En ce qui concerne la méthodologie, l'appropriation et l'adaptation de l'ingénierie constituent, ici, la tâche principale des professeurs stagiaires. Concernant cette classe de mémoires (C2-2), nous constatons, par l'analyse des écrits, que les professeurs stagiaires ne définissent pas des observables ; ils se contentent pour la plupart de déclarer prendre pour objet d'étude les productions des élèves dans leur globalité.

L'étude, selon ce deuxième axe, met en évidence que pour élaborer leur méthodologie les professeurs débutants sont soit amenés à s'approprier une séquence d'enseignement-apprentissage ou des séquences déjà existantes et structurée(s), soit conduits à élaborer par eux-mêmes, en rendant opérationnels les concepts didactiques et disciplinaires, la ou les séquences.

Dans ce dernier cas, en très grande majorité, les professeurs débutants explicitent les observables définis en lien étroit avec la question de recherche, ce qui devrait faciliter l'observation et l'analyse *a posteriori*. Dans les deux cas précédents, on relève un investissement important lié à la compétence (*P3*)[19] inhérente à la construction, la mise en œuvre des situations prenant en compte la diversité des élèves. Le degré d'acquisition de la compétence *(P3)*, diffère selon chacun des cas précédemment cités.

Intéressons-nous à présent aux résultats liés plus précisément au troisième axe de l'étude. Ce dernier est orienté sur la capacité du professeur à interpréter le résultat de ses expérimentations par le biais des observables déterminés précédemment et à formuler des conclusions à son étude en lien avec sa problématique.

Dans six des sept mémoires constituant la classe (C2-1) définie précédemment, l'analyse didactique *a posteriori*, est étroitement corrélée à l'étude des observables définis lors de la construction de la méthodologie. Concernant les mémoires relevant de cette classe, notée (C3-1), les études réalisées sont donc étroitement liées à la nature et à la forme des observables. Les résultats de recherche produits par les enseignants stagiaires sont étayés et les conclusions formulées sont en étroite relation avec la problématique de l'étude. On constate ainsi véritablement une continuité depuis le questionnement initial jusqu'à la conclusion de l'étude ainsi qu'une volonté de produire un écrit réflexif qui permettent à ces professeurs stagiaires d'une part de rendre compte de leur démarche de recherche et d'autre part de juger objectivement, c'est-à-dire par le truchement d'une recherche rationnelle, la pertinence et l'adéquation des éléments conclusifs en regard de la question de la problématique.

Pour les autres mémoires, soit neuf mémoires sur quinze, les résultats de l'étude s'appuient principalement sur une analyse globale des productions d'élèves. Cette dernière vise à identifier la validité et la complexité des raisonnements qui sous-tendent chacune des productions d'élèves. Nous désignerons par (C3-2) cette classe de mémoires.

Pour seulement quatre d'entre eux, les auteurs font état des principales difficultés rencontrées dans la gestion des différentes phases et reviennent sur la pertinence et l'adéquation des choix didactiques effectués lors de la conception de la séquence.

Les conclusions relatives à l'étude font aussi apparaître, en grande majorité, l'importance de l'analyse *a priori* afin de déterminer les enjeux didactiques de la situation dévolue aux élèves mais aussi afin d'identifier les principales variables didactiques de la situation.

Le troisième axe de l'étude tend à établir que la gestion par l'enseignant des différentes phases de la séquence et sa capacité à tirer des conclusions étayées, en regard de sa problématique, dépendent étroitement de la qualité de l'analyse *a priori* qu'il a produite, de sa capacité à observer

[19] Présentée en Annexe 1 dans le référentiel des compétences.

les procédures et les comportements des élèves, en lien avec les observables définis et par conséquent de sa maîtrise des concepts didactiques et disciplinaires mobilisés lors de chacune des étapes pour conduire sa démarche de recherche.

D'un point de vue professionnel, on note que le troisième axe de l'étude traduit la capacité du professeur stagiaire à évaluer, par des observations précises et ciblées, en s'appuyant sur des observables clairement définis, les progrès et les acquisitions des élèves, ceci correspondant à la compétence *(P5)* définie en Annexe 1.

### 3.2. *Étude du mémoire de Tiana*

Afin de mettre en lumière notre méthodologie, nous allons détailler l'étude réalisée, selon les axes définis précédemment, sur la base d'un premier mémoire rédigé par une professeure stagiaire, que nous nommerons Tiana.

Intéressons-nous, plus particulièrement à l'analyse de cet écrit, en prenant pour objet d'étude le premier axe de l'analyse. Pour cela nous expliciterons les concepts mobilisés par le professeur débutant afin de passer du questionnement initial à l'élaboration de la problématique.

La réflexion conduite par Tiana s'inscrit dans le thème du débat en classe de mathématiques, en CE1[20] et en CE2[21] à l'école primaire (élèves âgés de 7 à 9 ans). Les deux questions à l'origine de sa recherche sont formulées ainsi :

Peut-on obtenir d'élèves de CE1 et de CE2 des formulations langagières spécifiques de quelques formes du raisonnement logico-mathématique ? Quel type de médiation pourrait favoriser des prises de conscience pré-requises pour l'émergence de telles formes langagières ?

Afin d'approfondir son questionnement initial, l'auteure explicite des concepts relevant de différents champs disciplinaires notamment la logique et la linguistique. Elle présente une classification des différentes modalités de raisonnements inhérents à la logique, en lien avec certaines études présentées dans le cadre du séminaire, mais également une classification des différents types d'arguments dans le domaine de la rhétorique et de l'argumentation en référence à l'ouvrage de Robrieux (1993), ainsi qu'une analyse détaillée des connecteurs langagiers s'appuyant sur les travaux de Charaudeau et Maigueneau (2002). Les concepts de didactique, que la professeure débutante a choisi de définir et d'étayer, sont inhérents à la classification des situations et à l'analyse des formes de raisonnements en classe de mathématiques ; ils relèvent essentiellement de recherches conduites en Théorie des Situations Didactiques.

Ces définitions précises et étayées des concepts didactiques et disciplinaires, qui sous-tendent sa démarche, vont lui permettre de donner du sens aux concepts disciplinaires et

[20] CE1 Cours élémentaire première année, élèves âgés de 7 à 8 ans.
[21] CE2 Cours élémentaire deuxième année, élèves âgés de 8 à 9 ans.

didactique, et par là même de formuler précisément sa problématique. Ainsi il apparait que cet écrit est particulièrement représentatif de la première classe (C1-1) associé au premier axe de notre étude. En effet la problématique résulte du cheminement personnel et original de son auteure, en lien avec le cadre d'expérimentation, elle est formulée ainsi : « Quel dispositif didactique pourrait favoriser chez des élèves de CE1-CE2 des formulations langagières spécifiques de quelques formes de raisonnements logico-mathématiques ? ».

Intéressons-nous à présent au second axe de notre étude en nous focalisant sur la capacité du professeur stagiaire à élaborer et à mettre en œuvre une méthodologie en adéquation avec sa problématique. L'enseignante en situation de projet (S1) élabore une ingénierie basée sur une situation action, une situation de formulation, puis sur une situation de validation.

La situation d'action se présente sous la forme d'un jeu. L'énoncé du premier jeu, dévolu aux élèves, est le suivant :

> « J'ai 12 jetons. Chacun des jetons est marqué d'un chiffre :
> 4/4/5/0/9/7/4/8/6/4/5/4.
> En utilisant tous les jetons, une et une seule fois chacun, il faut produire une liste de nombres consécutifs. »

L'enseignante propose ce jeu, à trois reprises, en modifiant les valeurs des jetons et le nombre de jetons (initialement 12, ensuite 15 et lors du dernier jeu, elle propose 18 jetons).

A l'issue de chaque jeu, les élèves doivent communiquer à la classe la liste de nombres consécutifs produite en justifiant sa validité par rapport à la règle établie.

La situation de formulation, qui succède à la situation d'action, est formulée ainsi

> « J'ai 17 jetons. Chacun des jetons est marqué d'un chiffre. Quelles sont les listes de nombres consécutifs que je peux réaliser ? »

Les élèves doivent communiquer et justifier la validité des listes produites. Cependant lors de cette phase de formulation, les élèves ne travaillent plus à partir des jetons proposés par l'enseignante ; ils doivent désormais envisager les 17 chiffres qui peuvent permettre de réaliser la liste de nombres consécutifs.

Les élèves communiquent ensuite les 17 chiffres proposés et la liste de nombres correspondante. La validité de la proposition, liée aux justifications apportées par les proposants, est alors débattue au sein de la classe, elle constitue la situation de validation. Cette dernière constitue l'élément central de l'ingénierie produite compte-tenu de la problématique.

L'analyse *a priori* construite est particulièrement détaillée et constitue un outil qui ainsi contribue à faciliter la gestion de la séquence. Afin d'effectuer une analyse *a priori* plus détaillée de la séquence, Tiana décide d'avoir recours au schéma de la structuration du milieu, présenté dans le Tableau 1, pour analyser de façon détaillée les interactions sujet-situation et le rôle de l'enseignant lors de chacune des phases de la séquence.

La situation de validation est une situation à dimension adidactique ; l'auteure s'interroge sur la manière de faire dévolution de cette situation à ses élèves afin d'assurer le maintien de l'adidacticité, autrement dit de maintenir le débat au sein de la classe. Par ailleurs Tiana conduit, lors de l'analyse *a priori*, une réflexion très pertinente sur la gestion des situations de formulation et de validation. Par cette analyse consistante, elle parvient à mettre en exergue, lors de la phase de formulation, l'exigence langagière qui apparaît déterminante au bon déroulement de la séquence, en lien avec la consistance des énoncés que doivent produire les élèves.

Tiana envisage ensuite d'effectuer un recueil de données à partir de l'enregistrement vidéo des séances conduites en classe. Elle prévoit de réaliser la transcription de la séance facilitant ainsi le recueil des données. Elle souhaite effectuer l'analyse des formulations de manière à identifier les raisonnements du point de vue de leur nature et de leur fonction en lien avec la situation.

Le mémoire de Tiana apparaît ici comme particulièrement représentatif de la première classe de mémoire (C2-1) inhérente au deuxième axe, telle que nous l'avons définie précédemment.

Portons à présent un regard sur le troisième axe de notre étude. Dans l'étude de Tiana, illustrant parfaitement la classe des mémoires désignées par (C3-1), les conclusions de l'étude formulées par le professeur débutant font clairement apparaitre l'importance qu'il convient d'accorder à l'analyse *a priori* du point de vue des consignes, visant à dévoluer les situations adidactiques (action, formulation et validation) mais également du point de vue de la nature et de la consistance des formulations, proposées par les élèves, afin de permettre leurs mises en débat.

La production de raisonnements logico-mathématiques en situation de validation est mise en évidence par une analyse très fine des interactions qui repose sur l'étude des connecteurs langagiers. Cette analyse langagière est basée sur la nature et la fonction des formulations produites par les élèves, de plus elle est également ciblée sur les interventions de l'enseignant afin de maintenir l'adidacticité du processus et donne lieu à la production.

Par ailleurs, dans son mémoire Tiana met l'accent lors de sa conclusion sur les difficultés liées d'une part aux choix des valeurs des variables didactiques, dans le but de différencier les processus d'apprentissage, d'autre part à la manière de conduire l'institutionnalisation des savoirs, dans l'hypothèse où l'analyse *a priori* n'a pas permis de mettre en évidence certaines formes de raisonnement apparues lors du déroulement de la séquence.

### *3.3. Étude du mémoire de Françoise*

Afin d'illustrer la mise en œuvre de notre méthodologie, nous allons présenter les principaux résultats de notre étude réalisée, selon les axes définis précédemment, sur la base d'un second mémoire rédigé par une professeure stagiaire, que nous nommerons Françoise.

Intéressons-nous au premier axe de notre étude. Pour cela nous expliciterons les concepts mobilisés par l'auteure afin de passer du questionnement initial à l'élaboration de la problématique.

Du point de vue de ce premier axe, l'écrit de Françoise illustre précisément la classe de mémoire (C1-2) définie précédemment. Le questionnement initial, formulé par Françoise, est la reprise de questions de recherche formulée par Brousseau et Gibel (2005) : La situation problème proposée a-t-elle privilégié la production de raisonnements chez les élèves ? Quelle est la valeur de ces raisonnements ? Sont-ils associés à des apprentissages et à des acquisitions utiles ?

La problématique du mémoire de Françoise est formulée ainsi : « Quels choix didactiques convient-il d'effectuer afin de faire vivre une situation-problème bénéfique pour tous mes élèves[22] ? ». La problématique ne résulte pas d'une démarche personnelle élaborée à partir du questionnement initial et reposant sur l'explicitation des notions et des concepts sous-jacents. Notamment il apparait que la classification des situations-problèmes selon leurs fonctions dans l'apprentissage est explicitée ; cependant l'auteure ne prend pas en compte cette classification dans la rédaction de la problématique.

L'analyse de cet écrit met en lumière que certaines notions et certains concepts disciplinaires et didactiques sont certes définis dans la première partie de l'écrit ; cependant ils apparaissent comme simplement des « étiquettes ».

> […] les notions ne sont pas des étiquettes fonctionnelles, mais des outils qui ont une portée heuristique et épistémologique, du fait de leur insertion dans un champ et dans des réseaux. (Deschepper & Thyrion, 2008, p. 67)

On constate que les notions et les concepts, didactiques et disciplinaires, définis par Françoise ne jouent pas un rôle déterminant dans l'élaboration de la problématique.

Intéressons-nous à présent au deuxième axe de notre étude.

Le mémoire, élaboré par Françoise illustre précisément la deuxième catégorie de mémoires (C2-2) du point de vue du deuxième axe de notre étude.

[22] Les élèves sont en CM1, ils sont âgés de 9 à 10 ans.

L'une des séquences, étudiée par Françoise, est la construction et la mise en œuvre de la séquence de proportionnalité, « Recettes », proposée dans Ermel[23] CM1. L'adaptation de la séquence a nécessité une appropriation de la situation de proportionnalité. Cette accommodation repose sur la capacité du professeur stagiaire à s'approprier l'analyse *a priori* de la séquence afin de choisir les valeurs des variables didactiques et le déroulement adéquat, compte-tenu des enjeux didactiques et de la spécificité de la classe dans laquelle Françoise réalisera son expérimentation.

Dans son écrit de recherche, Françoise rédige une analyse *a priori* des différentes situations, didactiques et adidactiques, décrites dans Ermel, qui constituent la structure de la séquence en référence à la Théorie des Situations Didactiques. Après avoir présenté l'analyse *a priori*, Françoise explicite les raisons des choix des valeurs des variables didactiques en justifiant sa décision de proposer une activité différenciée à ses élèves.

Intéressons-nous à présent au troisième axe de notre étude : la capacité du professeur à interpréter le résultat de ses expérimentations par le biais des observables déterminés précédemment et à formuler des conclusions à son étude en lien avec sa problématique.

Concernant les analyses *a posteriori* des séquences expérimentées, Françoise indique qu'elle s'attachera principalement à étudier les diverses procédures de résolution produites par les élèves en regard de celles décrites dans les analyses *a priori*. Elle fait donc le choix de ne pas définir précisément des observables, ce qui est en adéquation avec la caractérisation des mémoires de la classe (C3-2). Les effets de la situation sur les apprentissages des élèves, du point de vue des raisonnements produits, ne donnent pas lieu à une analyse didactique spécifique. Françoise fait le choix d'analyser quelques productions d'élèves du point de vue de leur validité sans cependant présenter un panel complet des productions, valides et erronées, en étudiant les raisonnements qui les sous-tendent.

Les conclusions inhérentes aux difficultés liées à la gestion des phases de dévolution et d'institutionnalisation sont certes intéressantes, cependant elles ne sont pas étayées car elles ne résultent pas d'analyses didactiques approfondies. Françoise parvient cependant à mettre en lumière, dans sa conclusion, l'importance de l'analyse *a priori* qui offre à l'enseignant plus d'aisance et de pertinence dans la gestion des phases de recherche et de la phase de mise en commun des productions.

## Conclusion

L'étude ainsi réalisée permet d'établir que le séminaire *Apprentissage et raisonnement en mathématiques* permet aux professeurs stagiaires de s'approprier mais également d'opérationnaliser, à des degrés divers, les concepts de didactique de la Théorie des Situations. Ainsi ils perçoivent l'intérêt de leurs usages et leurs fonctionnalités lors de la construction de séquence,

[23] Apprentissages numériques et résolution de problèmes, ERMEL Cours Moyen première année, Institut National de Recherche Pédagogique. L'activité « Recette » est présentée p. 286.

durant la conduite des phases didactiques et adidactiques mais également lors de la réalisation de l'analyse a *posteriori* de la séquence.

Le mémoire, élaboré dans le cadre du séminaire de recherche, joue un rôle particulièrement important, car il offre aux professeurs stagiaires la possibilité de s'engager dans une démarche de recherche, de produire ou de reformuler une problématique et de mettre en œuvre ou d'adapter, à leur contexte d'exercice du métier, un dispositif didactique leur permettant d'apporter certains éléments de réponse à leur problématique.

À chaque étape de la recherche, une familiarisation et un usage raisonné des concepts disciplinaires et didactiques leur offrent la possibilité de développer ou de consolider leurs connaissances et de progresser ainsi dans l'utilisation des notions et des concepts disciplinaires et didactiques. On peut cependant regretter que la dimension épistémologique ne soit pas suffisamment prise en compte dans l'élaboration des mémoires de recherche étudiés. Comme nous l'avons mis en évidence, l'analyse *a priori* des situations adidactiques joue un rôle déterminant dans la préparation et la conduite des séquences. En effet elle permet d'éclairer le projet d'enseignement facilitant ainsi la tâche du professeur stagiaire lors de la conduite de la séquence.

L'étude des mémoires met en évidence le fait que, d'un point de vue professionnel, plus l'implication du professeur stagiaire dans l'élaboration de l'analyse *a priori* est importante, plus la gestion des différentes phases est facilitée et permet une analyse *a posteriori* précise et étayée des phénomènes didactiques et des comportements étudiés dans le cadre de la problématique.

L'analyse des mémoires, du point de vue des concepts principalement issus de la Théorie des Situations Didactiques utilisés par les professeurs stagiaires afin d'élaborer leur écrit de recherche, offre ainsi la possibilité d'étudier précisément les degrés d'acquisition des compétences professionnelles en jeu dans chacune des étapes de la réalisation du mémoire. L'étude montre que le degré d'acquisition des compétences professionnelles est étroitement corrélé à l'appropriation et à la mise en œuvre des concepts de didactique des mathématiques, principalement issus de la Théorie des Situations Didactiques, étudiés et illustrés dans le cadre du séminaire, ainsi qu'à la maîtrise des concepts disciplinaires qui sous-tendent la problématique.

## Références bibliographiques


Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(2), 135-193.

Brousseau G. (1989). Cours de didactique fondamentale. *Actes de l'Université d'été d'Olivet*. Ed. IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1998). Théorie *des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. & Gibel, P. (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problem solving situations. *Educational Studies in Mathematics*, (59-3), 13-58.

Charaudeau P. & Maingueneau D. (2002). *Dictionnaire d'analyse du discours*. Paris : Hachette.

Cislalu G., Claudel, C. & Vlad, M. (2011). *L'écrit universitaire en pratique.* Bruxelles : De Boeck.

Deschepper C. & Thyrion F. (2008). L'entrée dans le supérieur et l'accès aux discours universitaires : opérationnaliser la notion de rapport à l'écrit dans un projet de formation. Dans S. Chartrand & Ch. Blaser (dir.), *Le rapport à l'écrit: un outil pour enseigner de l'école à l'université* (p. 61-86)*.* Namur: Diptyque. 12, FUNDP.

Gibel, P. (2004). *Fonctions et statuts des différentes formes de raisonnement dans la relation didactique en classe de mathématiques*. Thèse de Doctorat, Université Bordeaux 2.

Gibel P. (2015), Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Éducation & didactique*, 9(2), 51-72.

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. Dans C. Margolinas (éd.) *Les débats de didactique des mathématiques*, (p.89-102). Grenoble : La Pensée Sauvage

Oléron, P. (1977). *Le raisonnement*. Paris : Presses Universitaires de France.

Robrieux, J.J. (1993). *Éléments de Rhétorique et d'Argumentation*. Paris : Dunod.

## Annexe I

**Les compétences professionnelles définies selon l'arrêté du 1-7-2013 (J.O. du 18-7-2013) :**

**<u>Compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation, acteurs du service public d'éducation</u>**

A1. Faire partager les valeurs de la République

A2. Inscrire son action dans le cadre des principes fondamentaux du système éducatif et dans le cadre réglementaire de l'école

A3. Connaître les élèves et les processus d'apprentissage

A4. Prendre en compte la diversité des élèves

A5. Accompagner les élèves dans leur parcours de formation

A6. Agir en éducateur responsable et selon des principes éthiques

A7. Maîtriser la langue française à des fins de communication

A8. Utiliser une langue vivante étrangère dans les situations exigées par son métier

A9. Intégrer les éléments de la culture numérique nécessaires à l'exercice de son métier

A10. Coopérer au sein d'une équipe

A11. Contribuer à l'action de la communauté éducative

A12. Coopérer avec les parents d'élèves

A13. Coopérer avec les partenaires de l'école

A14. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel

**<u>Compétences communes à tous les professeurs, professionnels porteurs de savoirs et d'une culture commune</u>**

P 1. Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique

P 2. Maîtriser la langue française dans le cadre de son enseignement

P 3. Construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves

P 4. Organiser et assurer un mode de fonctionnement du groupe favorisant l'apprentissage et la socialisation des élèves

P 5. Évaluer les progrès et les acquisitions des élèves

## Annexe II

**Éléments d'analyse *a priori* d'une séquence d'enseignement-apprentissage**

1) Sur le plan mathématique
1.1 Nature de la « réponse » attendue par l'enseignant (procédure, méthode, technique, algorithme, programme de construction, …)
1.2 Procédures de résolution attendues par l'enseignant, présentées de façon détaillée et construites à partir du répertoire didactique dont disposent les élèves.

2) Sur le plan didactique
a) Enjeux didactiques de la séquence
Nature de la situation :
- Problème/Situation problème :
  - *Situation de recherche, problème de recherche ;
  - *Situation d'élaboration d'une nouvelle connaissance ou d'un nouveau savoir ;
  - *Situation de réinvestissement d'une connaissance ou d'un savoir avec changement de cadre ;
  - *Situation de réinvestissement sans changement de cadre.
- Activité d'entraînement/de réinvestissement « direct »
- Activité de calcul raisonné

b) Scénario envisagé
- Déroulement : les différentes phases du déroulement de la séquence
- Modalités pédagogiques choisies par l'enseignant (travail individuel, en groupe)

c) Les principales variables didactiques de la situation : la variable didactique d'une situation adidactique est élément de la situation dont la valeur peut être choisi par l'enseignant en fonction de son projet d'enseignement, sans cependant modifier la nature de la situation. Le choix des valeurs de ces variables peut modifier la hiérarchie des stratégies de solution (procédures de résolution) en faisant varier le coût, la complexité voire la validité des solutions.

d) Difficultés envisagées, difficultés prévisibles
- lecture (compréhension, langage, interprétation, finalité)
- représentation des données (nécessite ou non un changement de cadre ou de registre)
- gestion et traitement des données
- utilisation des instruments, du matériel
- mise en œuvre des techniques, des algorithmes, des propriétés.

e) Aides envisagées
- Processus de différenciation envisagée, aides envisagées

- Variables didactiques et pédagogique de la situation (choix de valeurs particulières)

f) Validation : moyen(s) de validation dont disposent les élèves.

# Chapitre 4

## Une synergie à double sens entre recherche et formation : l'empirisme comme obstacle à la réflexivité

***Kevin Balhan***
*Université de Liège, Ladimath, Grande Traverse n° 12 (B37) à 4000 Liège*
*Kevin.Balhan@ulg.ac.be*

***Maggy Schneider***
*Université de Liège, Ladimath, Grande Traverse n° 12 (B37) à 4000 Liège*
*mschneider@ulg.ac.be*

### Introduction

L'empirisme est ici envisagé sous un double point de vue : celui des obstacles d'apprentissage en mathématique et celui des pratiques enseignantes. Ce double regard, issu de recherches distinctes, nous amène à identifier un frein à la posture de praticien réflexif que vise la formation des enseignants en Belgique pour faire des formés, des vecteurs de changement. Il s'agit de la résistance des pratiques ostensives dont les futurs professeurs de Lycée seraient dupes en raison de leur rapport empirique aux concepts mathématiques, ici le concept de limite.

Une hypothèse de recherche est donc ici mise à l'épreuve : l'obstacle d'apprentissage, de type épistémologique, qu'est la posture empiriste, concerne tout autant les futurs enseignants en formation que les élèves. Il se conjugue alors à l'obstacle didactique que les pratiques enseignantes, dites d'ostension, sont susceptibles de créer lorsqu'elles conduisent à un malentendu entre professeur et élèves.

Le contexte de recueil des observables est une formation initiale de futurs professeurs de mathématiques du secondaire supérieur (niveau 15-18). L'analyse qui en est faite suggère des pistes de formation où la didactique, en tant que champ de recherche, joue le rôle d'un outil intellectuel comme antidote à une imprégnation trop exclusivement socialisante dans le monde du travail.

### 1. Une question de recherche formulée à l'articulation de plusieurs cadres théoriques

La question traitée ici se situe à la croisée de plusieurs cadres théoriques que nous tentons d'articuler. Pour cette raison, sa formulation suppose trois sections qui non seulement permettent de l'identifier mais en autorisent également une analyse a priori sur laquelle notre analyse ultérieure des données s'appuiera :

- Le premier cadre, qui fait l'objet de la section 1.1, vient d'un regard plus généraliste sur la formation initiale des enseignants et, en particulier, sur l'objectif de « réflexivité » attendu d'une telle formation en maints pays dont la Belgique, mais aussi pour n'en citer que quelques autres : la France, la Suisse, le Luxembourg, le Canada. Nous y expliquons que, sans exclure d'autres dimensions de la réflexivité, notre question de recherche concerne une forme de conceptualisation en amont de l'action. Cette conceptualisation doit être pensée pour éviter une future imprégnation trop exclusivement socialisante dans le métier d'enseignant, sans questionnement sur les pratiques, et pour favoriser le fait que les futurs professeurs puissent être « vecteurs de changement » au sens qui sera précisé.
- Dans la section 1.2, nous montrons, à travers la didactique des mathématiques, que des changements sont effectivement nécessaires pour améliorer l'enseignement actuel des mathématiques peu propre à mettre en évidence les raisons d'être des savoirs enseignés. Mais aussi, nous montrons que la formation initiale, supposée contribuer à cet objectif, se heurte principalement à plusieurs obstacles : un sentiment de naturalité vis-à-vis des transpositions didactiques existantes, un rapport très « formel », voire caduque aux mathématiques elles-mêmes et une posture affective peu intellectualisée d'engouement inconditionnel ou de rejet épidermique face aux réformes éducatives.
- Quant à la section 1.3, elle caractérise un obstacle majeur tant dans les pratiques enseignantes qui prennent très souvent une forme d'ostension que dans l'apprentissage des mathématiques. Il s'agit de l'empirisme comme posture épistémologique. Sans remettre en cause le rôle majeur de l'expérimental en mathématiques comme en sciences de l'éducation, nous montrons que l'empirisme - qui est un rapport réducteur à l'expérimental - est un frein à des pratiques enseignantes plus innovantes et nous illustrons en quoi cet obstacle soulève des difficultés d'apprentissage dans le domaine de l'analyse mathématique, y compris chez les futurs professeurs.

La question posée au terme de ces trois sections est celle du lien entre ces deux manifestations de l'empirisme dans les pratiques enseignantes et dans les apprentissages mathématiques.

### *1.1. Le thème de la réflexivité tel qu'il se formule dans le cadre de cette réflexion*

En Belgique francophone, un décret (CFB[1], 2001) sur la formation des enseignants de Lycée précise un ensemble d'objectifs que doit viser tout dispositif didactique conçu pour les préparer à leur futur métier. Parmi ces objectifs, on peut lire : « porter un regard réflexif sur sa pratique ». Il s'agit là d'un thème dont on observe une certaine récurrence dans l'ensemble du décret où, tantôt, on souligne

[1] Communauté française de Belgique.

la nécessité de « mobiliser des connaissances en sciences humaines pour une juste interprétation des situations », tantôt, on situe, par là, l'intérêt de l'analyse de pratiques : « les séminaires d'analyse des pratiques offrent aux étudiants un ensemble d'activités susceptibles de faire émerger des compétences et attitudes professionnelles et un regard réflexif sur celles-ci ».

Le concept de réflexivité semble être à la formation des enseignants ce que la résolution de problèmes est à l'enseignement des mathématiques : on y voit une « compétence » royale qui draine toutes les autres et qui se réfère, explicitement ou implicitement, à ce que Tardif (1999) appelle la « pierre philosophale du transfert ». On voudrait, et c'est bien légitime, que l'étudiant puisse transférer à de nouvelles situations ce qu'il a appris lors d'expériences vécues antérieurement. C'est un objectif louable mais dont l'opérationnalisation est loin d'aller de soi. Le mot situation est pris ici au sens très large : il peut s'agir de mobiliser de manière adéquate un savoir ou une technique, dans un contexte différent de celui de l'apprentissage. Mais, plus précisément ici, il s'agit de situations d'enseignement au cours desquelles le futur enseignant est amené à poser des gestes professionnels qui seront les siens dans l'exercice futur de son métier.

Les angles d'attaque du thème de la réflexivité sont multiples mais il semble que se dégage un consensus sur la nécessité d'articuler aspects affectifs et aspects cognitifs. Bien sûr, l'accent se déplace plutôt sur les uns ou plutôt sur les autres selon les chercheurs. Une dimension souvent mise en évidence concerne ce que Beckers (2009) résume, dans une synthèse de travaux sur la réflexivité, par la « construction identitaire » du futur professeur. Certains chercheurs (CEFoPEF, 2002) en font un des enjeux majeurs d'une démarche de réflexivité en insistant sur le développement de compétences liées à une certaine introspection personnelle assez chargée émotionnellement, telles que « la capacité du formé à distinguer sa personne de sa fonction, à gérer sa subjectivité dans la perception du 'réel' ». De telles capacités sont bien sûr inhérentes à toute démarche de réflexivité. Mais bien d'autres questions se posent en amont. Tout d'abord, qu'attend-on du positionnement identitaire du formé par rapport au système : qu'il s'y intègre en toute connaissance de cause ou qu'il soit, au contraire, « vecteur » de changement ? Cette question en amène d'autres sur les institutions vis-à-vis desquelles le formé doit prendre une position personnelle : y observe-t-on des dysfonctionnements par rapport aux missions que la société leur a déléguées ? Des changements sont-ils souhaités, dans quel sens et pourquoi ? Ensuite, peut-on attendre d'un futur professeur qu'il se positionne par rapport à un système sans être préalablement parvenu à voir ce système « de loin » ? Mais que cela signifie-t-il ? Et enfin, comment la formation peut-elle préparer les futurs professeurs à avoir ce regard distancié ?

Ces questions nous poussent à souligner l'importance d'une autre dimension de la réflexivité. Il s'agit, en fait, de voir celle-ci comme une forme de conceptualisation : principalement, savoir repérer dans plusieurs situations des invariants et des spécificités, comme le font les professionnels, et ainsi résoudre une nouvelle situation en s'inspirant de ce qui a été fait dans des situations analogues déjà vécues. Les travaux de Le Boterf (2000) ont en effet mis en évidence que le transfert ne se fait pas de pratique à pratique, mais qu'il nécessite le passage par une théorisation, une réflexion systématisée sur les actions entreprises. On imagine aisément le rôle joué par le travail de *debriefing* en aval de l'action : « Ce qui est déterminant dans la construction du modèle pragmatique, c'est le moment du debriefing. Car c'est à ce moment-là que s'opère la conceptualisation de la situation sous sa forme pragmatique et que les acteurs découvrent, après-coup, avec le sens de leurs erreurs, l'articulation entre équilibres de base, indicateurs et régimes de fonctionnement » (Pastré, 2002, cité par Beckers, 2009, p. 5). Mais il ne faut pas pour autant négliger un travail en amont de l'action qui permet, selon l'expression de Perrenoud (1994), d'armer l'observation de l'acteur : « Pour éviter une imprégnation socialisante trop exclusive par la culture locale, un travail en amont sur l'espace de référence est déterminant. Son objectif serait d'alerter 'l'environnement cognitif' du sujet pour que la confrontation au champ réel de l'activité se passe sur un mode réflexif plutôt 'qu'imprégnatif' » (Beckers, 2009, p. 7). C'est à cette dimension conceptuelle de la réflexivité que nous nous référerons dans ce qui suit.

### *1.2. L'enseignement des mathématiques au niveau secondaire et les futurs professeurs*

Comme nous l'avons argumenté plus haut, on ne peut faire l'économie de questions portant sur les institutions scolaires qui ont la charge d'enseigner des mathématiques, en particulier les lycées. A-t-on des raisons de penser que l'enseignement des mathématiques s'y déroule au mieux ou, qu'au contraire, il souffre de dysfonctionnements ? Un bref aperçu n'autorise aucun optimisme. En France, Chevallard (2000) fait le constat d'un enseignement des mathématiques s'inscrivant dans une perspective essentiellement « monumentaliste » : on fait « visiter » aux élèves les savoirs mathématiques, comme les pièces d'un musée sans leur parler des questions auxquelles ces savoirs apportent des réponses. A fortiori ne peut-on mettre en évidence que ces réponses sont situées dans des institutions qui les ont standardisées et que les mêmes questions pourraient être résolues autrement dans d'autres institutions ? On peut étendre ce constat sans peine à la Belgique francophone en déplorant, de plus, un repli sans cesse plus marqué sur l'apprentissage des algorithmes, repli qui s'explique par la difficulté de trouver un discours de rationalité mathématique adapté au public des élèves du secondaire (Rouy, 2007 et 2009). Il semble donc que, en Belgique comme en France à tout le moins, des améliorations assez drastiques soient souhaitables dans l'enseignement des mathématiques.

Mais, est-il crédible que les futurs professeurs soient les « vecteurs » de telles améliorations ? Cela suppose au minimum qu'ils soient conscients des dysfonctionnements de l'enseignement actuel et des pistes possibles d'amélioration. Or, comme le souligne Beckers (2009), c'est une spécificité des futurs enseignants que d'être familiers avec le milieu professionnel dont ils vont faire partie. Bien sûr, ils vont y changer de rôle, passant du statut 'd'élève' à celui 'd'enseignant', mais les années passées dans l'institution scolaire ont façonné leur représentation a priori de cette institution et même leur posture affective vis-à-vis d'elles. On peut ici convoquer non seulement le concept de « socialisation biographique » de Dubar (2000) cité par Beckers (2004) mais aussi celui « d'assujetissement de sujets à une institution » dont parle Chevallard (1992) dans sa théorie anthropologique. Cet assujettissement se traduit, entre autres, par un sentiment de naturalité des choix faits par les institutions, scolaires en l'occurrence, sentiment qui rend ceux-ci transparents en tant que choix pour les sujets de ces institutions. En particulier, les futurs professeurs ont beaucoup de peine à percevoir comme des choix possibles parmi d'autres les transpositions didactiques auxquelles ils ont été habitués en tant qu'élèves.

L'objectif de la formation est alors d'ouvrir l'inventaire a priori des possibles. Mais cet objectif soulève deux difficultés majeures. La première d'entre elles a été étudiée par Cirade (2006) dont l'expression « Les mathématiques comme problème professionnel » résume bien ce que d'autres chercheurs en didactique (e.a. Bloch, 1999) ont observé, à savoir que les conceptions très formelles que élèves-professeurs ont des mathématiques entraveraient leur capacité à mettre en scène le savoir mathématique sous forme de problèmes. Et Cirade (2006) constate, en effet, que les mathématiques sont prises en compte par les futurs professeurs pour décrire des activités pour les élèves sans que les enjeux épistémologiques ne soient souvent questionnés : « rien, ici, ne semble problématique. La description est celle d'un univers évident, transparent, qui va de soi ».

L'autre difficulté (Schneider & Job, 2016) réside dans le peu de recul des élèves-professeurs vis-à-vis des réformes éducatives, en particulier celles inspirées du paradigme socioconstructiviste ou de la mouvance dite des compétences. Qu'ils aient un discours de convenance supposé attendu par leurs formateurs ou enclins à croire à des modes d'enseignement différents de ce qu'ils ont connus comme élèves, ils manifestent une adhésion superficielle à des dispositifs dont ils ne maîtrisent ni la portée potentielle, ni les limites, se réfugiant derrière des slogans tels que « les élèves doivent être acteurs de leur apprentissage » ou « il faut enseigner les mathématiques à partir du vécu des élèves ». Cette attitude peu intellectuelle, observée dans leurs analyses de leçons, Schneider (2011) l'a rencontrée également dans les dispositifs de formations des enseignants et conseillers pédagogiques, liés à la réforme des compétences sur fond de socioconstructivisme mal digéré et l'a observée lors de formations continues où les professeurs adhèrent ou refusent ce qui leur est proposé mais d'une manière très affective, très peu intellectualisée en tout cas.

### *1.3. L'empirisme comme créneau d'observation et outil d'analyse*

C'est au carrefour des deux cadres théoriques précédemment développés que nous situons l'empirisme, à la fois dans les pratiques enseignantes et dans l'apprentissage des mathématiques, comme un rapport particulier aux « expériences » et, comme nous l'avons déjà dit, sans remettre en cause l'intérêt de l'expérimental dans les mathématiques et leur enseignement.

Lorsque l'empirisme est évoqué en didactique des mathématiques, c'est principalement à propos des pratiques d'enseignement dites « ostensives » (Salin, 1999), qu'elles soient assumées comme telles par l'enseignant ou « déguisées » sous de « fausses » questions : le professeur montre un objet en misant sur le fait que l'élève y « verra » la même chose que lui en posant des questions telles : « Que constate-t-on ? ». L'ostension déguisée est alors un mode d'adaptation économique de l'enseignant pour souscrire aux injonctions institutionnelles nourries de l'idéologie socioconstructiviste. Cependant, en dehors d'un certain champ d'efficacité, les pratiques ostensives dominantes dans l'enseignement sont source de maldonne, pour les élèves, sur le réel enjeu mathématique. (Mercier, Lemoyne & Rouchier, 2001).

Pour ce qui est des apprentissages disciplinaires, l'empirisme est plutôt l'apanage des didacticiens des sciences expérimentales, à la suite de Bachelard pour qui « l'expérience première » non questionnée est la source de tout obstacle épistémologique qui concerne, dit-il, les sciences en général à l'exclusion des mathématiques. Et pourtant … A la suite des travaux de Schneider (1988), plusieurs recherches ont été menées au sein de notre laboratoire mettant en évidence cet obstacle aussi en mathématique non seulement là où le niveau praxéologique vise la modélisation de grandeurs mais aussi à celui où le projet mathématique relève d'une théorie déductive des modèles créés (Job, 2011 ; Job & Schneider, 2014 ; Schneider, 2008 et Schneider & Job, 2016 ;). Ainsi, une fois la vitesse instantanée définie comme une dérivée, des élèves prétendent qu'une telle vitesse n'existe pas se référant à l'impossibilité de la déterminer exactement par des observations et des mesures : « le temps de chronométrer et du temps s'est déjà écoulé » ou encore « en un temps nul, aucun espace n'est parcouru » (Schneider, 1992). De même, ils doutent que la limite d'une suite d'aires de rectangles puisse égaler exactement une aire curviligne car « les rectangles n'épousent pas parfaitement la courbe » ou « se réduisent, à la limite, en segments » (Schneider, 1991a). Et, comme le développe Schneider (1991b), l'obstacle dit « géométrique », étudié par Sierpinska (1985), relève lui aussi de l'obstacle empiriste car penser la tangente comme « limite » de sécantes sans qu'aucune topologie n'ait été définie sur l'ensemble des droites, plutôt que comme droite définie à partir de sa pente, suppose de s'attacher inconsidérément au visuel dynamique de « sécantes qui pivotent autour d'un point jusqu'à devenir tangente ».

De telles réactions relèvent, ainsi que bien des erreurs que nous ne reprendrons pas ici, d'un positivisme empirique qui s'érige en obstacle épistémologique : des glissements inconscients, chez les élèves, des grandeurs à leurs mesures censées en être le reflet exact entraveraient la mise à distance par rapport aux « faux objets empiriques » - nés de l'illusion que les faits et les observations sont des donnés et non des construits - et donc l'accès, au monde 2 des états de conscience dont parle Popper (1973) dans sa modélisation de la rationalité humaine (Schneider, 1988, 2011). Quant à Job (2011), il montre que cette posture positiviste fait écran à une perception lakatosienne du concept de limite entravant l'entrée des élèves dans l'analyse mathématique dite formalisée.

Schneider (1988) avance l'hypothèse que c'est une conception tronquée du concept de limite, au sens de la limite d'une variable, 'fonction' d'un temps 'mental' implicite qui occasionne les difficultés symptomatiques de l'obstacle empiriste, en analyse du moins. Cette conception pousse à penser le symbole de Leibniz « $dx$ » comme la « limite de $\Delta x$ quand $x$ tend vers 0 ». Pour ce qui est de la vitesse, les incréments de temps et d'espace « tendent vers 0 » jusqu'à devenir effectivement nuls « avant même que l'on ne revienne à leur rapport et donc, indépendamment de lui ». C'est pareil pour la largeur des rectangles ou pour les numérateur et dénominateur $y$ et $x$ de la pente d'une sécante, ce qui conduit, dans un cas, à penser une aire curviligne comme « somme d'une infinité de segments » et, dans l'autre, à s'interroger sur le rapport problématique 0/0 qui ne peut être pente de la tangente.

On peut se poser ici la question de ce qui relie l'empirisme observé dans les pratiques enseignantes et celui à l'origine de difficultés d'apprentissage en mathématique. Nous le ferons à partir du calcul infinitésimal et de l'analyse qui en est le prolongement en nous polarisant sur le concept de limite.

## 2. Des données recueillies et analysées dans un contexte particulier de formation

Notre méthodologie ne peut s'expliquer qu'à la lumière d'un contexte de formation qui y participe grandement. En effet, les données recueillies le sont dans ce cadre, qu'elles aient été ou non obtenues de manière délibérée. En outre, c'est le contenu même de la formation et son déroulement qui nous permettent de comprendre comment joue l'obstacle empirique chez les futurs enseignants et en quoi il est résistant. C'est ce que nous expliquons dans les sections 2.1 et 2.2.

### *2.1 Le contexte de la formation : la didactique des mathématiques comme source d'une posture plus intellectualisée*

Le contexte global de la formation est précisé ici d'abord en lien avec la difficulté relevée plus haut, à savoir un rapport essentiellement affectif, voire épidermique aux réformes éducatives. Il est en effet conçu a priori en vue de favoriser chez les futurs professeurs un regard plus intellectualisé sur les phénomènes d'apprentissage et d'enseignement et sur les institutions scolaires dans lesquelles on peut observer ces phénomènes.

Un enseignement de didactique des mathématiques y prend une place importante, charpenté par la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998) et, en articulation avec celle-ci, la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard (1992). Ces deux théories y sont considérées comme des réseaux conceptuels solidaires propres à analyser, dans une posture non prescriptive, les conditions de fonctionnement et les limites de toute idéologie d'enseignement. Elles sont avant tout enseignées comme modélisation conceptuelle systémique de phénomènes liés aux interactions savoir/élèves/professeur dans une institution scolaire et, in fine, comme théories scientifiques au sens de Popper (1973), soit comme des modèles scientifiques acceptés provisoirement mais supposés pouvoir être mis à l'épreuve par des tests expérimentaux ou d'autres théoriques susceptibles de les falsifier et de les remplacer.

Par exemple, voici comment la formation prend en compte le modèle constructiviste d'apprentissage lequel est très souvent présenté sur un mode idéologique, en référence au travail de Piaget en psychologie génétique avancé comme « preuve scientifique » de l'impact positif de ce modèle plutôt que comme une modélisation du développement de l'intelligence (Schneider, 2011). Les théories mentionnées supra permettent de spécifier cette question en mettant en évidence les limites d'un tel modèle. En particulier, c'est grâce au concept de contrat didactique que le modèle des situations adidactiques de Brousseau est un modèle théorique falsifiable au sens de Popper car ce concept permet de mettre le modèle à l'épreuve, c'est-à-dire de déterminer des conditions SANS lesquelles la dévolution d'une question aux élèves est illusoire : brièvement et avant tout, son caractère fondamental vis-à-vis du savoir visé et l'existence d'un milieu qui permet aux élèves de situer leurs stratégies en l'absence d'effets du contrat didactique qui dénatureraient la tâche et donc l'apprentissage. Ces conditions ne sont en aucun cas suffisantes, elles ne sont que nécessaires mais indiquent des limites du constructivisme au sein des institutions scolaires.

Un autre aspect, et non le moindre, qui rend les théories didactiques citées ici falsifiables au sens de Popper est le questionnement qu'elles autorisent sur le savoir même qui fait l'objet de l'enseignement ainsi que sur sa transposition didactique. En effet, beaucoup d'affirmations tenues sur l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques sont, en fait, relatives à une transposition didactique donnée dont ce savoir fait l'objet. Mais, souvent, cette transposition est transparente car naturalisée pour qui tient le propos. Et ce dernier devient « naturel » à son tour, et donc non falsifiable, faute de ne pas avoir tenu compte de ce point aveugle qu'est souvent la transposition didactique. Le travail de mise à distance suppose donc l'étude de la transposition, étude de nature à la fois épistémologique et institutionnelle pour les mêmes raisons que celles avancées plus haut. C'est là qu'intervient la première difficulté décrite plus haut en termes de « mathématiques comme problème professionnel » et qui se constitue comme obstacle à un élargissement d'un inventaire des possibles.

La formation d'élèves-professeurs que nous dispensons fait la part belle à cet élargissement de deux manières. La première consiste en ce que Chevallard et Cirade (2006) appellent une approche « bottom-up », polarisée sur l'étude de questions « ombilicales », c'est-à-dire proposées par les formés comme questions émanant de leur vécu quotidien ou tout simplement nourries d'observations de terrain. Pour ces auteurs, une question didactique étant posée, il ne s'agit plus de faire apprendre les réponses « estampillées » par les institutions scolaires, soit parce qu'elles sont présentes dans la culture spontanée de la profession, soit parce qu'elles servent la cause d'œuvres théoriques bien installées à l'université. Il s'agit plutôt d'élaborer des réponses supposées viables, éventuellement en rupture par rapport aux réponses estampillées mais que l'on aura accepté de déconstruire et de reconstruire. Sans être aussi ambitieuse, la formation dont il est question ici s'appuie partiellement sur des « pièces rapportées » de leur pratique, soit des faits divers rencontrés lors de leurs leçons de stages ou des documents qu'ils ont consultés pour les préparer, soit des questions qu'ils sont invités à formuler à la suite de stages d'observation.

Une autre manière d'ouvrir le champ des possibles est de faire analyser par les élèves-professeurs des ingénieries issues de la recherche, assez éloignées de ce qui se pratique sur le terrain, pour leur rôle a priori de « tiers-objets » supposer provoquer un phénomène 'd'estrangement'[2]. Schneider et Job (2016) ont décrit et analysé une expérience de ce type. Ils

[2] Dans son essai « L'estrangement », Carlo Ginzburg définit l'estrangement comme un procédé ou un art qui

mettent en évidence la difficulté des élèves-professeurs à dépasser les jugements de valeurs et des formes d'adhésion qui relèvent d'effets de contrat, pour se polariser sur l'identification de variables didactiques et une analyse a priori de leur impact. Mais ils observent aussi, chez les étudiants, des possibilités de transfert d'une analyse faite par le formateur d'une situation didactique à une autre relativement proche, repérant ainsi des invariants et des spécificités d'un cas à l'autre.

Cependant, le risque existe que ces deux manières d'élargir le champ des possibles soient reçues, par les formés, sur le mode de la prescription. C'est là évidemment que jouent les cadres théoriques seuls susceptibles de rendre les étudiants partenaires, voire objecteurs, dans un débat scientifique où les protagonistes (formé et formateur) partagent les mêmes présupposés théoriques.

### 2.2. Des données qui témoignent de l'obstacle empirique

En l'espace de ces quelques pages, nous nous sommes permis de rapprocher plusieurs observations recueillies, selon des modalités diverses, à trois moments de cette formation dispensée sur une année académique, et ce, durant deux ans. Ce sont des réactions ou erreurs d'étudiants observées à l'occasion tantôt de travaux qui leur sont proposés pour leur permettre de prendre du recul vis-à-vis de transpositions didactiques naturalisées, tantôt à propos de « pièces rapportées », ici une définition extraite d'un manuel et un texte d'accompagnement de programmes. Ce n'est pas tant l'occurrence de ces réactions qui nous intéresse mais plutôt leur résistance à la formation et ce que cette résistance signifie en termes de robustesse de l'obstacle empirique.

Au début de la formation, un premier travail (voir annexe I) est proposé aux étudiants. Il a précisément pour objet principal cette distinction entre, d'une part, limite d'une fonction et, d'autre part, limite d'une variable qui correspond à l'infinitésimal de l'histoire. La deuxième question représente, à cet égard, un piège dans lequel tombent une proportion non négligeable d'étudiants que ce soit à l'occasion de ce travail, des discussions auquel il donne lieu dans le cours de didactique ou lors de la reprise par eux-mêmes du texte du manuel à l'occasion de leurs leçons de stages. Mais focalisons-nous sur un épisode révélateur d'un débat vécu à son propos tel que rapporté et analysé en substance par Job (2011).

> *Une étudiante, Amélie[3], échange avec Bernadette, le professeur en charge du cours de didactique pour lequel elle doit préparer, dans le cadre de ses stages, un cours sur le concept de limite. Elle pense définir « $b$ est la limite en $a$ de la fonction $f$ » par la condition $\forall \varepsilon > 0, |f(x) - b| < \varepsilon$. Bernadette la questionne sur cette définition, lui faisant remarquer que « $f(x) = b$ » lorsque la condition $\forall \varepsilon > 0, |f(x) - b| < \varepsilon$ est satisfaite, autrement dit que la fonction $f$ devrait être constante. Amélie lui répond que cela aurait été le cas seulement si elle avait*

permet de soustraire la perception à l'automatisme instauré par l'habitude (Landi, 2013).

[3] Les noms ont été altérés pour préserver l'anonymat.

*considéré $\varepsilon \geq 0$ au lieu de $\varepsilon > 0$ dans la condition $\forall\varepsilon > 0, |f(x) - b| < \varepsilon$. Bernadette relate à Camille, maîtresse de stage d'Amélie, l'épisode qu'elle a vécu avec cette dernière et lui demande ce qu'elle en pense. La réaction de Camille est « interpellante ». Elle explique à Bernadette qu'elle procède de même. Il s'agit, pour elle, d'une « stratégie didactique » visant à « éclater la complexité de la définition de limite ». Au lieu d'une définition où des conditions, portant sur $a$ et $x$, d'une part, et sur $b$ et $f(x)$, d'autre part, se retrouvent imbriquées les unes dans les autres, ce qui lui semble « complexe », elle propose de décomposer la difficulté, par le truchement de deux « définitions » distinctes, « $f(x)$ tend vers $b$ si $\forall\varepsilon > 0$, $|f(x) - b| < \varepsilon$ » et « $x$ tend vers $a$ si $\forall\varepsilon > 0, |x - a| < \varepsilon$ », une présentation où les deux conditions sont, en quelque sorte, « séparées ». Il est alors plus facile d'étudier individuellement les deux définitions, pour ensuite former la « définition » de limite qui devient alors « triviale » : « $b$ est la limite de $f$ en $a$ si $f(x)$ tend vers $b$ lorsque $x$ tend $a$ ».*

En résumé, une étudiante en formation initiale propose une définition intenable, du point de vue mathématique, du concept de limite (du moins dans le cadre de l'analyse standard), et est appuyée dans sa démarche par sa maîtresse de stage, pour des motifs « didactiques », cette dernière considérant que la formulation proposée est plus simple à « (faire) comprendre » et à « apprendre ». L'institutionnalisation faisant suite à ce travail porte sur la non prise en compte, en analyse standard, de ce qu'on appelle limite d'une variable ou, dans l'histoire, un infinitésimal. On y explique que cette théorie ne prend en considération que le concept de limite de fonction où le « comportement » de l'ordonnée conditionne celui de l'abscisse et qu'on ne peut y définir la limite d'une seule variable qu'en introduisant, de manière indue, des connotations temporelles, comme on en trouve encore des traces dans les écrits de Cauchy.

Quelques mois, plus tard, une partie du cours est consacrée à l'obstacle empirique dans ses diverses manifestations liées, entre autres, à la dérivation et à l'intégration. Lors de travaux pratiques, on y observe les étudiants eux-mêmes commettre des erreurs et avoir des réactions relevant de cet obstacle. A fortiori, ils éprouvent des difficultés à comprendre où le bât blesse dans ce qu'on leur rapporte des dérapages d'élèves liés au même obstacle. Nous ne pouvons rendre compte de ces observations en l'espace de ces quelques pages et renvoyons ici le lecteur à ce qui est dit plus haut de cet obstacle.

Aussitôt après, dans une autre phase de la formation, on questionne les élèves-professeurs sur la manière dont ils parleraient du « $dx$ » s'ils avaient à enseigner les notions d'intégrale et de primitive. Ils nous remettent un texte écrit. Enfin, on soumet à leur critique un texte faisant partie d'un document d'accompagnement des programmes (annexe 2) et où la notion de différentielle est traitée d'une manière sujette à caution. On attire leur attention sur une phrase de ce texte : « Prenons un même accroissement de $x$ : $\Delta x = dx$ » et on leur demande « Quel danger peut-on craindre quant à l'interprétation d'une telle égalité ? ».

En ce qui concerne la présentation du « $dx$ » dans un enseignement sur l'intégrale définie et la dérivée, quelques étudiants se montrent prudents en n'envisageant pas le « $dx$ » de manière isolée mais bien dans une entité notationnelle plus globale qui fait écho soit à la limite d'une somme où le signe de sommation devenant un « S » gothique et où le *dx* renvoie à la largeur $\Delta x$ des rectangles, soit au théorème fondamental de l'analyse et au fait que le « $dx$ » vient de la dérivée de la fonction-intégrale. D'autres encore se contentent de mentionner que le « $dx$ » précise par rapport à quelle variable on intègre. Mais restent assez nombreux les formés qui, malgré toute la réflexion antérieure, tiennent des propos dans lesquels est patente la résurgence de la limite d'une variable, parfois sous la forme explicite d'un infinitésimal ou d'un infiniment petit. En voici un échantillon :

1. *Je dirai que le $dx$ est la largeur des rectangles après découpage de l'intervalle [a, b] en « n » parties et que « n » tend vers l'infini.*
2. *Le $dx$ est obtenu comme limite de longueur d'intervalle en partitionnant l'intervalle [a, b] en des intervalles de plus en plus nombreux et de plus en plus petits.*
3. *L'intégrale définie signifie que l'on fait une somme infinie de rectangles de hauteur f(x) et de largeur infiniment petite dx entre a et b.*
4. *On somme une infinité de rectangles de a à b de hauteur f(x) et de largeur infinitésimale $dx$ où le $x$ indique la variable selon laquelle on intègre.*
5. *On va calculer l'aire sous la courbe f(x) dans l'intervalle [a, b] en découpant cet intervalle en des sous-intervalles infiniment petits.*

C'est encore le cas dans leurs réactions relatives au texte sur la différentielle :

6. *Ecrire limite de $\Delta y/\Delta x$ quand $dx$ tend vers 0 n'a pas de sens car il y a existence de deux limites : celle de $\Delta y/\Delta x$ et celle de $\Delta x$.*
7. *… le dx représente un accroissement infinitésimal qui, lui, doit être très petit »*
8. *… puisqu'on a bien sur le schéma que $dx = \Delta x$, donc on peut utiliser l'un ou l'autre »*
9. *… la différence est la suivante : $\Delta x$ est un accroissement fixe alors que $dx$ est un accroissement infinitésimal qui tend vers 0 »*
10. *$\Delta x$ est donc un symbole calculable dans la vie réelle alors que dx définit une grandeur infinitésimale.*
11. *$\Delta x = dx$ : confusion (pour les élèves) entre discret et continu.*
12. *Pour passer d'un accroissement fini $\Delta x$ à une différentielle $dx$, il faut faire tendre le $\Delta x$ vers 0.*

On trouve malgré tout quelques réactions plus prudentes :

13. *Je trouve très difficile de définir la notion de $dy$ sans la lier à un autre $d$ ($dx$ ou autre) puisqu'un rapport ou une intégrale utilisait des $dx$ ou des $dy$ a du sens mais « l'objet » $dy$, pris seul, semble difficile à définir.*
14. *La 'définition' de la différentielle me semble artificielle.*

15. *$\Delta x$ et $\Delta y$ ont une longueur réelle, physique ou sensible que l'on peut mesurer et avec lesquels on peut construire un triangle. Par contre, utiliser la quantité infinitésimale dx comme « longueur » d'un côté de triangle pose problème. Est-il justifié de construire un triangle avec un côté de longueur infinitésimale ? Un tel triangle ne peut pas exister et donc « inférer » les propriétés et les formules à partir de ce triangle hypothétique n'a aucun sens.*

Lors d'une année antérieure, à l'occasion d'une évaluation, nous avons posé cette même question aux étudiants en leur précisant le contexte du document et en leur rappelant la définition d'une différentielle en termes de fonctions (voir variante de l'annexe II). On a observé à peu près les mêmes réactions à deux exceptions près. Un étudiant évoque, à propos de *dx*, qu'on peut l'écrire sous la forme 1. $\Delta x = \Delta x$ en référence à la différentielle de la fonction identité. Un autre, le seul, parle explicitement du double niveau fonctionnel impliqué dans la définition fournie pour justifier son malaise :

16. *On peut en effet craindre des dangers car moi-même j'ai du mal à comprendre […]. La première réflexion concerne la complexité d'abstraction de cette définition car il est question d'un double enchaînement fonctionnel …*

Ces quelques données, analysées par Balhan (2016), rejoignent d'autres observations plus naturalistes faites d'année en année, soit au cours même de didactique ou lors travaux pratiques associés, mais aussi à l'occasion de stages d'enseignement. Elles tendent à montrer que les élèves-professeurs sont tout aussi tributaires de l'obstacle empiriste que le sont les élèves auxquels ils enseignent et enseigneront. Un indicateur très symptomatique en est qu'un seul étudiant voit où le bât blesse dans le document d'accompagnement en pointant le fait que les « $dx$ » et « $df(x)$ » ne renvoient à aucune « longueur réelle, physique ou sensible ». Et il est aussi interpellant de voir que leurs savoirs mathématiques leur sont de peu de secours, même si on les leur rappelle, pour réaliser qu'on égale, dans ce document, un réel à une fonction de R dans un espace fonctionnel ; ou encore, pour donner sens au 2$^{\text{ème}}$ triangle, en gardant au moins un des niveaux fonctionnels rappelés dans la définition de différentielle : un côté de longueur $\Delta x$ et un autre de longueur $df_x(\Delta x)$. Quant aux débats oraux que nous avons organisés sur ce sujet, ils permettent de constater que ces savoirs sont bien dans un coin de leur tête mais qu'ils ne sont guère capables de les exploiter pour éclairer la question posée. Il faut savoir ici que la plupart des étudiants concernés sont, pour les uns, en 5$^{\text{ème}}$ année de master en mathématiques ou ont terminé, pour les autres, un cursus d'ingénieurs.

L'obstacle empiriste comme obstacle d'apprentissage mathématique semble donc concerner aussi bien les élèves-professeurs que les élèves eux-mêmes. Nous avons effectivement montré sa résistance chez les futurs professeurs en dépit de dispositifs supposés le mettre en évidence. Cela n'est sans doute pas sans lien avec la robustesse de l'enseignement par ostension comme nous le concluons ci-dessous.

## 3. Une analyse conclusive : des pratiques ostensives résistantes dont les élèves-professeurs seraient dupes

Les pratiques ostensives ont d'abord été observées, assez naturellement d'ailleurs, dans le domaine de la géométrie. Elles prennent une forme particulière en analyse dont seuls quelques aspects sont enseignés au niveau secondaire, limités aux aspects calculatoires et graphiques augmentés de quelques définitions formelles. Cette forme a été étudiée au sein de notre laboratoire.

En particulier, Rouy (2007) a montré la prégnance, à ce niveau, de praxéologies[4] « à trous », soit des organisations mathématiques constituées de tâches (dans les meilleurs des cas) et de techniques mais dont le discours technologique est un semblant de discours : « il est en fait constitué du discours théorique proprement dit (tel qu'on peut le voir dans un cours d'analyse universitaire) dans lequel on aurait 'fait des trous' pouvant être comblés par le recours aux propriétés visuelles […] » et des gestes d'ostension de la part du professeur (p. 252). On ne s'étonnera pas que les 'trous' concernent surtout les propriétés topologiques des réels qui interviennent, par exemple, dans la démonstration du théorème qui lie positivité de la dérivée et croissance de la fonction, laquelle démonstration est remplacée au niveau de l'enseignement secondaire par le tracé d'une courbe et de tangentes en quelques-uns de ses points. Ce qui n'empêche pas de donner le change en énonçant quelques théorèmes (celui de Rolle et celui des accroissements finis) qui non seulement se prêtent bien aux pratiques ostensives, mais sont aussi présentés comme « maillons emblématiques » du travail déductif du mathématicien qui les utilisera pour prouver rigoureusement le théorème en question.

C'est précisément à propos de la tangente que Balhan, Krysinska et Schneider (2015) posent la question du lien entre le positivisme empirique comme obstacle d'apprentissage en mathématiques et les pratiques ostensives liées à l'enseignement standard de la tangente dans l'enseignement secondaire. A ce niveau en Belgique, l'approche naturalisée de la dérivée consiste à l'introduire comme pente de tangente, elle-même « montrée », par ostension, comme « limite de sécantes ». Ce qui se traduit par un cercle vicieux : la dérivée est illustrée comme pente de la tangente laquelle est pas définie, comme elle l'est dans la théorie, c'est-à-dire comme droite dont la pente est déterminée par la dérivée… Rares sont les (futurs) enseignants qui en sont conscients sans doute parce qu'ils ne sont pas au clair, pour eux-mêmes, avec cela.

On peut supposer ici que ce soit ce renforcement entre l'empirisme comme obstacle d'apprentissage et l'empirisme au principe de pratiques enseignantes ostensives qui fasse écran à la difficulté des élèves-professeurs à concevoir et même à identifier des organisations

[4] Le concept de praxéologie est emprunté à Chevallard (1999) lequel l'utilise pour modéliser toute activité humaine et, en particulier l'activité mathématique, qu'elle soit de l'ordre de la production ou de celle de l'utilisation. On peut expliquer brièvement ce concept à partir de son étymologie : un bloc 'praxis' rassemble une tâche qu'on se donne et la technique exploitée pour la réaliser tandis que le bloc 'logos' reprend un discours technologique ou théorique dont la fonction majeure est de justifier la technique utilisée et de la rendre intelligible en regard de la tâche visée.

mathématiques adaptées au niveau des élèves du secondaire. Ces organisations que Schneider (2008) nomme des 'praxéologies *modélisation*' sont des alternatives aux praxéologies à trous. Ce sont des praxéologies dans lesquelles les tâches consistent à modéliser, par des concepts mathématiques, des systèmes intra ou extra-mathématiques faits d'objets préconstruits au sens de Chevallard (1991). Ceux-ci, telles les aires, les vitesses ou les tangentes, ne sont pas définis d'emblée par le biais de concepts mathématiques, en l'occurrence le concept de limite. On cherche, dans un premier temps, seulement à les déterminer par l'une ou l'autre technique en s'appuyant sur les convictions, images, intuitions que l'on peut avoir à leur propos. Ils fonctionnent alors comme des « objets mentaux » au sens de Freudenthal (1973), soit en quelque sorte comme des substituts de concepts (Schneider, 1988). Et, dans cette perspective, les modes de validation se démarquent des preuves déductives en vigueur dans les théories axiomatisées : la validation peut être pragmatique en ce sens que la technique est « éprouvée » en la testant pour retrouver des résultats qui avaient déjà été établis d'une autre manière, ce qui a poussé Job et Schneider (2014) à parler de « praxéologies pragmatiques ». Ou encore, on s'autorise dans ces praxéologies à justifier les techniques et leurs résultats par des arguments intuitifs liés à des connaissances empiriques que l'on peut avoir sur les préconstruits, ici des intuitions liées aux aires ou vitesses comme, par exemple, l'idée d'un ordre sur les aires de surfaces emboîtées.

L'intérêt des praxéologies 'modélisation' dans un cours d'analyse au Lycée réside dans les doutes qu'expriment les élèves quant à la pertinence de certains modèles mathématiques en raison de l'obstacle empiriste. Et c'est ce qui justifie de construire ces modèles sur la base de leurs intuitions avant de définir les grandeurs en jeu (aires, vitesses, …) par des concepts mathématiques. Mais, comme déjà dit, les futurs enseignants éprouvent des difficultés à identifier les enjeux de telles praxéologies et a fortiori à les concevoir. On peut déjà l'expliquer par une symbiose subtile entre leurs propres intuitions, juxtaposées mais non articulées à leurs savoirs mathématiques, et celles qu'ils prêtent à leurs élèves. Ce mélange est bien celui qu'on observe chez Amélie qui propose une définition bancale de la limite pour ménager les élèves sans être consciente du problème mathématique et, en raison sans doute, d'une référence inconsciente à la « limite d'une variable ». En cela, du moins, elle n'est pas la seule, ainsi que le montrent nos autres investigations. S'ajoute ici la prégnance des pratiques ostensives dans l'enseignement vis-à-vis desquelles les futurs professeurs ont un sentiment de naturalité car il est habituel que les praticiens leur prêtent un pouvoir explicatif qu'elles n'ont pas.

Il en résulterait une absence de réflexivité des futurs professeurs, dans ce créneau spécifique, qui se nourrit à la fois de leurs propres obstacles d'apprentissage en mathématiques et d'une naturalisation de pratiques enseignantes.

## Épilogue

On voit donc ici se tisser un entrelacement entre formation et recherche. Ce sont des recherches antérieures sur l'empirisme en tant qu'obstacle d'apprentissage qui nous ont conduit à cette hypothèse de recherche sur la dépendance des élèves-professeurs à cet obstacle, comme une des raisons à l'origine des pratiques ostensives. Les dispositifs méthodologiques pour étayer cette hypothèse chez des élèves-professeurs sont aussi des dispositifs de formation de ces mêmes futurs enseignants dont il faudrait évaluer l'impact sur leurs pratiques professionnelles. Ce qui est une autre paire de manches ! Tout est question d'opportunité mais c'est bien une synergie à double sens entre recherche et formation qu'illustrent, nous semble-t-il, ces quelques pages.

Plusieurs questions n'ont pu cependant être traitées ici. Une première question est celle de l'articulation entre, d'une part, le travail montré qui renvoie pour une bonne part aux mathématiques elles-mêmes et à leur maîtrise et, d'autre part, la manière dont les futurs professeurs s'emparent des concepts de didactique enseignés pour analyser et/ou construire des séquences didactiques. Nous renvoyons, sur cette question, au travail de Schneider et Job (2016) qui étudient les circonstances dans lesquelles les futurs professeurs s'emparent d'ingénieries didactiques issues de la recherche et les analysent en termes de variables didactiques au-delà de seules références à des idéologies d'enseignement. Ils mettent en évidence que c'est une analyse didactique des ingénieries elles-mêmes qui permet de mettre à jour les observables qui caractérisent cette aptitude requise par le métier d'enseignant : savoir analyser des situations didactiques, à la lumière de cadres théoriques et sans a priori idéologique. Ils concluent aussi que « Cette aptitude des élèves-professeurs à rentrer dans l'analyse proprement didactique n'est en rien une condition suffisante pour devenir de bons enseignants. Mais elle nous apparaît comme une condition sine qua non d'une future pertinence avec laquelle ils choisiront ou concevront des dispositifs didactiques dans l'exercice de leur profession. Encore faut-il qu'ils le veuillent et que leurs conditions de travail le leur permettent ».

Une deuxième question est celle des ressources dont disposent les enseignants, qu'ils soient en formation ou déjà en activité professionnelle. Il nous semble effectivement que l'on peut ici parler de « ressources manquantes » au sens où en parlent Chevallard et Cirade (2010) : les manuels scolaires, en Belgique francophone, fonctionnent sur le mode de l'ostension et les praxéologies 'modélisation' en sont absentes. Plusieurs livres écrits par des membres de l'équipe, http://www.ladimath.ulg.ac.be/?q=node/11, tentent de remédier à la situation. Des extraits de ces livres sont soumis aux futurs professeurs et nous leur dévoluons l'analyse de leurs enjeux et de leurs variables didactiques. Notre sentiment est qu'il nous semble que le dispositif est porteur mais nous manquons de données recueillies systématiquement et de recul pour pouvoir l'affirmer, dans le cadre de la formation elle-même et a fortiori dans celui d'une pratique professionnelle à venir. Quant à l'impact des recherches en didactique sur l'élaboration de documents institutionnels, il nous paraît, à l'heure actuelle, largement hypothéqué a priori par l'absence de formation didactique des personnes qui, dans la noosphère, ont en charge leur rédaction.

## Références bibliographiques


Balhan, K. (2016). *Le théorème fondamental comme pierre de touche de l'enseignement et des apprentissages de l'analyse au niveau du secondaire.* Thèse en cours à l'Université de Liège.

Balhan, K., Krysinska, M. & Schneider, M. (2015). Quelle définition du concept de tangente ? Pour quelles raisons ? *Repères IREM*, 101, 5-32.

Beckers, J. (2004). Comment amorcer la construction identitaire d'un praticien réflexif par la formation initiale ? *Recherche et Formation*, 46, 61-80.

Beckers, J. (2009). Contribuer à la formation de « praticiens réflexifs ». *Puzzle*, 26, 4-14.

Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(2), 135-193.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CEFoPEF (2002). *Qu'est-ce que la réflexivité ?* http://www.det.fundp.ac.be/cefope/ressources/reflexivite/reflexivite.html.

CFB (2001). *Décret définissant la formation initiale des agrégés de l'enseignement secondaire supérieur.* Bruxelles : CFWB. http://www.enseignement.be/prof/info/ens/devenirens/ forminit.asp

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12-1, 72-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19-2, 221-265.

Chevallard, Y. (2000). *Enseignement insensé, enseignement raisonné et créativité sociale*. IUFM d'Aix-Marseille, communication dans le cadre du colloque « Mathématiques sans frontières 2000 ».

Chevallard, Y. & Cirade, G. (2006). Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques. Dans C.-M. Chiocca & I. Laurençot (Éds.), *De l'intégration des technologies aux dispositifs de formation de futurs enseignants* (Disponible sur cédérom). Toulouse : ENFA & IUFM Midi-Pyrénées.

Chevallard, Y. & Cirade, G. (2010). Les ressources manquantes comme problème professionnel. Dans G. Gueudet & L. Trouche (eds.) *Ressources vives, la documentation des professeurs en mathématiques* (p. 41-55). Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.* Thèse de doctorat, Université de Provence-Marseille.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht (The Netherlands): Riedel Publishing Company.

Job, P. (2011). *Étude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques*. Thèse de doctorat, Université de Liège.

Job, P. (En révision). Étude lakatosienne des difficultés d'appréhension du concept de limite formalisé. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

Job, P. & Schneider, M. (2014). Empirical positivism, an epistemological obstacle in the learning of calculus. Dans C. Rasmussen, M. C. Borba (Eds.), The teaching and Learning of Calculus - In memoriam Arnold Kirsch, ZDM, *The international Journal on Mathematics Education*, 46(4), 635-646.

Landi, S. (2013). L'estrangement. Retour sur un thème de Carlo Ginzburg. *Revue interdiciplinaire d'Humanités, Numéro Hors série*. École doctorale Montaigne-Humanités.

Le Boterf, G. (2000), De quel concept de compétences les entreprises et les administrations ont-elles besoin ? Dans Ch. Bosman, F.-M. Gérard & X. Roegiers (eds.), *Quel avenir pour les compétences ?* (p. 15-19). Bruxelles : De Boeck.

Mercier, A., Lemoyne, G. & Rouchier, A. (Eds.) (2001). *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck.

Pastre, P. (2002). L'analyse du travail en didactique professionnelle. *Revue française de Pédagogie,* 138, 9-17.

Perrenoud, Ph. (1994). *La formation des enseignants : entre théorie et pratique.* Paris : L'Harmattan.

Popper, K. (1973). *La logique de la découverte scientifique.* Paris : Payot.

Rouy, E. (2007). *Formation initiale des professeurs (du secondaire supérieur) et changements de posture vis à vis de la rationalité mathématique*. Thèse de doctorat, Université de Liège.

Rouy, E. (2009). Confrontation d'élèves-professeurs à une ingénierie sur les dérivées : ce qui ne (se) passe pas. Dans Y. Matheron et S. René de Cotret (Eds.), *La désaffection envers l'étude des mathématiques : entre problématiques curriculaires et didactiques* (p. 28-40). http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Projet%20sp%E9ciaux/Projet%20special%201/actes_projet1_final.pdf.

Salin, M.-H. (1999). Pratiques ostensives des enseignants. Dans G. Lemoyne & F. Conne (eds.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 327-352). Montréal : Les presses de l'Université de Montréal.

Schneider, M. (1988). *Des objets mentaux 'aire' et 'volume' au calcul des primitives.* Thèse de doctorat, Université catholique de Louvain.

Schneider, M. (1991a). Un obstacle épistémologique soulevé par des « découpages infinis » des surfaces et des solides. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2/3), 241-294.

Schneider, M. (1991b). Quelques difficultés d'apprentissage du concept de tangente. *Repères IREM*, 5, 65-82.

Schneider, M. (1992). A propos de l'apprentissage du taux de variation instantané. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 317-350.

Schneider, M. (2008). *Traité de Didactique des Mathématiques.* Liège : Presses universitaires de Liège.

Schneider, M. (2011). Mise en œuvre de l'approche par compétences en Communauté française de Belgique : ce que la recherche en didactique des mathématiques aurait pu ou pourrait apporter. Dans J. Lebeaume, A. Hasni & I. Harlé (Eds.), *Recherches et expertises pour l'enseignement de la technologie, des sciences et des mathématiques*. Louvain-la-Neuve : De Boeck Université.

Schneider, M. & Job, P. (2016). Ingénieries entre recherche et formation. Elèves-professeurs en mathématiques aux prises avec des ingénieries didactiques issues de la recherche. Un dispositif de formation à portée phénoménotechnique, *Éducation & Didactique*, 10(2), 91-122.

Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 6(1), 5-67.

Tardif, J. (1999). *Le transfert des apprentissages.* Montréal : Les Éditions Logiques.

**Annexe I**

Didactique des mathématiques

- Professeur : M. Schneider
- Chargés de formation : P. Henrotay, P. Job
- Moniteurs pédagogiques : J. Dewitte, E. Moitroux, C. Varlet, J. Wuidar
- Collaborateurs scientifiques : E. Baeten, M. Krysinska, H. Rosseel, M. Solhosse
- Collaborateurs académiques : G. Hansoul, P. Lecomte, P. Mathonet, M. Rigo

**Didactique des mathématiques**

**Travail n°1 : Les limites de fonctions de R dans R**

1. Vous devez préparer quelques cours qui introduisent les limites de fonctions et vous cherchez à donner du sens aux concepts mathématiques en montrant d'emblée à quelles questions ou à quels projets ils répondent. Par quels cas de limites commencez-vous ? Envisagez-vous de les enseigner tous dans une première approche et dans quel ordre ? Pourquoi ? Renseignez-vous sur ce que les programmes et divers manuels proposent. Caractérisez leurs choix et analysez leurs avantages et leurs inconvénients.

2. Comment expliquez-vous aux élèves l'existence d'asymptotes horizontales ou verticales à partir de certains calculs de limites ?

3. Dans un manuel récent « Espace math 56 », destiné aux élèves du secondaire, on trouve la définition suivante :

   - *Une variable p se rapproche de plus en plus du réel constant k ou p tend vers k ssi la valeur absolue de la différence entre p et k peut être rendue plus petite que n'importe quel réel strictement positif ou encore $|p - k| < a$ où a est un réel strictement positif arbitrairement choisi.*

Est-il possible de formaliser cette définition en termes d'inégalités et de quantificateurs ? Comment ? Pourquoi ?

4. Voici trois autres définitions relatives à la notion de limite.
   En quoi rejoignent-elles ou s'écartent-elles de la définition rencontrée dans vos cours universitaires ?

   - *Soit x une quantité variable ; on dit que x tend vers une limite déterminée si les valeurs successives de x se rapprochent d'un nombre fixé a, de sorte que la différence x – a finisse par devenir et rester, en valeur absolue, inférieure à tout nombre positif donné $\varepsilon$, si petit qu'il soit. On dit alors que x a pour limite a et l'on écrit lim x = a.* (G. Verriest, UCL, 1956, cours pour docteurs en sciences)
   - *Lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approchent indéfiniment d'une valeur fixe, de manière à finir par en différer aussi peu que l'on voudra, cette dernière est appelée la limite de toutes les autres. Ainsi, par exemple, un nombre irrationnel est la limite des diverses fractions qui en fournissent des valeurs de plus en plus approchées. En géométrie, la surface d'un cercle est la limite vers laquelle convergent les surfaces des polygones inscrits, tandis que le nombre de leurs côtés croit de plus en plus [...]* (Cauchy, 1789-1857)
   - *Soient f : R -> R une fonction et a, b des réels. f admet b pour limite en a ssi f(x) se rapproche de plus en plus de b lorsque x se rapproche de a.*

5. Comment évaluez-vous cette copie d'étudiant qui démontre, dans un cas particulier, le théorème relatif à la limite d'une somme de deux fonctions :
   - *On prend $\varepsilon > 0$. On sait que $\lim_a(f_1) = b_1$ et $\lim_a(f_2) = b_2$. Donc on peut prendre $\delta_1 > 0$ et $\delta_2 > 0$ tels que $|f_1(x) - b_1| < \varepsilon/2$ dès que $0 < |x - a| < \delta_1$ et $|f_2(x) - b_2| < \varepsilon/2$ dès que $0 < |x - a| < \delta_2$. En prenant $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\} > 0$, on est assuré que $|(f_1+f_2)(x) - (b_1+b_2)| \leq |f_1(x) - b_1| + |f_2(x) - b_2| < \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon$ dès que $0 < |x - a| < \delta$.*

## Annexe II

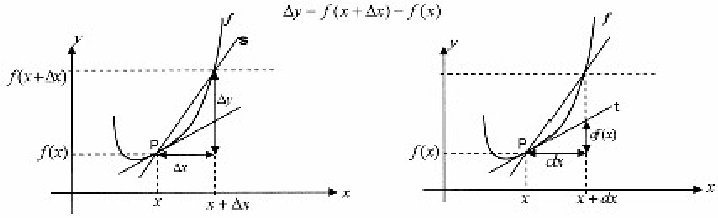
### Chapitre 3. Les primitives

#### A. Notion de différentielle

**1. Définition**

Considérons une fonction $f$ continue sur un intervalle $[a, b]$ et son graphique.
A un accroissement arbitrairement choisi $\Delta x$, correspond un accroissement $\Delta y$

$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$$




$\Delta y \simeq df(x)$ pour $\Delta x$ suffisamment petit $(\Delta x \to 0)$

La droite $t$ tangente au graphique de la fonction $f$ au point $P$ a pour coefficient de direction

$$m_t = \frac{df(x)}{dx}$$

La droite $s$ sécante au graphique de la fonction $f$ a pour coefficient de direction :

$$m_s = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Par définition, on a

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Prenons un même accroissement de $x$ : $\Delta x = dx$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{dx \to 0} \frac{\Delta y}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

Donc

$$\boxed{f'(x) = \frac{df(x)}{dx} \text{ d'où } df(x) = f'(x).dx}$$

où $df(x)$ est appelée la **différentielle** de la fonction $f$

6e année - 7e partie - Analyse - Chapitre 3 : Les primitives p.26.

Variante de la question posée aux étudiants

*L'extrait ci-dessous vient d'un document d'accompagnement de programme. On y lit, « Prenons un même accroissement de $x$ : $\Delta x = dx$ ». Quel danger peut-on craindre quant à l'interprétation d'une telle égalité ?*

*La différentielle d'une fonction f de R dans R est une fonction qui, à un réel x d'un ouvert de R, fait correspondre une application linéaire de R dans R laquelle envoie un réel $\Delta x$ sur f'(x) $\Delta x$. En vous appuyant sur cette définition :*

- *Quelle réflexion tirez-vous sur cette égalité ?*
- *Et comment expliqueriez-vous le risque qu'elle comporte ?*

# Chapitre 5

## Co-élaboration d'interventions entre enseignantes et chercheures visant le développement d'un choix éclairé de matériel auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage au primaire dans la résolution de problèmes additifs

***Mireille Saboya***
*Université du Québec à Montréal*
*saboya.mireille@uqam.ca*

***Mélanie Tremblay***
*Université du Québec à Rimouski, campus Lévis*
*Melanie_Tremblay@uqar.ca*

### Introduction

Différentes formules de formation continue sont susceptibles de contribuer au développement des compétences professionnelles chez les enseignants en exercice. Leur durée varie allant d'une formation offerte sur une demi-journée à un accompagnement s'étalant sur plusieurs années. Elles se distinguent aussi par la possible mise en place d'une collaboration entre formateurs et enseignants dans l'appropriation de nouvelles approches pédagogiques (Presseau & Martineau, 2007). Selon Cauterman et ses collaborateurs (1999), les formules qui sont les plus susceptibles de générer un changement sont celles où toutes les personnes impliquées s'engagent volontairement dans le processus de formation. Ce désir de s'engager est devenu au fil du temps une condition de participation à nos différents projets de recherche dont le cœur est le développement professionnel des enseignants et des autres professionnels impliqués à partir des expériences vécues en classe (Day, 1999). Loin d'être fixés *a priori*, les contenus de formation sont alors colorés par un souci mutuel des participants de rechercher des solutions aux problèmes perçus par les enseignants et les professionnels intervenant dans la classe de mathématiques. Ces problèmes sont eux-mêmes constamment reformulés par le travail parallèle de documentation et d'analyse de l'activité d'enseignement-apprentissage des mathématiques vécue dans la classe.

Contrairement aux autres textes proposés dans cet ouvrage, cet écrit porte plutôt son attention sur un dispositif de formation développé dans le cadre d'une recherche collaborative actuellement en cours[1] avec deux enseignantes et une orthophoniste[2] intervenant dans des classes d'adaptation scolaire en deuxième et troisième années du primaire. Il s'appuie sur un cas de résolution de problème où la démarche réflexive des participants et l'identification même de ce problème sont des conditions espérées par les enseignants universitaires comme moteurs d'action dans la formation à l'enseignement des mathématiques auprès des futurs maîtres. Ce texte illustre, d'une part, un processus constant de formulation-reformulation du problème et, d'autre part, les différents moyens qui s'actualisent à travers le dispositif de recherche-formation pour ainsi rendre apparentes, au fil des formations, différentes composantes colorant l'activité d'enseignement-apprentissage des mathématiques auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. On verra plus précisément comment les résultats issus de notre travail de chercheures sont eux-mêmes réinvestis comme leviers favorisant la réflexion collective autour de la construction et de la mise à l'essai d'interventions visant à ce que les élèves développent un engagement réfléchi et un choix éclairé sur le matériel à utiliser dans la résolution de problèmes additifs et soustractifs.

## 1. Mise en contexte ou … Esquisse d'un problème au cœur d'un développement professionnel

Au Québec, comme à l'échelle mondiale, l'importance des recherches qui portent sur l'activité d'enseignement-apprentissage et qui permettent de fournir les assises à la professionnalisation de l'enseignement est reconnue (CSE, 2004, 2014). L'identification des savoirs et des savoirs-faire mobilisés dans l'acte d'enseignement permet alors la conception de dispositifs de formation qui contribuent au développement de l'expertise enseignante. Comme le soulignent plusieurs recherches (Bednarz, 2009; Tardif, Lessard & Gauthier, 1998), les dispositifs de formation qui visent une formation prescriptive d'approches de l'enseignement ne connaissent malheureusement pas les bénéfices escomptés. La transformation de la pratique enseignante implique plutôt un travail d'appropriation et d'intégration de nouvelles manières de faire qui doit engager les professionnels de l'enseignement dans un travail réflexif sur leur pratique (CSE, 2004 ; Day, 1999). Le rôle du chercheur est alors aussi en mutation. Sa recherche de la compréhension de l'activité enseignante se voit doublée d'un souci de dépasser le regard normatif sur ce que font les enseignants. Il est ainsi invité à contribuer à la réflexion sur les actions et à prendre part aux décisions qui guideront les interventions des professionnels (Bednarz, 2009).

La présente recherche collaborative part d'une problématique exprimée par les enseignantes et l'orthopédagogue impliquées dans ce projet au sujet de la résolution de problèmes chez leurs

[1] Sous la responsabilité de Mélanie Tremblay, le projet «Si MATHieu prenait le contrôle» est subventionné par le programme de soutien à la recherche et au développement en adaptation scolaire du Ministère de l'éducation, du loisir et du sport (2013-2015).

[2] Dans l'école où se déroule le présent projet, l'orthophoniste évalue les élèves qui présentent des retards sévères de langage (*p. ex*. dysphasie, dyslexie), de la parole (*p. ex.* bégaiement, prononciation) et de la voix. En collaboration étroite avec les enseignantes et la famille des élèves concernées, elle contribue à l'identification et l'application d'interventions qui visent le développement de la capacité à communiquer chez les élèves. Elle intervient elle-même dans la classe et en individuel.

élèves. Cette problématique fait elle-même écho à plusieurs travaux de recherche qui rejoignent les propos des enseignantes. Weisser (1999), De Corte et Verschaffel (1987) soulignent les difficultés associées à la compréhension du problème. Celles-ci renvoient à la compréhension de la question à partir de l'énoncé, l'identification des éléments pertinents à la résolution, mais aussi à la prise en compte de la position de l'inconnue dans l'énoncé proposé (dans ce projet, nous référons à la place de l'inconnue dans des problèmes additifs). Les deux enseignantes et l'orthopédagogue discutent des difficultés chez leurs élèves à comprendre les énoncés de problèmes, à planifier leur résolution, à faire des allers-retours durant la résolution pour se remettre en question ainsi que des difficultés dans le processus de prise de décision dans la résolution des problèmes. Ces difficultés sont largement documentées dans différents travaux de recherche (Berends & Van Leshout, 2009 ; De Corte & Verschaffel, 1987 ; Dionne, Boutet, Julien-Gauthier*,* 2002). Nous souhaitions encourager, chez les participantes impliquées, un travail régulier de mise en évidence, dans la classe, des stratégies de résolutions mobilisées par les élèves dans l'implantation d'une approche de résolutions de problèmes, façonnées par le recours au matériel de manipulation et par les échanges langagiers.

Nous nous concentrons, dans ce texte, sur le travail de co-élaboration entre les milieux de recherche et de pratique autour de l'utilisation de matériel dans la résolution de problèmes de structure additive. Ces problèmes sont abordés afin, d'une part, de construire une séquence d'enseignement constituée de problèmes qui montent en complexité et, d'autre part, d'élaborer des interventions visant à développer une action contrôlée chez les élèves en résolution de problèmes s'appuyant sur un choix éclairé du matériel. Bien que ce texte ne suive pas l'évolution temporelle du projet collaboratif mené, nous exposons d'abord des leviers théoriques qui ont coloré notre travail de chercheurs et qui furent investis dans le travail réflexif mené avec les enseignantes et l'orthopédagogue.

## 2. Regard théorique sur le développement d'un contrôle et sur les problèmes de structure additive : leviers pour la réflexion

### *2.1. Développement d'un contrôle chez l'élève en résolution de problèmes*

Le projet mené a conduit à la valorisation d'interventions chez les enseignantes visant à favoriser une action contrôlée chez les élèves, action qui s'exprime à travers un engagement réfléchi dans le problème et un choix éclairé de matériel. Ces choix reposent sur nos travaux s'appuyant sur la notion de contrôle (Saboya, 2010). Le contrôle se manifeste, d'une part, par une réflexion de la part de l'élève, sur toute action, sur tout choix tout au long du problème, que ce soit au début, en cours ou à la fin de la résolution et d'autre part, par une prise de distance par rapport à la résolution du problème. Le contrôle peut prendre place tout au long du processus de résolution du problème. En amont de la réalisation, le contrôle permet une anticipation (Cipra, 1985; Coppé, 1993) : les élèves posent a priori une condition de validité du résultat avant de le connaître. Il assure une mobilisation des connaissances en jeu, il se manifeste par une relation entre les données et le but à atteindre. Il se traduit par un temps d'arrêt, un esprit critique, une évaluation des stratégies possibles, une recherche de sens (Kargiotakis, 1996). En aval de la réalisation, le contrôle assure un travail rétrospectif, une vérification du résultat pour dépasser le doute et acquérir une certitude (Polya, 1945/1965; Mason, 1994; Richard, 1990/1998; Coppé, 1993). Si nécessaire, il permet un retour sur la tâche, sur la question et contribue à une évaluation de la méthode utilisée, de la démarche, du choix de la méthode et/ou du résultat. Le contrôle passe également par la perception des erreurs (Cipra, 1985; Hadamard, 1945/1975), une sensibilité et/ou un dépassement de la contradiction. En début ou en cours de processus, le contrôle se manifeste par des prises de décisions sur la direction à prendre, la stratégie la plus efficace, la moins coûteuse en temps, par des évaluations périodiques tout au long de la résolution, par un réinvestissement des stratégies utilisées précédemment (Krustetskii, 1976; Schoenfeld, 1985).

Sont ainsi décrites dans ce qui précède quelques-unes des composantes du contrôle qui proviennent de diverses recherches[3],

- l'anticipation;
- l'engagement réfléchi qui s'appuie sur un arrêt devant le problème, avant, en cours et/ou à la fin de la résolution;
- la vérification;
- la perception des erreurs;
- le discernement/choix éclairé.

Ce sont les composantes « *engagement réfléchi* » et « *choix éclairé* » qui ont guidé l'analyse des interventions planifiées dans les rencontres de formation et effectives en classe, même si, comme nous le montrerons à travers l'analyse, d'autres composantes du contrôle (vérification, perception des erreurs) sont mobilisées. En ce qui a trait au *choix éclairé*, Schoenfeld (1985) insiste sur l'importance de lier les caractéristiques d'un problème et la stratégie privilégiée. Quand l'élève travaille sur un problème, il peut connaitre plusieurs stratégies de résolution, mais toutes ces stratégies ne sont pas nécessairement efficaces. Si l'élève choisit une stratégie peu appropriée et qu'il poursuit avec celle-ci en excluant les autres, alors soit il échouera dans la résolution du problème, soit il arrivera à sa résolution, mais avec des procédures difficiles et coûteuses en temps. Ce choix peut donc affecter le processus de résolution d'un problème. Le contrôle se manifeste ainsi par la capacité d'envisager différentes stratégies pour résoudre le problème et par la capacité de faire un choix pertinent d'une stratégie appropriée, efficace, peu coûteuse en temps après avoir écarté les autres. Le choix éclairé est considéré dans notre étude comme un choix efficace de matériel selon le problème à résoudre. Notre regard s'attardera essentiellement sur les interventions d'une des deux enseignantes, interventions qui motivent un tel choix chez les élèves et qui ont lieu en particulier pendant les retours en grand groupe. À cet effet, Margolinas (1992) présente ce qu'elle nomme la « phase de conclusion » qui prend place à la fin de la résolution d'un problème par l'élève. Une phase de conclusion est aussi une phase d'évaluation si l'enseignant émet

[3] Tous les chercheurs n'utilisent toutefois pas le terme « contrôle ».

un jugement sur la validité du travail de l'élève. Nous pensons que cette phase ne permet pas le développement d'une activité de *contrôle* chez l'élève, celui-ci n'étant pas amené à réfléchir sur la validité de sa démarche. C'est quand la phase de conclusion est une phase de bilan qu'elle devient intéressante du point de vue du contrôle : « un des rôles de la phase de bilan est de permettre la formulation publique des méthodes de résolution par les élèves qui sont envoyés au tableau où ces élèves doivent formuler leurs stratégies » (Margolinas, 1992, p. 136). Dans cette phase, l'enseignant peut intervenir activement quand il le juge nécessaire.

### *2.2. Problèmes de structure additive et usage du matériel*

L'accompagnement des élèves dans la résolution de problèmes nécessite des enseignants un travail préalable d'analyse des énoncés des problèmes proposés et une prise en compte des nombres en jeu qui ne va pas nécessairement de soi pour les enseignants. Différents travaux de recherche qui se sont appuyés sur la typologie de Vergnaud (1982) renforcent l'importance de distinguer les classes de problèmes en jeu en étudiant bien la structure même de l'énoncé du problème plutôt que l'opération en jeu. Vergnaud (1982) distingue les problèmes où il s'agit de rechercher le « tout » des problèmes de recherche d' « une des parties ». Dans ces deux classes de problèmes, les problèmes de composition de mesures (aussi appelés problèmes de réunion) apparaissent comme les plus simples, suivis par les problèmes de transformations (ajout ou retrait), de composition de transformations et finalement, les problèmes de comparaison. D'autres éléments de complexité sont en jeu comme les nombres (grandeur et nature), la familiarité du contexte pour l'élève ainsi que l'accroissement des différentes classes de structure relationnelle regroupées dans un même énoncé.

La résolution de problèmes de structure additive va de pair avec l'acquisition du nombre. La diversité des problèmes proposés à l'élève lui permet de découvrir le nombre comme une relation entre les mesures, ou encore, comme une transformation qui opère sur un état (Vergnaud, 1982). Nous pensons que l'activité mathématique en classe aurait avantage à être accompagnée par l'usage de matériel. Gujarati (2013) porte son attention sur l'importance et la distinction de trois représentations particulières : des représentations concrètes (jetons et blocs multibase[4]), des représentations imagées ou semi-concrètes (grille de nombres et droite numérique) et des représentations symboliques comme les nombres exprimés à l'aide de symboles. Les propositions de gradations d'utilisation de ces différentes représentations sont souvent centrées sur le développement du concept de nombre. L'étude des interactions sociales qui médiatisent les usages du matériel permet alors de mieux comprendre le passage à l'abstraction chez l'élève. Ce passage se traduit par l'appropriation et le réinvestissement de propriétés et de raisonnements mathématiques qui sont liés à l'usage du matériel (Corriveau & Jeannotte, 2015; Robert Cadet, 2014 ; Varela *et al.*, 2007). Dans ce sens, Duverneuil (2002, p. 53) précise que « ce n'est pas la

[4] Sont visés ici les objets eux-mêmes et leurs représentations plastifiées. Chaque élève a en sa possession un contenant dans lequel on retrouve plusieurs cartons comportant chacun une illustration d'un bâtonnet de 10 ainsi que d'autres représentant le cube unité.

manipulation elle-même qui constitue l'activité mathématique mais [...] l'activité intellectuelle que doivent développer les élèves pour y répondre lorsque le matériel n'est plus disponible ». Dans ce prolongement, Schmitz et Winskel (2008) montrent que les élèves qui discutent du choix ou de l'usage du matériel, soit avec l'enseignant ou avec un pair, réussissent mieux par rapport à ceux qui ont utilisé le matériel sans ces interactions.

## 3. La recherche collaborative : méthodologie de recherche et de formation

D'emblée, le présent projet souscrit aux principes associés à la méthodologie de recherche collaborative. Il est issu d'un travail préalable visant à co-situer le problème de manière à limiter les possibles rapports hiérarchiques entre les chercheures, les deux enseignantes et l'orthophoniste[5] impliquées.

> « Le chercheur ne peut prétendre construire un savoir pour le praticien, sans considération, à la base, du savoir qu'avec ou sans lui, le praticien construit et fait évoluer tout au long de son expérience. Se placer dans une telle perspective suppose que le chercheur ne pose pas, par son choix d'objet, un regard normatif et extérieur sur ce que font les enseignants, mais va chercher, avec eux, de l'intérieur du contexte dans lequel ils exercent, à comprendre ce qui supporte leurs décisions, ce qui les guide. » (Bednarz, 2009, p. 5) »

Ce texte mettra en évidence la reformulation du problème et sa résolution au fil des échanges tenus lors des journées de formation. Ainsi, tout au long du projet un rapport dialectique entre connaissance et action, prenant en compte l'interaction entre la recherche et l'action, oriente et transforme la pratique enseignante, mais aussi la manière de l'étudier (Anadón, 2007).

## 4. Moments de développement professionnel : diversité des modalités de collecte des données

La particularité d'un projet de recherche ayant pour principale visée le développement professionnel réside dans cette double vocation attribuée aux modes de collecte de données. Ils permettront tantôt d'éclairer des enjeux de recherche qui ne renvoient pas nécessairement à la transformation de la pratique enseignante, tantôt d'être considérés comme des moyens à part entière offerts aux enseignantes et à l'orthophoniste pour réfléchir sur leur pratique.

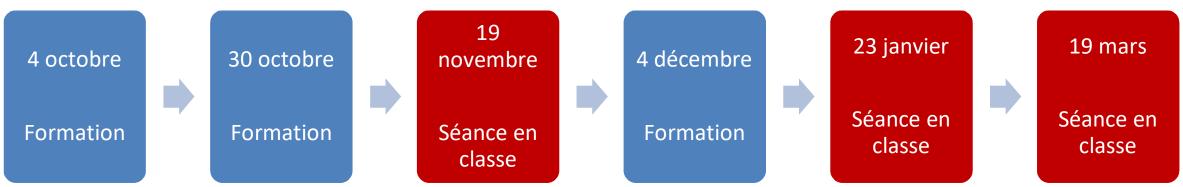
Dans ce contexte, sept rencontres de formation/co-élaboration, toutes filmées, ont eu lieu de septembre 2013 à mai 2014. Ces rencontres comportaient toutes une même trame. Dans un premier temps, il y avait discussion à partir des expérimentations déjà réalisées en classe. Les enseignantes et l'orthophoniste rappelaient alors leur appréciation des expérimentations, formulaient leurs questions et les difficultés rencontrées. De notre côté, nous enrichissions ces

[5] L'orthophoniste planifiait des activités avec les enseignantes et faisait le suivi de certains élèves. Elle était présente en classe et co-animait les séances avec les enseignantes.

échanges en apportant des éléments théoriques dégagés suite à l'analyse préalable des séances en classe[6]. Dans un second temps, nous proposions une activité de formation visant à donner quelques réponses aux questions retenues lors de la précédente rencontre de formation/co-élaboration. Les apprentissages réalisés suite à cette activité devenaient alors moteurs d'action pour réfléchir et planifier les futures séances en classe.

Chacune des rencontres de formation fut suivie de séances d'expérimentation en classe dont certaines ont été filmées et analysées (changements observés tant dans la pratique des enseignantes que dans l'activité de résolution par les élèves). L'analyse de ces séances de classe fut, d'une part, l'occasion de rendre compte de l'activité de résolution de problèmes par les élèves et, d'autre part, de relever les stratégies d'enseignement mises en place par les enseignantes et visant le développement d'une action de contrôle chez les élèves. Nous avons également recueilli des productions d'élèves qui, jumelées aux extraits vidéos d'élèves verbalisant leur raisonnement, ont permis de relever des indicateurs de l'expression d'un contrôle tant au niveau oral que dans les traces écrites.

Le schéma ci-après identifie les trois rencontres de formation et les trois séances en classe reprises dans ce texte[7].




### *4.1. Mise en apparence de stratégies d'enseignement : Levier d'analyse des données*

L'analyse des données rapportée ici s'appuie en grande partie sur ce premier travail d'analyse dont l'objectif était d'alimenter les séances de formation. Les fruits de nos analyses étaient alors partagés avec nos collaboratrices durant les journées de formation. Cette première phase d'analyse s'est ainsi appuyée sur trois éléments principaux. De prime abord, une attention particulière a été accordée aux stratégies d'enseignement prenant place à trois moments que sont :

---

[6] Les leviers théoriques exploités dans l'analyse des séances en classe qui ont nourri les journées de formation/co-élaboration renvoient (1) aux classes de problèmes en jeu dans les énoncés de structure additive et soustractive, (2) l'usage du matériel dans l'appropriation, la résolution d'un problème et sa résolution et (3) l'introduction de stratégies chez l'enseignante pouvant potentiellement conduire à l'expression d'un meilleur contrôle chez les élèves dans leur activité de résolution de problème.

[7] Pour la séance en classe du 10 février 2014, nous n'avons utilisé que des propos de l'enseignante suite à cette séance et qui permettent d'éclairer les retombées des interventions co-élaborées (c'est la raison pour laquelle cette séance ne se retrouve dans le schéma).

- les interventions liées au démarrage de la résolution et relatives au choix du matériel en s'intéressant plus particulièrement aux personnes (enseignante, orthophoniste ou élève) qui ont fait ce choix (M1)
- les interventions au moment où les élèves résolvent le problème avec le matériel proposé où une attention particulière est accordée à l'identification du matériel en jeu et à ses usages (M2)
- les interventions pendant le retour en grand groupe en lien avec l'utilisation du matériel (M3).

De façon complémentaire, quelques indicateurs de contrôle des élèves ont été rapportés[8] et finalement, une caractérisation des usages du matériel qui repose sur différentes intentions didactiques a été menée. Une synthèse de l'évolution de ces trois aspects au fil des séances de formation et des séances en classe a été consignée dans le tableau situé dans l'annexe 1.

Afin de rendre compte de l'évolution de ce projet de recherche-action en tant que dispositif de formation pour les enseignantes et l'orthophoniste impliquées, une analyse du verbatim de chacune des journées de formation retenues dans le cadre de ce texte a été réalisée. Une attention particulière a été accordée à l'évolution de la résolution du problème initial.

## 5. L'activité d'enseignement-apprentissage des mathématiques dans la classe de Marie

Alors que les séances de formation/co-élaboration réunissaient les deux enseignantes d'adaptation scolaire impliquées dans le projet, l'orthophoniste et les membres de l'équipe de recherche, les expérimentations réalisées en classe lors de la période ciblée ont eu lieu exclusivement dans la classe de Marie[9]. Celle-ci a travaillé pendant 9½ ans au secondaire en centre jeunesse (mathématiques, français multi-niveaux) et elle côtoie depuis 16 ans des élèves présentant des difficultés d'apprentissage au primaire. Pendant l'année scolaire 2013-2014, le groupe de Marie était constitué de 11 élèves âgés entre 9 et 11 ans pour lesquels les diagnostics suivants avaient été établis : troubles du spectre de l'autisme, dysphasie, déficience motrice et organique, troubles déficit de l'attention, difficultés d'apprentissage, trouble de langage sévère au niveau réceptif et modéré au niveau expressif. Ces élèves ont été classés en 2e année du 1er cycle en mathématiques.

## 6. Résultats

Nous décrirons dans ce qui suit les éléments significatifs qui ont marqué les trois séances de formation retenues et les quatre séances en classe. L'on verra comment la collaboration entre les

---

[8] L'analyse du côté des élèves n'est pas poussée. Nous expliciterons des indicateurs de contrôle d'après quelques productions écrites ou orales (dans les séances en classe) ou à travers les propos des enseignantes. Le regard sur les élèves permet d'appuyer les interventions des intervenantes, celles-ci sont l'objet de notre analyse.

[9] Marie est un nom fictif. Sa collègue a participé à l'an 1 du projet alors qu'elle était dans une demi-année de congé d'enseignement.

participantes conduit à une évolution des interventions visant le développement d'un *engagement réfléchi* et d'un *choix éclairé* de matériel par les élèves.

### 6.1. Première rencontre de formation : co-situer un problème composite en constante reformulation

Le questionnement de départ émane des intervenantes du milieu scolaire qui sont au fait de l'importance d'encourager leurs élèves à exprimer oralement leurs idées en mathématiques et de recourir au matériel de manipulation. Elles avouent cependant ne pas savoir comment s'y prendre en classe. Elles précisent être préoccupées par l'évaluation. En effet, elles constatent combien la résolution de problèmes est ardue pour leurs élèves. Ces enseignantes intervenant en adaptation scolaire ont le sentiment que les problèmes soumis en évaluation sont souvent inaccessibles pour leurs élèves. Elles nous indiquent que ces problèmes sont issus des examens proposés par la maison d'édition retenue par leur école, ou encore, des évaluations développées par la commission scolaire. Leur souci de pouvoir comparer l'évolution de leurs élèves à celle d'autres élèves du parcours dit « régulier » justifie le recours à ces évaluations.

#### 6.1.1. Quand viser la réussite des problèmes proposés en fin de cycle implique une prise de conscience de l'importance d'une analyse de la structure relationnelle des énoncés

Ce désir de mieux comprendre cet écart entre les problèmes proposés en classe aux fins d'apprentissage et ceux que l'on retrouve dans les examens motive, dès la première journée de formation/co-élaboration, l'analyse d'un des problèmes soumis en évaluation, en tenant compte de sa structure et des différentes classes en jeu. Cette analyse est alors initiée par l'une des chercheures comme suit : « Dans la structure de l'énoncé de ce problème, outre le fait d'avoir une addition répétée, est-ce que nous retrouvons un autre sens dans les opérations en jeu ? Est-ce qu'il y a de la réunion, de la comparaison, de la transformation ? [2 sec] Quand je parle comme ça, êtes-vous à l'aise ? »[10]

Ce regard sur le problème n'apparait pas familier aux enseignantes. L'une d'elles le souligne par ces mots :

> Ben, on ne se pose pas ces questions-là ! Jamais, jamais ! Moi, mon livre me donne des examens et la conseillère pédagogique m'en donne aussi. Moi, ma job, est-ce de regarder si c'est correct ou pas ? Selon moi, il y a du monde qui est payé pour penser à ça! Si ce n'est pas le cas, je vais l'analyser. Montrez-moi comment faire et je vais le faire. Mais il n'y a jamais personne qui m'a dit de faire ça.

Émerge alors une première reformulation du problème initial conduisant à reconnaitre que juger de l'adéquation d'une situation d'évaluation nécessite une analyse des variables didactiques

[10] Les termes (comparaison, transformation, réunion) utilisés par la chercheure sont ceux que l'on retrouve dans le programme de formation de l'école québécoise, ce qui légitime l'utilisation de ces termes avec les intervenantes.

en jeu dans l'énoncé, ici, les classes de problèmes de structure additive (Vergnaud, 1982). Cette analyse permettant de construire une séquence d'enseignement qui prend en compte une gradation de problèmes selon leur complexité. À ce stade, les différentes variables permettant de juger cette complexité ne furent pas discutées[11].

#### 6.1.2. Quand viser la réussite dans la résolution de problèmes à l'aide de matériel de manipulation invite à reconsidérer l'activité mathématique

Au cours de cette même rencontre, l'enseignante rapporte une séance en classe portant sur la résolution d'un problème qui n'a pas été concluante. Elle précise que le problème amenait à manipuler 50 objets et que ce n'était donc pas un « bon » problème pour travailler avec des jetons (matériel distribué aux élèves). L'enseignante et l'orthophoniste ont circulé dans la classe et ont répondu individuellement aux questions. Toutes deux ont souligné que les élèves ont pu avancer à leur rythme, certains d'entre eux ont toutefois manifesté des difficultés dans la manipulation (elles n'ont pas précisé d'emblée la nature de ces difficultés). Elles ajoutent que la manipulation des jetons a pris beaucoup de temps et qu'il n'y a pas eu de production de traces écrites de la part des élèves. Elles déclarent que, même si les élèves ont aimé manipuler, elles ne sont pas certaines qu'ils ont appris : « Mais est-ce qu'on a eu une bonne compréhension ? [1sec] Pas sûr! »

Ainsi, l'intention associée au choix du problème semble être que les élèves le modélisent avec des jetons et qu'ils arrivent à produire des traces écrites de leur démarche. Le choix du matériel (jetons) amène donc à faire un choix de problème (qui ne présente pas de « trop gros » nombres). À ce stade, bien que nous en sachions encore peu sur les interventions de l'enseignante, nous retenons tout de même pour deux des trois moments présentés précédemment que :

- Dans l'amorce de la résolution (M1), l'enseignante a distribué des jetons à tous les élèves.
- Durant la résolution (M2) : l'enseignante a circulé dans la classe et a aidé individuellement chaque élève.

Les propos rapportés par l'enseignante et l'orthopédagogue exposent la difficulté qu'elles ont vécue lorsqu'elles ont souhaité encourager la modélisation du problème à l'aide de matériel, se retrouvant avec une difficulté non attendue, associée à la manipulation de ce matériel. Pour ces intervenantes, l'introduction du matériel est reconnue comme une source de motivation pour engager les élèves dans la résolution. De plus, la grandeur des nombres en jeu s'est avérée une source de difficulté supplémentaire dans la gestion du matériel. Ainsi, bien qu'elles reconnaissent le potentiel des jetons comme outil permettant de représenter la situation, elles expriment

[11] Nous référons ici à la place de l'inconnue (à l'un des *opérandes* ou au *résultat)*, à la grandeur des nombres naturels en jeu, au nombre de sous-tâches dans un même problème. Ces différentes variables ainsi que l'accroissement du nombre et le mélange de différentes classes de problèmes furent discutées dans les journées de formation entre octobre et décembre et ont conduit à l'élaboration d'un enchainement problèmes.

l'inconfort ressenti face à un processus de résolution qui ne fut pas aussi simple qu'elles l'avaient envisagé.

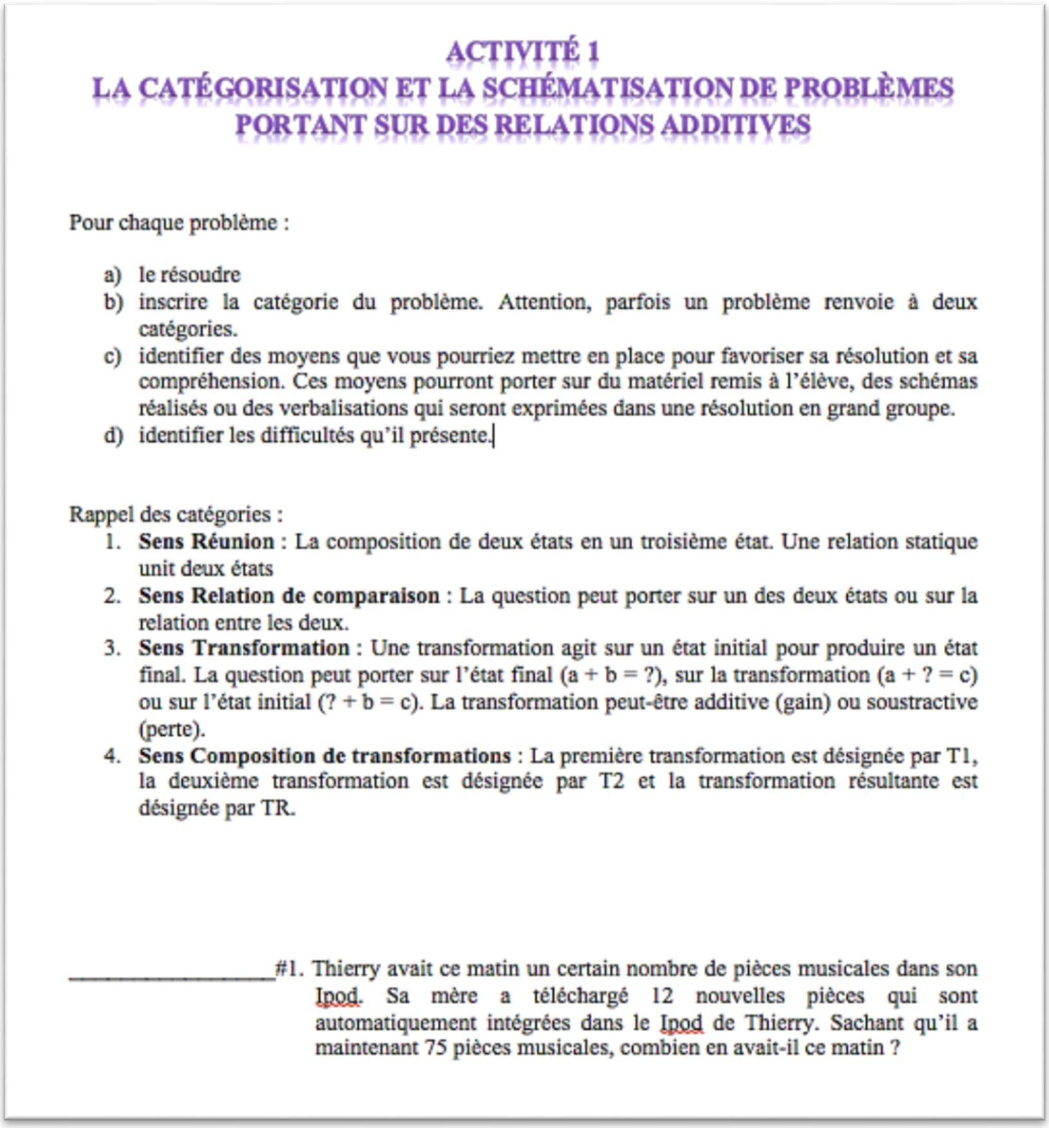
Cet espace commun de recherche-formation est l'occasion pour nous-mêmes de mettre en évidence que l'introduction de matériel dans la résolution de problème transforme l'activité mathématique. Ainsi, les questions posées par l'une de nous visent à clarifier ce qu'est pour l'enseignante et l'orthophoniste « la compréhension » attendue :

> Avez-vous remarqué comment vos élèves procédaient pour le dénombrement de la collection en jeu ? Vos élèves semblaient-ils tous à l'aise dans la formation de leur collection ? Dénombraient-ils par paquets de deux ? […] Avez-vous remarqué s'il y avait coordination de chaque mot-nombre prononcé et de chaque jeton mis de côté pour former sa collection ? […] Cette collection formée était-elle placée de manière à facilement vous permettre de la recompter ?

La discussion pointe alors plus précisément sur la nécessité pour les professionnelles impliquées de considérer la manière dont le matériel médiatise l'activité mathématique de chaque élève et invite plus précisément les praticiennes à réfléchir à la manière de rendre compte de l'expression de la compréhension des élèves alors qu'ils s'engagent dans une résolution où l'usage du matériel ne se transpose pas nécessairement par des traces écrites.

### *6.2. Deuxième rencontre de formation : une activité de formation visant à poursuivre la réflexion sur les classes de problèmes en jeu et l'usage du matériel*

Après avoir statué, lors de la rencontre précédente, sur un travail sur les problèmes de structure additive, nous proposons, aux enseignantes et à l'orthophoniste, une activité dans laquelle elles doivent distinguer les différentes classes de problèmes de structure additive et identifier les difficultés associées. Cette activité de formation est destinée aux enseignantes et n'est donc pas formulée à l'intention des élèves.



**ACTIVITÉ 1**
**LA CATÉGORISATION ET LA SCHÉMATISATION DE PROBLÈMES PORTANT SUR DES RELATIONS ADDITIVES**

Pour chaque problème :

a) le résoudre
b) inscrire la catégorie du problème. Attention, parfois un problème renvoie à deux catégories.
c) identifier des moyens que vous pourriez mettre en place pour favoriser sa résolution et sa compréhension. Ces moyens pourront porter sur du matériel remis à l'élève, des schémas réalisés ou des verbalisations qui seront exprimées dans une résolution en grand groupe.
d) identifier les difficultés qu'il présente.

Rappel des catégories :

1. **Sens Réunion** : La composition de deux états en un troisième état. Une relation statique unit deux états
2. **Sens Relation de comparaison** : La question peut porter sur un des deux états ou sur la relation entre les deux.
3. **Sens Transformation** : Une transformation agit sur un état initial pour produire un état final. La question peut porter sur l'état final ($a + b = ?$), sur la transformation ($a + ? = c$) ou sur l'état initial ($? + b = c$). La transformation peut-être additive (gain) ou soustractive (perte).
4. **Sens Composition de transformations** : La première transformation est désignée par T1, la deuxième transformation est désignée par T2 et la transformation résultante est désignée par TR.

___________________#1. Thierry avait ce matin un certain nombre de pièces musicales dans son Ipod. Sa mère a téléchargé 12 nouvelles pièces qui sont automatiquement intégrées dans le Ipod de Thierry. Sachant qu'il a maintenant 75 pièces musicales, combien en avait-il ce matin ?

**Figure 1 : Extrait de la première activité de formation proposée lors de la 2e rencontre de formation**

Cette activité encourage la construction d'une séquence d'enseignement comportant des problèmes qui augmentent en complexité[12]. Nous voyons ici se dégager, et *ceci est nouveau*, un questionnement préalable des enseignantes sur le choix du problème quant au sens de l'opération mobilisée. Seront privilégiées dans un premier temps des *histoires mathématiques courtes* (problème comportant une seule opération, une étape de résolution) et présentées régulièrement aux élèves. La discussion autour de la séquence d'enseignement conduit les enseignantes et

[12] Ce sont les enseignantes qui, à partir des différents éléments de complexité dégagés dans la formation, ont construit une séquence d'enseignement qui a été ultérieurement proposée aux chercheures aux fins de validation.

l'orthopédagogue à exprimer leur désir qu'un temps soit consacré à l'élaboration d'un *outil de résolution d'histoires mathématiques* qui servira de référence pour assurer l'engagement de tous les élèves dans la résolution[13] (voir *l'outil développé en annexe 2*). Par ailleurs, est mise de l'avant la nécessité de s'attarder sur le sens du nombre qui doit être développé par l'entremise du matériel au cours de la résolution de problèmes de structure additive.

6.2.1. Quand viser la réussite dans la résolution de problèmes à l'aide du matériel conduit à une nouvelle manière de voir la progression des élèves dans l'apprentissage du nombre

Les intentions reliées à l'utilisation du matériel s'enrichissent par rapport à la première séance de formation. En plus de permettre un travail de modélisation afin de reconnaitre l'opération, une enseignante précise que les actions posées par l'élève à l'aide du matériel permettent d'évaluer le développement du sens du nombre. Par exemple, si l'élève ne fait pas de paquets de 10 avec des jetons, c'est la notion de groupement qu'il faut travailler avec lui. L'une de nous soulève l'intérêt de proposer divers matériels et de rendre visible la résolution avec ces différents matériels au cours du retour en grand groupe pour favoriser le développement du nombre chez tous les élèves. Ainsi, les élèves ont la possibilité d'apprendre de ce que leurs camarades présentent au tableau.

Au cours de cette seconde rencontre, une autre intention est explicitée : amener les élèves à se détacher progressivement du matériel concret et envisager de passer par des représentations schématiques, celles-ci étant un tremplin vers l'unique recours aux nombres exprimés sous forme symbolique. Il est alors suggéré qu'en présence d'élèves pouvant s'engager dans la résolution en modélisant la situation uniquement à partir de symboles numériques, ces élèves puissent alors recourir au matériel pour vérifier leur démarche écrite. Cette deuxième séance de formation permet de préciser certaines interventions liées aux trois moments :

- **Amorce du problème (M1):** Lors de la dernière séance de formation, l'enseignante avait proposé aux élèves d'utiliser des jetons. Un changement s'opère ici, il est prévu que divers matériels concrets (jetons, blocs multibase, dollars…) seront distribués aux élèves. L'intention est d'explorer l'utilisation de chacun d'eux dans le retour en grand groupe et de favoriser ainsi le développement du nombre chez les élèves.
- **Durant la résolution (M2) :** La nature des interventions individuelles auprès des élèves se précise : proposition de mimer avec des gestes ou de schématiser l'addition et encourager les élèves à laisser des traces écrites.
- **Lors du retour en grand groupe (M3) :** Les élèves viennent présenter la résolution avec les divers matériels utilisés. Seront ainsi mises de l'avant les démarches effectuées, ce qui sera un terrain fertile pour l'acquisition du nombre chez certains élèves.

[13] La construction de l'outil de résolution des problèmes nommées « histoires mathématiques » par les enseignantes et l'orthophoniste n'est pas discutée ici. Précisons simplement qu'afin d'accompagner les élèves qui présentent des difficultés dans le processus dynamique de résolution de problèmes, cet *outil* a été co-construit par les participantes au projet. Cet outil est constitué de sept éléments illustrés par des pictogrammes et est affiché sur un mur de la classe visible par tous les élèves (voir annexe 2). Une version réduite (format signet) est aussi affichée sur le bureau de chaque élève.

On verra maintenant comment ces interventions retenues dans le cadre de cette journée de formation colorent une séance de classe.

## 7. Expérimentation en classe : documenter ce qui a été vécu pour y dégager de potentielles stratégies d'enseignement pouvant contribuer au développement d'un contrôle en résolution de problèmes

Dans cette séance du 19 novembre, Marie propose aux élèves l'histoire mathématique suivante : *Un élève de la classe apporte 34 figurines à l'activité « récompense ». Il en perd 5 à la fin de la période. Combien lui en reste-t-il ?* (Problème de retrait).

Tel que prévu dans la séance de formation du 30 octobre, l'enseignante a planifié la présence de matériel diversifié (jetons, grille de nombres[14], blocs multibase représentés sur une feuille de papier et droite numérique). Lors de l'amorce du problème (moment M1), c'est elle qui distribue un matériel à chacun des élèves (nous ne savons toutefois pas si elle choisit un matériel particulier en lien avec ce qu'elle sait de la maîtrise du concept de nombre de l'élève).

Lors du retour en grand groupe (moment M3), les élèves passent au tableau de façon volontaire. Une intention se dégage, également verbalisée lors de la séance précédente, qui est d'exposer au groupe les démarches avec chacun des matériels pour rendre visibles à ses pairs les manipulations réalisées. Dans le tableau ci-dessous est présenté, dans la première colonne, le déroulement du retour en grand groupe. Dans la colonne de droite, des interventions réalisées par l'enseignante et qui invitent les élèves à la réalisation d'actions pouvant contribuer à l'expression d'un contrôle dans la résolution sont dégagées. De même, des indicateurs de *contrôle* chez ces mêmes élèves sont aussi identifiés. L'enseignante est ici désignée par E[15].

| **Transcriptions de la séance en classe** | **Actions et indicateurs associés à l'expression d'un contrôle chez les élèves** |
|---|---|
| Michel se porte volontaire, il utilise la ***grille de nombres***. Il encercle le nombre 34. Il fait un X sur les nombres 35-36-37-38-39 et il entoure le nombre 40 (réponse fausse).<br><br>E : Est-ce que vous croyez que Michel a la bonne réponse ? | Les élèves viennent montrer leur résolution de façon volontaire. Il n'y a pas de repérage de la part de l'enseignante de stratégies qui seraient les plus intéressantes à présenter en premier . L'enseignante poursuit l'objectif de montrer à la classe la résolution du problème avec tous les matériels. |

[14] L'enseignante précise qu'elle travaille depuis le début de l'année le repérage de nombres sur la grille, elle a également amené les élèves à opérer sur celle-ci.

[15] Nous avons utilisé des noms fictifs pour les élèves.

| | |
|---|---|
| Les élèves répondent : NON !<br>E : Pourquoi ?<br>Étienne : On dirait qu'il a fait une addition.<br>E refait le problème au tableau. Elle expose la solution en prenant soin d'expliquer comment recourir à la grille pour obtenir le résultat.<br>E : Est-ce qu'il y a une autre personne qui veut venir au tableau ? | L'enseignante demande au groupe de valider la stratégie de l'élève *(action associée à un contrôle).*<br>L'enseignante relance les élèves pour voir s'ils ont repéré l'erreur *(action associée à un contrôle).*<br>Étienne invalide la stratégie *(indicateur d'un contrôle – il perçoit l'erreur).*<br>C'est l'enseignante qui fournit les explications avec la grille de nombres. |
| Anna passe au tableau, elle résout avec des ***jetons***.<br>E : Est-ce qu'Anna a raison ?<br>Élèves : Non!<br>E : Est-ce que quelqu'un peut venir au tableau pour faire le problème ? | On peut noter des difficultés chez Anna à opérer avec des jetons.<br>La validation est renvoyée encore une fois aux élèves *(action associée à un contrôle)*. |
| Étienne se lève et vient au tableau. Il représente d'abord 3 rectangles qu'il divise en 10 unités. Il représente ensuite quatre autres unités à l'aide de carrés. Puis, il fait un trait sur cinq petits carrés unités pour faire la soustraction. | Étienne possède un *contrôle* sur l'aménagement des blocs, il défait les groupements. |
| E : Ok, donc toi, tu divises ta dizaine en unités. Super! Un autre élève veut venir au tableau. Qui a utilisé la droite ? Ok, vient Magalie.<br>E : Bravo !<br>Est-ce qu'il y a un élève qui a utilisé les jetons qui aimerait venir au tableau ? Est-ce quelqu'un a utilisé une autre stratégie ? | L'enseignante renforce les bonnes actions des élèves. Elle pointe cette fois-ci un des matériels qui n'a pas été encore présenté à la classe.<br>Magalie contrôle l'opération avec la droite numérique. |
| Florent lève la main et vient au tableau. Il a travaillé avec la ***grille***. Il a encerclé le nombre 34. Sur la grille, il descend en dessous du 34 pour arriver à 24. Il a enlevé 10. Puis, il compte + 5 pour arriver au résultat de 29. | Florent montre une autre façon d'utiliser la grille (*indicateur de contrôle*). Sa stratégie est très intéressante et revient à faire 34-5 = 34-10+5. |

| | |
|---|---|
| E : ***Quelle est la stratégie la plus efficace ?***<br><br>Plusieurs élèves répondent : «La droite parce que c'est plus rapide!»<br><br>E : Maintenant, je veux des idées pour trouver des traces». | On peut noter que la manipulation avec les jetons n'a pas été présentée.<br><br>L'enseignante amène les élèves à avoir un regard réflexif sur le matériel utilisé. Même si tous les matériels ont permis de résoudre le problème, il y en a un qui semble plus efficace que les autres : la droite numérique. L'efficacité est ici synonyme d'une procédure peu coûteuse en temps (cette intervention vise à développer un choix éclairé chez les élèves).<br><br>L'enseignante procède alors au lien entre le matériel et les stratégies de calcul exposées par les élèves. Elle ne le fait toutefois qu'avec le matériel qui a été jugé efficace, la droite numérique délaissant la réflexion qui découle du lien entre l'utilisation des divers matériels et la soustraction qui en résulte. |

Dans le cadre de notre rôle de chercheures, l'analyse de cette séance en classe a un double intérêt. D'une part, elle permet d'enrichir les travaux de recherche conduits sur le développement d'un contrôle en résolution de problème et d'autre part, comme nous le verrons dans la section suivante, l'analyse devient outil de formation.

Si l'on revient au premier intérêt, ce qui précède nous amène à constater que l'enseignante rend publiques, devant la classe, les résolutions du problème à travers les divers matériels (Margolinas, 1992). Dans cette phase de bilan, l'enseignante renvoie des questions au reste de la classe à des fins de validation. En cas d'erreur, elle relance les élèves pour les pousser à percevoir l'erreur. Finalement, elle promeut un regard réflexif sur le matériel qui a été le plus efficace en temps de résolution. L'expression d'un *choix éclairé* ne s'exprime pas, comme le suggère Schoenfeld (1985), au début du processus de résolution, mais c'est un regard qui prend place une fois les diverses manipulations exposées. Il s'agit de réfléchir, *après coup*, sur le matériel qui a permis de résoudre le plus rapidement l'histoire mathématique. Nous faisons face ici à l'apprentissage d'un *choix éclairé* : l'enseignante amène les élèves, une fois les diverses manipulations exposées, à repérer celle qui est la plus efficace en temps. L'enseignante force ainsi les élèves à une *prise de distance*, à un *engagement réfléchi* à la fin de la résolution. On peut y lire l'intention que l'élève puisse réinvestir ce *contrôle* au début de la résolution d'une autre histoire mathématique. Toutefois, nous pouvons constater que l'enseignante ne réinvestit pas la stratégie utilisée par Florent. Celui-ci utilise une grille de nombres pour calculer 34 – 5 en enlevant 10 (descente d'une case vers le bas) puis ajoute 5. L'enseignante n'exploite pas ce travail pour dégager l'expression qui en découle

34 – 10 + 5, pouvant ainsi rendre apparente l'égalité 34 – 5 = 34 – 10 + 5 auprès de la classe. Dans le bilan de fin de séance, l'enseignante revient seulement sur le matériel le plus efficace (ici la droite numérique) pour la résolution.

Divers indicateurs de contrôle ont été repérés chez les élèves : ils valident les démarches de manipulation, certains perçoivent l'erreur; d'autres possèdent un contrôle sur la gestion du matériel (échange de dizaines pour obtenir des unités) et d'autres mettent en place une stratégie de calcul originale avec la grille de nombres. Des difficultés de manipulation avec le matériel ont également été repérées (Anna avec les jetons).

On verra maintenant comment ce travail d'analyse de l'activité d'enseignement-apprentissage vécue en classe sous l'angle du développement d'un contrôle chez les élèves a pu être réinvesti dans le cadre de la rencontre de formation suivante.

## 8. Nouvelle rencontre de formation : Réinvestir les analyses en vue d'expliciter les stratégies d'enseignement pertinentes et les actions associées à l'expression d'un contrôle

Dans cette séance du 4 décembre, les participantes reviennent sur les expérimentations qui ont eu lieu depuis la dernière rencontre de formation. Pour nous, c'est l'occasion de partager les fruits de nos analyses pour ainsi « faire voir » aux enseignantes et à l'orthophoniste les actions réalisées par l'enseignante durant la séance analysée. Ces actions ont été reformulées comme étant porteuses de développement d'un contrôle en résolution de problèmes chez leurs élèves. Pour ce faire, plusieurs tableaux semblables à celui précédemment exposé sont remis à toutes les participantes. L'enseignante au cœur de la séance analysée exprime sa surprise de constater ce qu'elle « fait bien » et dont elle n'était pas consciente. De même sont discutées les résolutions proposées par les élèves dans l'intention avouée de reconnaitre l'expression d'un contrôle chez les élèves.

### *8.1. Revisiter les manières de favoriser l'engagement des élèves en renforçant la réflexion sur l'efficacité du matériel choisi*

Lors de cette même rencontre, les enseignantes rapportent que, pendant les retours en grand groupe, les élèves ne sont pas très attentifs aux démarches explicitées par leurs camarades. L'équipe recherche alors des moyens pour favoriser une écoute attentive des élèves dans ces retours. Il est décidé d'impliquer les élèves à travers la création de *spécialistes* qui vont devoir se prononcer sur la validité des différentes étapes présentées dans l'outil de résolution d'histoires mathématiques (voir Annexe 2) : le spécialiste des indices (étape 4) ou, celui qui nous intéresse dans ce texte, le spécialiste du matériel (étape 5). Ce dernier aura la charge de se prononcer sur les questions suivantes : *Le matériel choisi est-il efficace ? Aurait-on pu prendre un autre matériel ? Et si oui, lequel et pourquoi ?* Ces questions ne sont plus à la charge de l'enseignante (comme c'était le cas dans le retour en grand groupe (M3) de la dernière séance) mais sont dévolues aux élèves. Ainsi sont rendues explicites les stratégies que les élèves mobiliseront en résolution de problèmes. Ces questions expriment un *choix éclairé* sur le matériel. Se dégage également l'idée qu'il n'y a pas, dans tous les cas, un seul matériel efficace comme le précise l'enseignante dans l'extrait suivant: « Là, ils vont être en mesure de se poser des questions, de voir qu'il n'y en a pas juste un, de matériel efficace, mais qu'il y en a d'autres ».

De plus, lors de cette séance de formation, les enseignantes partagent une expérience de pratique dans laquelle, lors de l'amorce du problème (M1) (*et ceci est nouveau),* elles ont demandé aux élèves de choisir eux-mêmes le matériel qu'ils voulaient utiliser. Ainsi, après avoir distribué divers matériels aux élèves, les avoir familiarisés à leur manipulation et finalement suscité une réflexion sur le matériel le plus efficace, les enseignantes renvoient à l'élève la responsabilité de choisir le matériel à utiliser selon le problème à résoudre. Elles développent ainsi chez eux un engagement réfléchi qui se traduit par un arrêt devant la tâche afin de choisir le matériel de façon éclairée. Toutefois, nous verrons plus loin que cet engagement réfléchi sur le matériel ne va pas de soi. Les enseignantes nous renseignent également sur leurs interventions réalisées durant la résolution du problème en individuel par les élèves (temps M2). C'est un moment privilégié où ils sont en action avec le matériel tel que l'explique l'enseignante dans l'extrait ci-dessous :

> Moi je leur dis : tu le mimes. Tu le mimes avec un outil. Pour l'instant, ils sont en action. Ils vont chercher du matériel et ils essayent de trouver la réponse. Puis, quand ils ont trouvé une réponse, ils lèvent la main. Et là, je vais les voir et ils m'expliquent leurs démarches. Mais il y en a que ça va vite…Et pour d'autres, c'est plus long. Des fois, ils sont en équipe de deux. Mais les enfants adorent ça! Ils bavent quasiment quand ils font ça. Puis, quand il y a un élève qui s'est trompé et que je vais le voir et que je le mets en conflit cognitif…. Il veut trouver la réponse! Il n'est pas nécessairement découragé de ça. Il aime aussi le temps que je passe à côté de lui.

Nous apprenons ainsi que les élèves travaillent de temps en temps en équipes de deux. Cet extrait nous renseigne aussi sur les élèves : ils sont engagés dans le problème, ils aiment travailler avec du matériel et apprécient l'interaction avec l'enseignante pendant ce moment M2. Nous retrouvons ici les mêmes commentaires que ceux émis lors de la première rencontre de formation (4 octobre).

Afin de pousser la réflexion chez les participantes sur les effets reliés au choix du matériel, nous proposons une activité dans laquelle il s'agit d'abord d'identifier le sens de l'opération dans cinq problèmes de structure additive, puis de les résoudre à l'aide des jetons, de la grille de nombres et de la droite numérique. Finalement, il leur est demandé de se prononcer sur le matériel le plus efficace. Sont discutés les avantages et les limites de chacun de ces matériels en lien avec les problèmes. La discussion qui s'ensuit est riche, nous n'en dégagerons que quelques aspects. Est mis de l'avant le fait qu'un élève peut être bloqué à cause du matériel, ce dernier pouvant changer le sens du problème : *ceci est une avancée intéressante dans la réflexion autour de l'utilisation du matériel.* Ainsi, si la structure relationnelle de l'énoncé d'un problème peut renvoyer à la classe « réunion », l'utilisation de la grille de nombres pour le résoudre suppose une appropriation du problème qui renvoie à une action d'ajout d'une quantité sur le premier nombre. Prenons le problème de réunion suivant, *Lou confectionne un gâteau pour la fête des monstres. Sur le dessus, elle place 53 framboises et 25 cerises. Combien de fruits y a-t-il sur ce gâteau ?* Avec les jetons, les sous-ensembles sont bien représentés. Toutefois, un élève qui utilise la grille de nombres pourrait encercler les deux nombres 53 et 25 puis être bloqué. Pour dépasser son blocage, il faut que l'élève accepte de penser en termes d'ajout et qu'il voie les nombres encerclés comme des étiquettes. Durant cette formation, une discussion, déjà amorcée lors d'une formation précédente, revient : Prenons, comme exemple, le problème proposé par l'enseignante le 19 novembre, où le fait de « retirer » est une action qui se matérialise bien avec les jetons mais revient à « reculer » sur la grille de nombres. Il y a alors un travail d'explicitation à faire, des liens doivent être rendus visibles entre les différents matériels, ceux-ci favoriseront les liens chez les élèves entre la quantité et le symbole :

> C : Supposons que l'élève donne du sens à l'écriture 25 avec le matériel des jetons. Quand il va voir un autre ami dire : « je suis allé placer mon 25 ». L'enseignante peut alors demander « pourquoi tu es allé placer ton 25 ? ». « Ah, ben regarde c'est écrit, il y en a 25 ». « Est-ce que tu es en train de me dire que c'est la même chose que les 25 jetons de madame X ? ».

L'extrait qui précède met en évidence ce souci d'encourager l'élève à reconnaitre que le mot-nombre, ou sa représentation symbolique, renvoie à une collection qu'il n'est pas nécessaire d'avoir sous les yeux. Le passage à la grille de nombres force cette transition. Cette discussion amène les enseignantes à se repositionner quant au moment M1 associé à l'amorce d'un problème et au cours duquel, rappelons-le, elles laissaient aux élèves le choix du matériel à utiliser. Parfois, le matériel sera imposé et à d'autres occasions, après avoir laissé les élèves choisir le matériel, elles les amèneront à en changer :

> E : Il y a des fois qu'il faudra dire là on le fait avec la grille de nombres. Moi, je trouve que pour un problème facile, c'est une façon de donner des défis à ceux qui sont plus forts. Jetons, pour ceux qui ont plus de difficultés et pour les autres, c'est la grille.

## 9. Expérimentation en classe : documenter ce qui a été vécu pour y dégager de potentielles stratégies d'enseignement pouvant contribuer au développement d'un contrôle en résolution de problèmes

L'enseignante rapporte lors de la rencontre de formation du 29 janvier une expérience en classe tout récemment réalisée dans laquelle elle est intervenue en demandant à un élève de changer de stratégie. Les raisons invoquées sont : aller vers une stratégie plus efficace en temps (c'est trop long avec les jetons) et contourner ainsi les risques d'erreurs de calcul. Une telle démarche rejoint le *choix éclairé* tel que défini par Schoenfeld (1985). Nous remarquons ainsi que l'enseignante pose un regard sur le matériel choisi préalablement par l'élève (*ce qui est nouveau*) et repère les élèves qui ne peuvent changer de matériel (voir extrait ci-dessous). Ne sont toutefois pas évoquées ses observations ou ses attentes relatives au développement du nombre (voir séance de formation 4 décembre).

> E : Martin, mon élève TED, prend toujours la grille de nombres. On était à 52-26 = ? Là, j'ai dit à Martin que je trouvais ça un peu long. Pour ce problème-là, tu vas le faire avec des dessins. Moi, je vais aller le suggérer aux élèves qui ne sont pas en mesure de changer. Ils y arriveraient à la réponse, mais à un moment donné, c'est trop long. Puis, quand tu comptes un par un, tu peux plus facilement te tromper. Ça, je trouve ça bien.

De plus, elle souligne une progression chez les élèves qui passent directement de la manipulation aux traces écrites sans passer par une représentation semi-concrète et écrivent spontanément une phrase complète comme réponse (voir extrait ci-dessous). Nous avons ici des indices sur les effets de la formation sur les élèves, ceux-ci faisant un lien entre le support visuel (matériel) et leur traduction à l'aide de symboles mathématiques :

> E : Moi, ce qui me surprend, c'est que les enfants, dans la démarche qu'ils vont écrire, souvent c'est un calcul qu'ils vont me mettre. Ils ne vont même pas me redessiner. Ils vont être capables de faire 56 – 12 + 14 = 58. Ils ne l'ont pas fait, leur calcul, mais ils savent qu'ils ont ajouté 14 et qu'ils ont enlevé 12 et que ça donne ça. Mais, ils ont marqué un D et un U pour dizaine et unité. Après on marque, exemple : 23 quoi … 23 cartes. Donc, ils vont me faire une phrase complète, si on veut. Ça, je n'ai jamais vécu ça! Un enfant qui passe de la manipulation aux traces!

### *9.1. Expérimentation en classe 10 février*

L'enseignante souligne dans l'entrevue qui a eu lieu après la séance en classe que les élèves font preuve d'autonomie face à la démarche de résolution de problèmes. Ils se sont bien approprié l'*outil de résolution d'histoires mathématiques*. Elle note également que les élèves utilisent du matériel adéquat en fonction de la grandeur des nombres et que certains élèves ont même été en mesure de corriger leurs erreurs :

> « Puis, j'ai une élève qui s'est trompée. Ça donnait 720, puis là elle dit devant la classe : ça ne se peut pas. Surtout elle, ça fait 2 ans que je l'ai et on part de loin. Pour moi, elle était plafonnée au niveau cognitif, je me disais qu'elle ne sera jamais capable de faire des histoires mathématiques. Puis, qu'elle soit en mesure de dire : ça ne se peut pas 720. Wow! »

### *9.2. Expérimentation en classe 19 mars*

Cette séance est intéressante, car l'enseignante, Marie, expérimente avec les élèves une histoire mathématique qu'elle juge plus complexe que les précédentes. L'énoncé est :

> Tu achètes 120 poissons rouges le lundi. Tu en achètes 70 autres le mercredi. Il y en a 30 de morts le jeudi. Combien reste-t-il de poissons maintenant ?

Fait particulièrement intéressant, l'enseignante justifie elle-même la complexité perçue en précisant qu'il y a une addition (sens réunion) et une soustraction (sens retrait) avec des nombres de l'ordre des centaines. Avant la séance, l'enseignante exprime aussi ses craintes : « Je ne sais pas s'ils seront habiles de manipuler les centaines, dizaines et unités. Je me demande s'ils seront en mesure de prendre une stratégie efficace ». Dans l'entrevue après l'expérimentation, Marie souligne que la séance a dépassé ses attentes, les élèves ont fait preuve d'autonomie face à la prise en charge du matériel de manipulation, ils ont choisi du matériel efficace, ils ont réussi à gérer la réunion et le retrait. De plus, ils ont été habiles pour laisser des traces de leur démarche et les expliquer. Ainsi nous pouvons remarquer que les élèves ont réinvesti leurs acquis autour de la résolution de problèmes pour des histoires mathématiques plus complexes.

## 10. Que retenir de tout cela ?

Le travail de collaboration mené avec les enseignantes et l'orthopédagogue conduit à un premier constat. À propos du développement professionnel, bien qu'il soit important de co-situer un problème qui sera moteur d'actions pour tous les participants impliqués, la résolution du problème initial devrait davantage être perçue comme un travail de reformulation continuelle de pistes à explorer, lesquelles émanent d'une activité conjointe d'explicitation de situations vécues en classe.

Notre recherche collaborative partait de ce désir de développer chez les élèves une aisance à résoudre des problèmes additifs et soustractifs où l'opération renvoie à différents sens. Dans les premières années du primaire et surtout auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage, l'usage du matériel est encouragé. Dans le cadre de notre collaboration, ce qui précède a pu être reformulé en tant qu'intention partagée d'amener les élèves à être flexibles pour opérer et manipuler différents types de matériel afin de favoriser la création de liens entre les différentes représentations du matériel, mais aussi, entre les divers sens des opérations. Ce choix permettant du même souffle de contribuer au développement du concept de nombre qui est souvent fragile chez les élèves. C'est dans cette visée qu'enseignantes, orthophoniste et chercheures ont développé et mis à l'essai des interventions favorisant un travail *contrôlé* sur le matériel. La section précédente a permis d'observer que ces interventions sont teintées des éléments théoriques et pratiques discutés dans les séances de formation et par la suite revus lors de leur mise à l'épreuve en classe. Une transformation de la pratique s'accompagne aussi d'un rationnel chez l'enseignante qui expérimente en classe, qui est lui-même enrichi.

L'analyse des interventions a reposé sur trois moments qui impliquent le matériel. Le premier moment (M1) prend place au démarrage de la résolution et s'attarde au choix du matériel pour résoudre. Le deuxième moment (M2) est celui où les élèves résolvent l'histoire mathématique, moment où l'enseignante intervient de façon individuelle. Finalement, le troisième moment (M3) est celui identifié par Margolinas (1992) comme favorable au développement d'une activité de *contrôle*, le retour en grand groupe. Au terme de la première année de formation, nous pouvons remarquer que les enseignantes se sont approprié le vocabulaire relatif aux différents sens de l'opération qui accompagne un regard réflexif sur le choix des problèmes dans la séquence d'enseignement.

L'analyse apporte un éclairage limité quant à la nature des interventions qui prennent place en M2, ce qui amène une réflexion sur le(s) dispositif(s) qui vont permettre le recueil des observables. Comment s'y prend Marie pour mettre, comme elle le dit, les élèves en « conflit cognitif » quand ils ont commis une erreur ?

Se dégagent, de l'analyse menée, divers rôles du matériel reliés à diverses intentions didactiques, certaines prenant forme plus particulièrement autour de problèmes de structure additive. Ainsi, le matériel a un rôle de modélisation permettant de reconnaître la structure additive du problème. Une prise de conscience des enseignantes et de l'orthophoniste sur les actions réalisées par les élèves avec ce matériel permet de poser un diagnostic quant à leurs acquis dans le développement du sens du nombre, et ce, sans qu'il n'y ait nécessairement de traces écrites. Le matériel peut être utilisé non pas seulement au début de la résolution, mais aussi à la fin, à des fins de vérification de la démarche. L'analyse apporte enfin un regard intéressant sur le matériel en lien avec le sens de l'opération d'addition. En effet, le matériel peut être source de blocage pour certains élèves, dont les enseignants doivent être conscients. Tel que discuté précédemment, dans un problème de réunion, la grille de nombres amène l'élève à modéliser la situation en reformulant l'énoncé en termes d'ajout d'un nombre à un autre. Conscientes de cet aspect, les participantes impliquées dans ce projet ont choisi de varier le matériel mis à la disposition des élèves et même, par moments, d'imposer un certain matériel, de manière à encourager le développement du concept de nombre afin que les discussions en grand groupe permettent aussi de tisser des liens entre les divers sens de l'addition.

Le travail rapporté dans ce texte prend place auprès d'élèves identifiés comme étant en difficulté d'apprentissage. Toutefois, les interventions mises en place par l'enseignante lors de la phase bilan nous semblent être pertinentes pour les classes ordinaires, comme rendre publiques les différentes stratégies de résolution des élèves, renvoyer les questions au reste de la classe, relancer les élèves en cas d'erreur et soulever une discussion sur le matériel le plus efficace. Soulignons toutefois que l'enseignante reste essentiellement centrée sur l'utilisation des divers matériels pour résoudre un problème et sur la réflexion autour d'un choix éclairé de matériel, un matériel efficace. Le lien entre le matériel et le calcul est une étape qui ne nous semble pas complètement exploitée. Ce lien se fait essentiellement entre le matériel jugé efficace et le calcul associé, délaissant ainsi les autres matériels et donc la possibilité d'exploiter des écritures équivalentes comme 34 - 5 = 34 -10 + 5 (voir la séance du 19 novembre 2013).

Dans une perspective de formation des futurs maîtres, les résultats dégagés ici interpellent les situations de formation proposées dans le cadre des cours universitaires. Ils renforcent la nécessité de revenir à plusieurs reprises sur un même objet de formation. Différentes facettes doivent être considérées pour la planification et l'orchestration en classe de situations de résolution de problèmes qui contribuent au développement d'un contrôle chez les élèves. Cela ne semble possible que par un travail continuel et important de la part des enseignants en exercice. Si l'on s'attarde plus particulièrement au travail de planification d'un enseignement, le choix des problèmes proposés en arithmétique doit être argumenté par une identification des classes associées à la structure relationnelle de l'énoncé que l'on souhaite travailler avec les élèves. Ce choix doit conduire à modifier au besoin les nombres en jeu, mais aussi, à réfléchir au matériel que l'on mettra à la disposition de l'élève. Il n'est pas suffisant de discuter de ces facettes en formation initiale, mais encore faut-il proposer des situations où le futur maître pourra démontrer qu'il les considère comme étant des outils-clés pour planifier son enseignement. L'orchestration d'une phase de bilan dans la résolution de problème est déjà un défi important dans la classe de mathématiques pour les futurs maîtres. Il faut toutefois mettre de l'avant la nécessité que cette phase soit précédée d'une étude des raisonnements des élèves, lesquels s'expriment avec le matériel, pour ainsi apprendre à porter un jugement sur le développement du concept de nombre autant que sur la résolution du problème. Dans la mesure où l'enseignant souhaite favoriser le développement du concept de nombre, les habiletés de résolution de problèmes et l'expression d'un choix éclairé du matériel utilisé dans la résolution chez ses élèves, l'enseignant encouragera la justification chez ses derniers, mais plus encore, il adaptera sa planification des situations futures et pourra les particulariser (par exemple : sélection du matériel permis) pour certains élèves en tenant compte de ce qu'il aura observé chez eux.

## Conclusion

Le présent texte illustre le potentiel des recherches collaboratives pour le développement professionnel des praticiens qui y sont engagés. Un développement professionnel qui s'exprime à travers une explicitation et compréhension de leur pratique en enseignement des mathématiques, autour de contenus et de manières de faire intégrant ou non le matériel de manipulation. Comme le soulignent Couture, Bednarz et coll. (2007), il s'agit alors d'une occasion de développer, chez les professionnels, leurs capacités à poser un jugement nuancé, complexe, en contexte. Une analyse de la démarche de co-élaboration entre les milieux de recherche et de pratique présentée dans ce texte, où tous les acteurs prennent activement part au processus de changement, permet à certaines occasions d'observer des logiques (ou points de vue) contradictoires entre les différents protagonistes : enseignantes, orthophoniste, chercheures. Dans une perspective de formation auprès des futurs maîtres, ce texte renforce l'importance de réfléchir aux situations qui permettront d'accélérer ce travail de réflexion sur une action qui ne peut malheureusement pas toujours être liée à un contexte réel d'interactions avec des élèves. Il questionne aussi la manière de faire partager aux étudiants, lire même co-situer, un problème qui n'est peut-être pas toujours senti et perçu par ceux-ci.

## Références bibliographiques


Anadón, M. (2007). *La recherche participative. Multiples regards*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

Bednarz, N. (2009). Recherches collaboratives en enseignement des mathématiques : Une nouvelle entrée sur la conception d'activités en mathématiques à l'intersection de pratique en classe et recherche. *Acte du 61e colloque de la CIEAEM, publiés dans Quaderni di Ricerna in Didattica Matematica* (supp. No.2), 3-18.

Berends, I. E. & Van Lieshout, E.C.D.M. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction, 19*(4), 345-353.

Cauterman, M.-M., Demailly, L., Suffys, S. & Bliez-Sullerot, N. (1999). *La formation continue des enseignants est-elle utile ?* Paris : Presses Universitaires de France.

Cipra, B. (1985). *Erreurs… et comment les trouver avant le prof… ».* Paris : Ed. InterEditions.

Conseil supérieur de l'éducation (2004). *Un nouveau souffle pour la profession enseignante. Avis au ministre de l'Éducation. Québec*: Conseil supérieur de l'éducation.

Conseil supérieur de l'éducation (2014). *Le développement professionnel, un enrichissement pour toute la profession enseignante - sommaire*. Document accessible à l'adresse http://www.cse.gouv.qc.ca/FR/Publications/index.html.

Coppé, S. (1993). *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé.* Thèse de doctorat inédite. Université de Lyon.

Corriveau, C. & Jeannotte, D. (2015). L'utilisation de matériel en classes de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin de l'AMQ, LV*(3), 32-49.

Couture, C., Bednarz, N. & Barry, S. (2007). Multiples regards sur la recherche participative : une lecture transversale. Dans M. Anadón (Éd.), *La recherche participative : multiples regards* (p. 205-221). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Day, C. (1999) *Developing Teachers: The Challenges of Lifelong Learning*. London: Falmer Press.

De Corte, É. & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research en Mathematics Education, 18*(5), 363-381.

Dionne, C., Boutet, M. & Julien-Gauthier, F. (2002). La nécessité d'une pratique spécialisée en soutien à la personne et à ses milieux de vie. Dans J.-P. Gagnier & R. Lachapelle (Eds.), *Pratiques émergentes en déficience intellectuelle* (p. 39-95). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Duverneuil, J. (2002). *Comment enseigner les mathématiques à l'école primaire ?* Toulouse, France; Éditions SEDRAP Éducation.

Gujarati, J. (2013). Deepening mathematics teaching and learning through the concrete-pictorial-abstract approach. *Strategies for Successful Learning*, *6*(2). Repéré à https://www.ldworldwide.org/single-post/2013/01/01/V6-2-Mathematics---Deepening-Mathematics-Teaching-and-Learning-through-the-Concrete-Pictorial-Abstract-Approach

Hadamard, J. (1945/1975). *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique.* Paris : Gauthier-Villars.

Kargiotakis, G. (1996). *Contribution à l'étude de processus de contrôle en environnement informatique : le cas des associations droites-équations*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques inédite. Université Paris VII - Denis Diderot.

Krustetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children* (Translated from Russian by J. Teller, edited by J. Kilpatrick and I. Wirszup). Chicago/London: The University of Chicago Press.

Margolinas, C. (1992). Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 113-158.

Presseau, A. & Martineau, S. (2007). *Les compétences chez les enseignants : évaluation des dispositifs de formation continue pour favoriser le transfert des apprentissages d'élèves en difficulté*. Site du carrefour national de l'insertion professionnelle en enseignement (cnipe).

Margolinas, C. (1992). Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion.*Recherches en Didactique des Mathématiques, 12* (1), 113-158.

Mason, J. (1994). *L'esprit mathématique.* Bruxelles : De Boeck Université.

Polya, G. (1945/1965). *Comment poser et résoudre un problème.* Éditions Jacques Gabay.

Richard, J.F. (1990/1998). *Les activités mentales : Comprendre, raisonner, trouver des solutions.* Paris : Armand Colin.

Robert Cadet, E. (2014). *La résolution de problèmes arithmétiques verbaux au primaire : Microanalyse de la dialectique sujet/matériel.* Thèse de doctorat. Université d'Ottawa.

Saboya, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire.* Thèse de doctorat en éducation. Université du Québec à Montréal.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Schmitz, M.J. & Winskel, H. (2008). Toward effective partnerships in a collaborative problem-solving task. *Journal of Educational Psychology, 78*(4), 581-596.

Tardif, M., Lessard, C. & Gauthier, C. (1998). Formation des maitres et contextes sociaux. Perspectives internationales. *Revue des sciences de l'éducation, 24* (3), 682–683.

Varela, M., Pappas, C.C., Kane, J.M., Arsenault, A., Hankes, J. & Cowan, B.M. (2008). Urban primary-grade children think and talk science: Curriculum and instructional practices that nurture participation and argumentation. *Science Education, 92*(1), 65-95.

Vergnaud. G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problem. Dans T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: a cognitive perspective* (p. 39-59). Hillsdale NJ : Lawrence Erlbaum.

Weisser, M. (1999). Les problèmes d'arithmétique : traits de surface, modes de résolution et taux de réussite. *Revue des sciences de l'éducation, 25*(2), 375-399.

## ANNEXE I – Synthèse des éléments significatifs ressortis de l'analyse

| | Interventions liées au matériel | Intentions et rôles du matériel | Du côté des élèves |
|---|---|---|---|
| **Rencontre 4 octobre 2013** (compte rendu par l'enseignante d'une séance en classe) | **M1 :** Enseignante distribue des jetons à tous les élèves (choix non judicieux en regard du problème)<br>**M2 :** L'enseignante circule et aide individuellement chaque élève. Nature des interventions ?<br>**M3 :** Pas de retour en grand groupe | *Intention* : Reconnaître la structure additive du problème. *Rôle du matériel* : Modélisation.<br>Le choix du matériel (ex : jetons) amène à faire un choix de problème (nombres pas trop grands). | **M2** : Les élèves ont aimé manipuler<br>-Un constat de difficultés de manipulation chez certains élèves<br>-Pas de traces écrites, en sont restés à la manipulation de jetons<br>-Une compréhension de la part des élèves qui est questionnée |
| **Rencontre 30 octobre 2013** | **M1 :** Proposer aux élèves divers matériels concrets (jetons, blocs multibase, dollars…)<br>**M2** : Aider les élèves en mimant l'opération avec des gestes, les amener à produire des traces écrites de leur démarche<br>**M3 :** La résolution par ces divers matériels est présentée à toute la classe afin de favoriser le développement du sens du nombre (apprentissage par les pairs). Ce sont les élèves qui viennent en avant présenter. | *Intention* : Poser un diagnostic sur les élèves quant au sens du nombre. *Rôle du matériel* : est utilisé comme un repère visuel sur l'acquisition du sens du nombre (repose sur les gestes posés par les élèves)<br>*Intention* : Amener les élèves à se détacher progressivement du matériel concret. *Rôle du matériel* : permettre la création de représentations mentales. Peut être utilisé pour vérifier la démarche écrite. | |
| **Expérimentation 19 novembre 2013** | **M1 :** L'enseignante distribue du matériel diversifié aux élèves (jetons, | | **M3** : les élèves valident les démarches de leurs camarades |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | grilles de nombres, blocs multibase, droites numériques). On ne sait pas si elle a choisi préalablement un matériel selon les acquis de chaque élève.<br><br>**M3 :** Exposer les résolutions à l'aide de différents matériels pour rendre visibles la démarche utilisée (partiel, pas de retour sur les jetons)<br>-La validation des résolutions reposant sur par le matériel est à la charge des élèves<br>-En cas d'erreur, relancer les élèves pour qu'ils repèrent l'erreur<br>-Promouvoir, à la fin de la phase de bilan, une réflexion sur le matériel le plus efficace en temps de résolution. | | -un contrôle qui se manifeste dans la manipulation de certains matériels (ex : l'élève défait une dizaine)<br>-des difficultés relevées avec la manipulation des jetons<br>-une stratégie de calcul intéressante utilisée avec la grille de nombres |
| **Rencontre 4 décembre 2013** | **M1** : Les élèves choisissent le matériel eux-mêmes, mais un engagement réfléchi ou un choix éclairé de matériel ne vont pas de soi. Pour favoriser l'acquisition du sens du nombre, imposer certaines fois le matériel pour certains élèves.<br><br>**M2 :** Les élèves travaillent parfois en équipe de 2. Ils expliquent leur démarche à l'enseignante. En cas d'erreur, Marie les met en conflit | Pour certains élèves, le matériel peut être source de blocage lors de la résolution. En effet, certains matériels changent le sens de l'opération dans les problèmes additifs. Dans un problème de réunion, la grille de nombres amène l'élève à faire en fait un ajout. | **M2** : Les élèves aiment ce moment de résolution avec le matériel<br>**-**Ils sont motivés à trouver la réponse et donc engagés dans le problème<br>-Ils apprécient le temps que l'enseignante leur consacre |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | cognitif. Mais on n'a pas de précisions sur la nature de ces interventions.<br><br>**M3** : Afin d'engager les élèves dans les retours en grand groupe : distribution de rôles. Le spécialiste du matériel doit valider l'efficacité du matériel et se prononcer sur la possibilité d'avoir d'autres matériels aussi efficaces pour cette résolution de problèmes.<br>-Expliciter aux élèves les questions qu'ils devraient se poser quand ils résolvent.<br>-Après avoir repéré où en sont les élèves dans l'acquisition du sens du nombre, intervenir pour favoriser son développement. Pour cela, faire des liens entre les jetons et la grille pour permettre des ponts entre la quantité et le symbole (étiquette). | | |
| **Expérimentation 23 janvier 2013** | **M2** : Repérage des élèves qui ne changent pas de matériel.<br>Intervention auprès de ces élèves pour les amener à changer de stratégie. Raisons invoquées : efficacité en terme de temps d'exécution et diminuer les risques d'erreurs. | | **M2** : Les élèves passent directement de la manipulation de matériel aux traces écrites (écriture d'un calcul) sans faire préalablement des dessins. De plus, ils écrivent d'eux-mêmes une phrase complète comme conclusion. Ce qui est nouveau. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Expérimentation 10 février 2014** | | | **M2** Les élèves font preuve d'autonomie face à la résolution du problème, ils utilisent le matériel adéquat. Certains élèves perçoivent même leurs erreurs (cas d'une élève qui avait beaucoup de difficultés). |
| **Expérimentation 19 mars 2014** | | | **M2** Réinvestissement des acquis des élèves (démarche de résolution, choix du matériel, manipulation, traces écrites, explications) vers une histoire mathématique plus complexe (sens réunion et sens retrait et des nombres jusqu'aux centaines). |

## Annexe II – L'outil de résolution d'une histoire mathématique créé en co-élaboration entre enseignantes, orthophoniste et chercheures

| Les étapes pour résoudre une histoire mathématique | |
|---|---|
| **1.** Je **lis** l'histoire mathématique. |  |
| **2.** Je m'assure que je **comprends** tous les mots de **vocabulaire** et les **mots-chapeaux**. |  |
| **3.** Je fais le "**ce que je cherche**" et je surligne les **mots importants** en **orangé**. |  |
| **4.** Je surligne les **indices** en **jaune**. |  |
| **5.** Je "**mime**" les indices de mon histoire mathématique avec du **matériel** ou des **dessins**. |  |
| **6.** Je laisse des **traces** de ma démarche. | d u<br>4 3<br>+ 1 5<br>5 8 |
| **7.** Je **vérifie** que **ma réponse** est possible et correspond avec le "ce que je cherche". Je réponds par une **phrase mathématique** complète. |  |

Outil créé par Annie-Claude Lefebvre, Caroline Bisson et Sylvie [illegible] dans le cadre d'un projet de recherche collaborative (UQAR, UQAM, C.S. des Découvreurs).

# Chapitre 6

## Formation initiale de professeurs stagiaires : regards sur la modélisation mathématique en classe

***Richard Cabassut***
*ESPE, LISEC-EA 2310, Université de Strasbourg*[1]
*richard.cabassut@unistra.fr*

### Introduction

En formation initiale, à l'université de Strasbourg, des professeurs stagiaires français de lycée professionnel ont suivi un enseignement sur la modélisation. Ils devaient y concevoir une séquence d'enseignement impliquant une situation de modélisation, la mettre en œuvre dans une classe de stage et l'analyser dans un rapport écrit et une présentation orale. On rend compte ici de cette expérience à travers l'étude de deux exemples : l'un relatif au domaine de la géométrie, l'autre relatif au domaine des probabilités. On étudie, notamment dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique et de la théorie de la double approche, la capacité de ces professeurs stagiaires à produire un retour réflexif argumenté sur la séquence élaborée et sur les compétences professionnelles correspondantes, en lien avec les recherches en didactique. On précise l'articulation entre les compétences didactiques et les compétences professionnelles non didactiques.

### 1. Contexte et problématique

En France, les étudiants préparent le concours pour être professeurs de mathématiques et de sciences en lycée professionnel durant leur quatrième année universitaire (première année de Master). S'ils réussissent le concours en fin d'année, la cinquième année universitaire, ils sont professeurs stagiaires à mi-temps dans un lycée, et l'autre mi-temps ils terminent leur master à l'université. Dans la formation universitaire à Strasbourg, en supplément aux cours d'accompagnements professionnels pour leur stage, les étudiants suivent au premier semestre un cours de 24 heures d'approfondissement en didactique des mathématiques.

Ce cours propose de développer des connaissances et des compétences pour enseigner la modélisation. Modéliser, dans l'enseignement obligatoire français, est une des six compétences

[1] Cette recherche est conduite avec le soutien de l'Université de Strasbourg et de la Mission Investissement d'Avenir dans le cadre de l'IDEX.

majeures des mathématiques définie par « traduire en langage mathématique une situation réelle » (BOEN, 2015, p. 369) ou encore « utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne » (Ibid, p. 199). Enseigner la modélisation, c'est proposer aux élèves des situations d'enseignement permettant de développer les connaissances et les compétences qui permettent de modéliser. Le formateur universitaire s'appuie sur les travaux du projet LEMA (Cabassut, 2009 ; Maass, 2006) que nous préciserons plus loin.

Chaque professeur stagiaire participant au cours doit concevoir une séquence de modélisation, la mettre en œuvre dans sa classe et pratiquer un retour réflexif sur cette mise en œuvre. Dans cette étude nous désignerons par formateur universitaire, l'auteur du cours et par professeur, le professeur stagiaire suivant le cours. Nous n'étudierons pas le déroulement de ce cours : nous nous limiterons à l'étude de deux exemples de mises en œuvre. Le formateur universitaire a choisi de laisser la dévolution de la mise en œuvre en classe à chaque professeur stagiaire et de n'intervenir qu'après coup sur le retour réflexif sur la mise en œuvre. Bien entendu, en amont dans le cours d'approfondissement, les professeurs stagiaires ont étudié la modélisation. Donc, chaque mise en œuvre ne constitue pas une séance de modélisation idéale, c'est-à-dire qu'elle ne doit pas être prise comme un modèle d'une séance sans défauts et sans problèmes, à reproduire sans modification. Nous observons et analysons ces mises en œuvre pour répondre aux questions : Comment un professeur stagiaire met-il en œuvre une séance de modélisation ? Quel retour réflexif porter sur cette mise en œuvre ?

## 2. Cadres, théoriques ou non, suivant la sensibilité du lecteur

Nous analysons les deux cas à travers le **cadre théorique des compétences.** Niss et Højgaard (2011) définissent ainsi les compétences :

> A person possessing competence within a field is someone able to master the essential aspects of that field effectively, incisively, and with an overview and certainty of judgement […] this means that mathematical competence comprises having knowledge of, understanding, doing, using and in general having an opinion about mathematics and mathematical activity in a variety of contexts where mathematics plays or can play a role. (p. 51)

Cette définition est valable pour toute personne (élève, professeur de mathématiques ou non, personnel d'éducation …) et peut concerner aussi bien des champs extra-mathématiques (psychologie de l'enfant, système éducatif …) que des champs mathématiques.

Pour ce qui concerne les personnes, il faudra bien entendu différencier les compétences de l'élève, et les compétences du professeur. Pour les compétences du professeur, Ball, Thames & Phelps, (2008) proposent une catégorisation intéressante, dans laquelle ils désignent la « knowledge of content and students » qui englobe la connaissance des compétences d'apprentissages des élèves. Par exemple, en France la compétence professionnelle « Maîtriser les objectifs et les contenus d'enseignement, les exigences du socle commun de connaissances, de compétences et de culture ainsi que les acquis du cycle précédent et du cycle suivant » (BOEN, 2013 p. 5) fait partie de cette catégorie. Ici le professeur doit connaître les exigences du socle commun pour les élèves, et connaître les compétences des élèves. Donc les compétences d'enseignement du professeur contiennent la connaissance des compétences d'apprentissage de l'élève.

Pour ce qui concerne les champs de compétences, distinguons les compétences liées à l'enseignement d'un contenu, et les compétences autres liées au métier de professeur, en adoptant le cadre théorique de la double approche proposé par Robert (2005 a) :

> « c'est là qu'intervient la double approche, pour comprendre les déroulements, pour en cerner les variables, nous analysons les pratiques non seulement à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves, mais aussi à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier, une activité sociale, personnalisée, rémunérée, comportant de nombreuses contraintes, avec des habitudes [...]. Cette prise en compte imbriquée de deux points de vue, celui des apprentissages par l'intermédiaire des activités provoquées et celui du métier par l'intermédiaire des contraintes et marges de manœuvre, est précisément ce que nous appelons la double approche. » (p. 214)

Pour les compétences liées à l'enseignement on distinguera, avec Ball *et al.* (2008 p. 391-403), les compétences mathématiques liées au contenu mathématique enseigné, les compétences didactiques liées à comment enseigner et apprendre ce contenu mathématique et les compétences pédagogiques, plus générales et non liées spécifiquement aux contenus mathématiques enseignés, comme par exemple « organiser et assurer un mode de fonctionnement du groupe favorisant l'apprentissage et la socialisation des élèves » (BOEN, 2013 p. 6).

Pour les compétences liées au métier de professeur - et autres que les compétences d'enseignement d'un contenu - citons quelques exemples du référentiel français : « coopérer au sein d'une équipe, intégrer les éléments de la culture numérique, prendre en compte la diversité des élèves » (BOEN, 2013 p. 3-5).

L'ensemble de toutes ces compétences constitue les compétences professionnelles du métier de professeur de mathématiques et de sciences de lycée professionnel, qui seront analysées dans le retour réflexif sur les deux cas de mises en œuvre.

Pour compléter cette analyse nous prenons en compte « l'incontournable influence de l'insertion sociale des professeurs dans l'établissement scolaire et même dans la profession, qui amène à tenir compte des contraintes externes et de normes du métier d'enseignant de mathématiques » (Robert & Rogalski, 2002, p.515). Nous précisons à partir de la **théorie**

**anthropologique du didactique** (Bosch & Gascon, 2006), plusieurs niveaux de co-détermination didactique, qui contraignent la formation et les mises en œuvre en classe. Rappelons quelques niveaux de co-détermination proposés (*Ibid*. p. 61) : civilisation, société, école, pédagogie, discipline, domaine, secteur, thème, sujet.

Enfin, pour analyser didactiquement les séances de modélisation, nous utilisons le **cadre théorique de la modélisation**. « Modelling problems are authentic, complex and open problems which relate to reality. Problem-solving and divergent thinking is required in solving them » (Maass, 2006, p. 115). Dans le cours d'approfondissement didactique, les professeurs stagiaires fréquentent les différentes compétences du cycle de modélisation : construire un modèle mathématique d'un problème de la vie réelle, résoudre mathématiquement le problème mathématique modèle, interpréter la solution mathématique en solution du problème réel, valider le processus de modélisation pour résoudre le problème, communiquer sur ce processus. Cette fréquentation se fait par l'analyse de vidéos de mise en œuvre en classe ciblant certaines de ces compétences, par l'analyse de tâche de modélisation proposées à des élèves, par la résolution de tâches de modélisation en situation d'homologie (Kuzniak & Houdement, 2002, p. 294) où les professeurs stagiaires jouent le rôle des élèves, en adaptant la situation au niveau des professeurs stagiaires.

On peut reformuler les questions de recherche à l'aide des cadres théoriques : Quel est le rôle des différents niveaux de co-détermination didactique au sens de la théorie anthropologique du didactique (Bosch & Gascon, 2006) dans la mise en œuvre d'une tâche de modélisation en classe ? Comment les différentes compétences professionnelles s'articulent-elles entre elles dans cette mise en œuvre ? Plus précisément, en adoptant l'approche praxéologique de la théorie anthropologique, quand le professeur stagiaire met en œuvre ses tâches de modélisation en classe, quelles sont des justifications en termes de compétences professionnelles ?

## 3. Méthodologie

Nous adoptons une approche clinique (Beillerot, Blanchard-Laville & Mosconi, 1996), qui n'est ni prescriptive, ni normative mais descriptive, avec l'étude de deux cas, à partir des traces disponibles pour le formateur universitaire, mais non publiques (désignées sous le nom de corpus), constituées des rapports écrits et oraux des deux professeurs stagiaires, et d'un entretien semi-directif d'environ 45 min avec chacun des deux professeurs stagiaires précédents Détaillons le dispositif. Chacun des professeurs stagiaires produit un rapport écrit (de 6 pages hors annexes) et une présentation orale complétée par un entretien (environ 45 min dans le temps du cours de formation) qui sont pris en compte dans l'évaluation de cette unité d'enseignement du diplôme de Master. Les entretiens semi-directifs ne sont pas pris en compte dans cette évaluation mais font partie d'un projet de recherche plus large sur l'enseignement de la modélisation, décrit plus amplement dans Cabassut et Ferrando (2015) et abordant les difficultés de cet enseignement quant au temps, à l'organisation des cours, à l'engagement des élèves, à l'évaluation et aux ressources. Les questions qui ont servi de base au guide de cet entretien sont le résultat d'une revue de la littérature précisée dans Cabassut et Ferrando (2015).

Par rapport à la méthode de la double approche préconisée par Robert et Rogalski (2002) nous n'avons pas eu la possibilité d'observer les séances de modélisation. Nous avons seulement conservé l'analyse a priori et a posteriori que le professeur stagiaire a faite de sa mise en œuvre, et, lors de l'entretien qui suit la présentation orale, le retour réflexif croisé du professeur stagiaire et du formateur universitaire, sur les présentations écrite et orale (dans ce cas, le croisement se fait par échanges de courriels ou de vive voix à l'occasion d'un cours), et lors de l'entretien qui a suivi la présentation orale, en considérant notamment l'entrée par les compétences.

Pour l'analyse des niveaux de co-détermination nous allons préciser le rôle de la société, des instituts de formation, de la discipline « mathématiques », de la tâche de formation, comme niveaux de co-détermination didactique. Concernant le niveau « mathématiques », nous précisons également le lien avec la recherche en didactique des mathématiques.

## 4. Résultats sur les niveaux de co-détermination didactique

### *4.1. Niveau de la société*

En France les professeurs de lycée professionnels sont bivalents : ils enseignent les mathématiques et la physique-chimie aux élèves de lycée professionnel, pour les préparer au brevet d'études professionnelles ou au baccalauréat professionnel. Pour les recruter, un concours national est organisé avec deux épreuves écrites vers le mois d'avril : une de mathématiques, l'autre en physique-chimie. L'épreuve de mathématiques porte, pour approximativement à 60 % de la note, sur des compétences sur un corpus de savoirs correspondant approximativement aux programmes du brevet de technicien supérieur, qui est enseigné après le baccalauréat, en deux ans, dans un lycée, et 35 % de la note correspond à un exercice sur l'approche didactique et pédagogique dans le cadre du futur métier, à partir par exemple d'un exercice portant sur l'évaluation d'un exercice proposé à des élèves. Les 5 % restant de la note correspondent à la compétence en communication (maîtrise de la langue écrite, présentation de la copie). Parmi les deux épreuves orales (une en mathématiques, une en physique-chimie), celle de mathématiques porte sur des questions didactiques et pédagogiques en lien avec l'enseignement en lycée professionnel. Au niveau de la société, les métiers de l'enseignement connaissent une grave crise de recrutement en France, particulièrement en mathématiques (Arnoux, 2013), probablement à cause des conditions de rémunérations et d'exercice du métier qui n'en font pas un métier attractif (mais ce serait l'objet d'une autre étude que d'analyser les raisons de cette crise). Dans les deux cas étudiés dans cet article, les professeurs stagiaires ont suivi des études initiales en physique et en chimie. C'est dire que la formation initiale en mathématiques pourra être insuffisante dans certains domaines, par exemple dans le domaine des probabilités, en général peu fréquenté par les étudiants hors filières mathématiques. Dans l'académie de Strasbourg, aucun des professeurs ayant réussi le concours dans cette promotion n'est issu de filières mathématiques.

Pour ce qui concerne la formation professionnelle aux métiers de l'enseignement, elle est assurée dans le cadre d'un master préparant aux métiers de l'enseignement. La première année de master prépare au concours de recrutement et dispense quelques enseignements de didactique des disciplines (mathématiques et sciences) et de formation professionnelle générale. Mais nous venons de voir qu'une partie importante des étudiants n'ont pas suivi cette première année et proviennent d'autres filières. En effet pour être titularisé enseignant, il faut être titulaire d'un master mais il n'est pas obligatoire que ce soit un master préparant à l'enseignement.

On pourrait penser que les étudiants seront mieux formés professionnellement en seconde année. Ce n'est pas le cas car la société (dans une acception globale comprenant le Ministère de l'Éducation qui définit la politique éducative du pays, le parlement qui l'approuve en votant les lois l'organisant, les parents électeurs qui élisent des majorités politiques, … et qui renvoie aux niveaux de co-détermination didactique évoqués précédemment dans le cadre théorique) a choisi de mettre en stage à mi-temps devant les élèves, tout seuls en responsabilité, les étudiants admis au concours. En conséquence, le temps restant pour la formation initiale reste réduit. Comme on le voit dans la description précédente, au niveau de la société, les conditions institutionnelles de la formation initiale sont très tendues, face à un public d'étudiants en grand besoin, compte tenu de leurs filières d'études d'origine.

### *4.2. Niveau de l'institut de formation*

Une conséquence du stage à mi-temps est que les préoccupations didactiques des étudiants seront très orientées par leurs classes de stage, et que la formation a intérêt à prendre en compte cette orientation, suivant l'hypothèse d'Aline Robert :

> Un travail qui part des pratiques et qui permet d'en aborder plusieurs composantes à la fois est bien adapté à la formation de ces pratiques car il s'inscrit directement dans leur complexité et dans la dynamique d'une conceptualisation à partir de l'action. (Robert, 2010, p. 377)

Pour ces raisons, le contenu de cette formation à la modélisation est conçu en prise directe avec une des classes de stage, où le professeur stagiaire devra mettre en œuvre une séquence d'enseignement impliquant une tâche de modélisation. Le contexte d'enseignement sera donc celui de cette classe ; notamment la mise en œuvre se situera dans la progression planifiée par le professeur stagiaire et dans le programme de la classe. Pour alléger le travail du professeur stagiaire, une partie de la conception est élaborée pendant les heures d'enseignement, qui sont constituées d'heures de travaux dirigés et de cours intégré. Les cours intégrés sont des éléments d'institutionnalisation qui ne sont pas fixés à l'avance, comme dans le cas de cours magistraux planifiés, mais qui sont développés lorsque la situation étudiée les rend pertinents. De même l'évaluation est constituée par la production écrite d'un compte rendu de conception de la séquence, de sa mise en œuvre et de son analyse. Ce compte rendu écrit est complété par un exposé oral au groupe de participants au cours, suivi d'une discussion réflexive au sein du groupe. On voit donc que certaines modalités de cette formation sont définies en tenant compte des contraintes qui pèsent en seconde année de master, pour alléger la charge de travail du professeur stagiaire et pour assurer des synergies avec le travail dans la classe de stage.

### *4.3. Niveau de la discipline « mathématiques »*

L'enseignement de la modélisation connaît un développement dans les curriculums en Europe (Cabassut, 2013). Dans les programmes actuels de mathématiques et sciences du lycée professionnel français, dix-neuf occurrences relatives à la modélisation apparaissent et il est précisé que la démarche d'investigation

> permet la construction de connaissances et de capacités à partir de situations problèmes motivantes et proches de la réalité pour conduire l'élève à […] élaborer et utiliser un modèle théorique. (BOEN, 2009, p. 1)

De plus, ce même programme invite à utiliser la bivalence des professeurs comme milieu favorable à la modélisation :

> L'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques ne se résume pas à une juxtaposition des deux disciplines. Il est souhaitable qu'un même enseignant les prenne en charge toutes les deux pour garantir la cohérence de la formation mathématique et scientifique des élèves. Les sciences physiques et chimiques fournissent de nombreux exemples où les mathématiques interviennent pour modéliser la situation. (*Ibid.,* p. 1)

Hadidou, Amalric, Curéli & Teisen, (2014) témoignent qu'avec la mise en place en classe de pratiques pédagogiques autour de la démarche d'investigation « les échanges et les questions sont souvent pertinents et rendent les séquences plus dynamiques et enrichissantes aussi bien pour les élèves que pour l'enseignant » (p. 65).

### *4.4. Liens avec la recherche en didactique*

Le formateur universitaire assurant cette formation poursuit des recherches depuis 2006 dans le domaine de la modélisation. La formation contient donc des savoirs liés à la modélisation, sujet mathématique de la formation, et issus de la recherche : définition de la modélisation (Henry, 2001), cycle de modélisation (Cabassut, 2013), modèle d'équiprobabilité (Gauvrit, 2013), distinction entre expérimentation, modélisation et simulation (Parzysz, 2007). Des savoirs plus généraux sont également abordés pour permettre une analyse de la conception et du déroulement des séquences : dévolution et contrat didactique en théorie des situations (Brousseau, 1997) ; praxéologies et niveaux de co-détermination didactique en théorie anthropologique du didactique

(Bosch & Gascon, 2006 ; Matheron, 2000). Enfin des types de tâches de formation s'appuient sur des recherches : situations d'homologie (Kuzniak & Houdement, 2002), analyse de vidéos (Robert, Penninckx & Luttuati, 2012), conception, mise en œuvre et analyse de tâches de modélisation (Cabassut, 2009).

### *4.5. Niveau de la tâche de formation proposée*

Les objectifs annoncés de la formation sont d'une part, de développer des connaissances et des compétences de professeurs pour enseigner les mathématiques en voie professionnelle à travers des situations de modélisation, et, en prenant en compte cette bivalence, d'autre part, de produire des ressources pour mettre en œuvre des situations de modélisation prenant en compte la bivalence mathématiques et sciences. L'énoncé de la tâche de formation adressée aux deux cas étudiés est le suivant : « Production d'une ressource liée à la mise en œuvre d'une situation de modélisation prenant en compte la bivalence mathématiques et sciences, dans le cadre de la classe en stage de responsabilité. La mise en œuvre donnera lieu à la production d'un document écrit numérique de 6 pages maximum (hors annexes) décrivant la ressource, remis trois jours avant le dernier cours et d'une présentation orale de la ressource lors du dernier cours. L'utilisation de la ressource impliquera l'utilisation des TICE. Le sujet et la réalisation de cette production seront élaborés dans les cours précédant la présentation ». Nous présentons les deux cas étudiés.

## 5. Résultats sur un cas de modélisation en géométrie

### *5.1. Éléments d'analyse a priori de la séquence*

#### 5.1.1. Contexte :

La séquence étudiée a lieu dans une classe de 30 élèves de Seconde option « commerce » du baccalauréat professionnel. Ici, au niveau de l'école considérée, un lycée professionnel orienté essentiellement vers des filières tertiaires, il n'y a pas d'enseignement des sciences. C'est pourquoi le professeur mettra en œuvre une séance de modélisation impliquant seulement les mathématiques. On note ici la contradiction entre la formation initiale qui doit traiter les deux valences mathématiques et sciences, et les contraintes de classes disponibles qui ne permettent de pratiquer le stage que dans une valence. De même l'effectif de la classe, 30 élèves, oblige au travail en groupe en demi-classe lorsque la classe travaillera avec le logiciel Geogebra au cours de la séquence. L'horaire hebdomadaire de mathématiques pour un élève est d'une heure en classe entière et une heure en groupe. Donc la progression dans la séquence doit tenir compte de cette alternance et de la limitation d'une séance à une durée d'une heure. On voit ici que le temps didactique est très contraint par le temps et l'espace institutionnels.

#### 5.1.2. Choix du secteur mathématique dont relève la séquence :

Dans l'organisation du travail dans sa classe de stage sur l'année, le professeur stagiaire répartit les différents modules mathématiques de chaque domaine mathématique suivant une progression dans le temps qui lui est personnelle. Le cours de modélisation, que suit le professeur stagiaire, débute le 2 octobre et le compte rendu écrit de la mise en œuvre doit être produit avant la sixième séance du 17 décembre. Dans ce calendrier serré, le choix est limité par rapport à la progression du professeur : la séquence et la mise en œuvre à produire pour la formation à la modélisation portera sur le module « géométrie et nombre » qui fait partie du domaine « géométrie ». Le programme officiel précise :

> Les objectifs de ce module sont d’appliquer quelques théorèmes et propriétés vus au collège et d’utiliser les formules d’aires et de volumes. Les théorèmes et formules de géométrie permettent d’utiliser les quotients, les racines carrées, les valeurs exactes, les valeurs arrondies en situation. (BOEN 2009, p. 10)

Le professeur stagiaire garde en tête ces objectifs et va essayer de les fixer dans la séquence qu’il va construire.

#### 5.1.3. Conception de la tâche de modélisation autour de laquelle s’articule la séquence :

Décrivons la technique de conception de la séquence. Le professeur stagiaire conçoit d’abord une tâche « phare », qui sera la tâche de modélisation autour de laquelle s’articuleront des séances de préparation, par exemple avec un travail d’appropriation du logiciel Geogebra, et d’évaluation, avec un devoir à la maison et un devoir en classe. Le problème est le suivant : « Comment mesurer un bâtiment du lycée avec une règle d’une vingtaine de centimètres en vue de connaître sa hauteur réelle ? » Le professeur stagiaire justifie son choix par la familiarité du lieu qui permet des expérimentations. Dans les procédures attendues des élèves, le professeur stagiaire prévoit, au cours de la première séance, la recherche de modèles avec le recours à un dessin pour modéliser le problème. On note que le professeur stagiaire ne prévoit pas d’autre procédure (du type estimation de la hauteur du bâtiment à partir de la taille des fenêtres sur la photo et dans la réalité). Le professeur stagiaire semble donc orienter les élèves vers une procédure attendue. Dans une seconde séance, l’exploration de la figure implantée sous Geogebra devrait conduire à l’utilisation des théorèmes de Pythagore et de Thalès pour résoudre le problème modélisé.

Pour l’organisation du travail autour de la tâche de modélisation, le professeur stagiaire produit, en plus des fiches élèves, une fiche professeur de préparation des séances de mise en œuvre de la modélisation : initialement deux séances en groupe sont prévues mais dans la réalité une troisième séance en classe entière sera ajoutée. L’objectif annoncé dans la fiche est un objectif en termes de connaissances mathématiques : « Le théorème de Pythagore. Le théorème de Thalès dans le triangle ». Les éléments matériels requis sont précisés : salle informatique, 4 mètres ruban, 1 mètre laser et 57 photocopies de la fiche d’activité de l’élève. Le professeur stagiaire prévoit de travailler différentes compétences d’élèves en lien avec le socle commun.

Les autres séances de préparation sont conçues avec notamment leurs objectifs et les compétences d’élèves visés. Les objectifs du programme qui n’ont pas encore été visés peuvent être pris en charge par le devoir à la maison, qui peut ainsi compléter les séances de préparation et de mise en œuvre de la modélisation. Nous proposons d'approfondir l'analyse des trois séances de mise en œuvre de la modélisation.

### *5.2. Analyse a posteriori : retour réflexif sur la mise en œuvre.*

#### 5.2.1. <u>Première séance : appropriation du problème.</u>

Concernant l'analyse des procédures et des difficultés des élèves, le professeur stagiaire remarque l'importance d'Internet pour chercher des idées transposables au problème :

> J'ai remarqué que les résultats de recherche sur internet ont très largement influencé les élèves sur cette partie : en effet les élèves qui ont trouvé des informations pertinentes ont fait le lien entre des situations proposées sur internet et la situation proposée en classe parfois en modifiant le protocole (corpus).

Le professeur stagiaire discute avec les élèves qui n'arrivent pas à exploiter les informations d'internet.

> Pour les débloquer [les élèves] de cette situation, nous avons discuté ensemble sur la façon de mesurer le bâtiment avec les contraintes imposées : une règle de 20 cm. Une élève a proposé de poser la règle sur le bâtiment et de le mesurer en plusieurs fois. Mais comme nous n'avons pas accès au sommet du bâtiment, l'élève a pu se rendre compte que sa proposition était difficilement réalisable. Une autre élève a remarqué que si on prenait du recul par rapport au bâtiment, celui-ci semblerait plus petit et qu'on pourrait alors le mesurer avec les outils imposés (corpus).

Le professeur stagiaire apparaît comme le médiateur qui aide à l'argumentation sur les idées proposées, ce qui conduit les élèves bloqués sur la piste d'une schématisation. Il y aura à nouveau un clivage dans le groupe, entre ceux qui reconnaîtront une utilisation possible du théorème de Thalès et ceux qui ont besoin d'un accompagnement du professeur stagiaire :

> Nous avons pu travailler ici différentes compétences dont le fait de raisonner de façon logique et de développer les capacités de communication écrite et orale. J'ai pu remarquer une réelle implication des élèves pour les échanges d'informations entre binômes (corpus).

Ici une première mise en commun permet de s'accorder sur une modélisation par une figure et de lancer la prochaine discussion : quels sont les paramètres qu'il faut connaître pour produire la figure représentant le problème ? Après discussion les élèves trouvent les paramètres suivants : la hauteur du bâtiment, la distance entre l'observateur et le bâtiment, la distance entre la règle et l'observateur (longueur du bras), la hauteur du bâtiment vue sur la règle.

Le professeur stagiaire identifie la mise en œuvre de compétences professionnelles :

> Durant cette séance, le travail en binôme a permis de travailler la compétence professionnelle : « Organiser et assurer un mode de fonctionnement du groupe favorisant l'apprentissage et la socialisation des élèves ». Les élèves ont échangé leurs idées notamment pour s'approprier et modéliser la situation. J'ai aussi intégré des éléments de la culture numérique comme la recherche d'information à l'aide d'internet (corpus).

#### 5.2.2. Seconde séance : appropriation du problème et réalisation d'une solution.

Dans cette seconde séance, les élèves ont fini de collecter les paramètres pour construire et explorer les figures en groupes. Certains groupes ont réussi à déterminer la hauteur du bâtiment alors que d'autres sont restés bloqués. C'est pourquoi une troisième séance, initialement non prévue, a été rajoutée. Initialement la séance aurait dû se dérouler avec l'utilisation de Geogebra. Or, la version utilisée par le professeur stagiaire sur son ordinateur personnel et la version implantée sur les ordinateurs du lycée n'étaient pas compatibles. Le professeur stagiaire envisage désormais de tester les fichiers sur les ordinateurs du lycée. On peut considérer qu'il a développé la compétence professionnelle « Intégrer les éléments de la culture numérique nécessaires à l'exercice de son métier ». Après un retour réflexif sur les pratiques où le formateur universitaire a évoqué les notions de connaissances disponibles / connaissances mobilisables développées par (Robert, 2005 b), le professeur stagiaire les a intégrées dans son analyse réflexive :

> J'ai pris conscience de deux catégories de connaissances chez les élèves. Les connaissances disponibles[2] : l'élève peut mettre en œuvre la compétence dans une situation contextualisée quand l'enseignant le lui suggère directement ou implicitement. Ici la majorité des élèves ne songeaient pas à utiliser le théorème de Thalès sans l'indication du professeur. Les connaissances mobilisables : quelques élèves ont mobilisé les théorèmes de Pythagore et de Thalès alors que rien n'indique qu'il faut les mettre en œuvre même de façon implicite. Pour une prochaine séquence il serait intéressant de prévoir des activités préparatoires qui rendraient certaines connaissances mobilisables et faciliteraient ainsi la dévolution du problème aux élèves (corpus).

#### 5.2.3. Troisième séance : réalisation et validation d'une solution dans un parcours différencié.

Le professeur stagiaire prévoit répartir les élèves au cours de cette séance supplémentaire en deux groupes, ce qui n'avait pas été prévu dans l'analyse a priori. En effet, le groupe de ceux qui avaient réussi à résoudre le problème en mobilisant les théorèmes de Pythagore et de Thalès doivent maintenant déterminer la hauteur du bâtiment à l'aide d'un plan d'architecte de la façade du

[2] On remarquera que le professeur intervertit les définitions de disponible et mobilisable : ce sont les connaissances disponibles qui sont mises en jeu sans indication, et les connaissances mobilisables le sont dans un contexte où une indication existe.

bâtiment. L'objectif est de trouver la hauteur d'une autre manière en mobilisant les compétences mathématiques sur les échelles, et de critiquer le résultat précédent à la lumière de ce nouveau résultat, ce qui correspond à la compétence en modélisation de validation et réflexion concernant la solution du problème réel du cycle de modélisation évoqué précédemment.

Pour le groupe des élèves qui n'avaient pas mobilisé les théorèmes de Pythagore et de Thalès, le professeur stagiaire propose un entraînement sur les applications de ces théorèmes et ensuite une reprise guidée du problème de modélisation en vue de le résoudre.

Puis, en classe entière, le groupe ayant travaillé sur le plan d'architecte expose sa solution à l'autre groupe. Dans une discussion collective, les incertitudes sur les mesures expliquent l'écart entre les différentes solutions. Dans cette séance, à propos des compétences professionnelles, le professeur déclare : « La compétence " Prendre en compte la diversité des élèves en adaptant son enseignement et son action éducative à la diversité des élèves " a été exploitée » (corpus).

> Ici la dévolution du problème n'est plus à la seule charge de l'élève. Il semblerait que le guidage du professeur stagiaire vise à satisfaire les compétences professionnelles « savoir préparer les séquences de classe et, pour cela, définir des programmations et des progressions » et « différencier son enseignement en fonction des rythmes d'apprentissage et des besoins de chacun » : on voit apparaître un conflit entre le respect du temps « professionnel » (limitation des séances à une heure, programmation dans le temps de la séquence) et le temps didactique (temps nécessaire à l'élève pour la dévolution du problème et l'apprentissage), ce qui est une problématique de la chronogenèse.

On observe enfin, dans le compte rendu écrit de la mise en œuvre en classe, une incompréhension didactique. Il n'y a pas de validation du choix des hypothèses de parallélisme pour appliquer le théorème de Thalès, ou d'angle droit pour appliquer le théorème de Pythagore. Or en modélisation il est important de justifier le choix des hypothèses, et dans ces justifications de bien distinguer ce qui relève d'arguments mathématiques et ce qui relève d'arguments extra-mathématiques (Cabassut, 2009).

## 6. Résultats sur un cas de modélisation en probabilité

On analyse plus rapidement ce cas en soulignant les différences avec le précédent.

### *6.1. Éléments d'analyse a priori de la séquence*

#### 6.1.1. Contexte :

La séquence étudiée se situe dans une classe de seconde professionnelle, option « étude et économie du bâtiment », ce qui signifie que le professeur de mathématiques enseigne également les sciences dans cette classe. Plus précisément, au cours de cette période, le professeur stagiaire a traité le module du programme officiel « Comment prévenir les risques liés aux gestes et postures ? », et notamment la question du programme officiel « Pourquoi un objet bascule-t-il ? » qui a conduit à l'étude du centre de gravité d'un objet et de sa base de sustentation. Le professeur stagiaire prévoit trois séances autour de ces deux activités avec formalisation et évaluation formative. Ensuite, quatre autres séances sont proposées : une activité sur des probabilités continues (tirage aléatoire d'un segment), un problème de décision dans une situation aléatoire (jeux des trois portes), une démarche d'investigation d'un événement aléatoire s'appuyant sur le tableur Excel, et enfin une évaluation sommative des sept séances.

#### 6.1.2. Choix du secteur mathématiques dont relève la séquence :

Le professeur stagiaire mettra en place une séquence sur la fluctuation d'une fréquence selon les échantillons dans le domaine des probabilités. En effet, il choisit comme activité de démarrage de séquence une activité sur le lancer de pièces, que le professeur stagiaire compte relier au travail sur l'étude du basculement d'un objet, ici appliqué à la pièce. Ce travail sera poursuivi par l'étude du lancer d'une punaise.

#### 6.1.3. Conception de la tâche de modélisation :

Le professeur stagiaire débute la séquence par le problème suivant proposé aux élèves : « Pour chaque match d'un tournoi de football, l'équipe qui donne le coup d'envoi est déterminée par tirage au sort avec une pièce de monnaie. Le capitaine d'une équipe a toujours choisi le côté « pile », mais sur les dix matchs joués, il n'a bénéficié du coup d'envoi que deux fois. Le capitaine pense que le « hasard » aurait dû lui faire bénéficier cinq fois du coup d'envoi, le côté pile ayant une chance sur deux d'apparaître. Partagez-vous le sentiment de ce capitaine ? »

Par rapport au cas du professeur stagiaire précédent qui se concentrait sur les modalités de travail (individuel/collectif), la répartition du temps et les contenus notamment mathématiques, l'analyse valorise ici les compétences d'élève travaillées, la répartition du temps et la présentation des tâches à réaliser. Dans l'analyse a priori le professeur stagiaire distingue clairement trois compétences liées au domaine des probabilités : expérimenter, modéliser et simuler.

> Les élèves expérimentent d'abord avec une pièce de monnaie et formulent des conjectures. Ensuite, ils se rendent compte qu'étant limités expérimentalement, il faut mettre en place un modèle qui représentera plus simplement l'expérience et qui nous permettra de mettre en place une simulation qui permettra d'augmenter la taille de l'échantillon. De plus, une fois le modèle établi (par le professeur), les élèves le simulent sur un tableur, ce qui permet d'observer la stabilisation des fréquences autour de la probabilité conjecturée en début de séance (corpus).

Le professeur remarque bien que le modèle est préalable à la simulation. On suppose qu'il y a équiprobabilité entre pile et face et, ensuite, on programme sur le tableur la simulation de l'expérience à partir de l'hypothèse que pile et face sont équiprobables.

### 6.2. *Éléments d'analyse a posteriori : retour réflexif sur la mise en œuvre.*

Concernant l'atteinte des compétences d'élèves visées, « les situations choisies sont riches et permettent de travailler avec les élèves les différentes compétences, à savoir s'approprier, analyser, réaliser, valider et communiquer » (corpus). Le professeur stagiaire argumente sur l'acquisition des cinq compétences évaluables et sur les compétences du cycle de modélisation. Cependant dans son retour réflexif, le professeur stagiaire montre une ambiguïté à l'endroit de la simulation : une simulation ne permet pas de valider un modèle, puisque la simulation est basée sur l'hypothèse du modèle. Pourtant la simulation, sous l'hypothèse de ce modèle, permet de valider par simulation des conjectures sur la fluctuation et sur la stabilisation de cette fluctuation. Ici l'identité professionnelle du professeur bivalent, pris entre le paradigme de validation des mathématiques par la démonstration, et celui des sciences expérimentales par la validation expérimentale, n'a pas permis, dans le retour réflexif, d'expliciter les différences entre mathématiques et sciences à propos de la compétence « valider ».

Le professeur stagiaire pointe deux difficultés : sa difficulté comme professeur inexpérimenté à trouver des liens entre mathématiques et sciences d'une part, et la difficulté d'assurer la dévolution du problème aux élèves.
Pour la première difficulté, on voit ici la défaillance des ressources, notamment des manuels scolaires.

> De plus, la progression que j'ai prévue en sciences, qui est imposée par l'équipe pédagogique du lycée, ne me permettait pas d'établir une connexion avec la séquence sur les probabilités en mathématiques (corpus).

De plus il semble y avoir une opposition entre la compétence de professeur « coopérer au sein d'une équipe » et la prescription du programme « ne pas limiter l'enseignement à une juxtaposition des deux disciplines » : l'intégration à l'équipe pédagogique fait obstacle au projet du professeur stagiaire.

Pour la seconde difficulté, le professeur remarque la très grande difficulté d'assurer la dévolution du problème aux élèves

> Je pensais que je pouvais laisser les élèves travailler seuls en autonomie mais à la vue des difficultés qu'ils ont éprouvées surtout dans la phase d'analyse et à la vue de leurs représentations initiales, j'ai dû guider plus les élèves et leur donner des éléments de réponses (corpus).

Là encore, des ressources d'enseignement, qui ne se limitent pas à des énoncés de tâches ou à des enchaînements de questions suivant la grille d'évaluation des compétences, mais qui proposent de vrais scénarios didactiques, en précisant les variables didactiques sur lesquelles jouer pour faciliter la découverte de procédures par les élèves, restent un enjeu de la recherche en ingénierie didactique.

## 7. Discussion des résultats

Concernant les compétences de modélisation on observe chez les deux professeurs stagiaires la difficulté à mettre en œuvre la phase de construction du modèle. Dans le cas géométrique, le professeur ne conçoit qu'un modèle utilisant le théorème de Thalès qu'il veut réinvestir avec les élèves. On aurait pu avoir une situation plus ouverte laissant à la charge de l'élève la construction d'un modèle. On aurait pu, par exemple, utiliser la proportionnalité entre d'une part les hauteurs d'un élève au pied du bâtiment, sur une photo et dans la réalité, et d'autre part les hauteurs du bâtiment, sur cette même photo et dans la réalité : la connaissance de la hauteur du bâtiment dans la réalité peut s'obtenir à partir de la connaissance des trois autres hauteurs grâce à la relation de proportionnalité. Ou encore, on aurait pu estimer la hauteur d'un étage à 3 mètres et évaluer la hauteur du bâtiment en fonction du nombre d'étages. La dévolution du problème n'a pas été à la charge des élèves, alors que, dans le cours de modélisation, avaient été présentées différentes situations ouvertes où les élèves présentaient différents modèles. Dans le cas des probabilités, le professeur signale le recours assez rapidement au guidage par le professeur.

On retrouve une observation de Robert et Rogalski (2002) : « Les résultats montrent qu'un tiers seulement des enseignants a mis en pratique ce qui était au cœur des formations, avec des caricatures pour le débutant, et des maladresses pour les enseignants confirmées » (p. 521). Et une explication est avancée : « la pression du temps prime souvent sur tout autre nécessité : le temps, toujours insuffisant, fait, par exemple, renoncer à faire travailler les élèves de manière autonome, alors même que cette méthode est considérée comme essentielle, pour finir le programme (par exemple : pression de la composante institutionnelle, qui écrase les autres) » (*Ibid*. p. 509).

## Conclusion

Dans cette double approche (Robert & Rogalski, 2005), on a observé dans l'analyse réflexive que beaucoup de niveaux de co-détermination didactique se situent à des niveaux extra-mathématiques (autre discipline, pédagogie, école, système scolaire, société). En conséquence les réflexions didactiques ont tendance à être moins prises en compte dans les retours réflexifs : le didactique est en quelque sorte naturalisé ; il va de soi. Par contre dans l'analyse a priori, c'est le didactique qui semble dominer parce que le choix des tâches et des progressions semble se construire d'après les compétences mathématiques d'élèves visées. Dans le retour réflexif sur les compétences professionnelles, les compétences mathématiques du professeur interviennent peu. Or on a observé l'absence de retour réflexif sur une incompréhension didactique, dans le premier cas avec l'absence de justification des hypothèses, dans le second cas sur le rôle de la simulation, ce qui montre l'importance d'une vigilance didactique. L'utilisation des TICE, la gestion groupe/collectif, la gestion de l'hétérogénéité, l'articulation mathématiques-sciences, la place de l'écrit, le choix d'un registre de représentation... sont rarement justifiés par des arguments didactiques où le contenu mathématique intervient, comme ce pourrait être le cas pour mettre à l'épreuve des hypothèses ou un modèle mathématique, comparer des modèles, des procédures, des validations…

La difficulté du temps est évoquée à plusieurs reprises : il y a conflit entre le temps didactique et le temps institutionnel. Dans l'entretien semi-directif complémentaire avec chacun des professeurs stagiaires, qui a été évoqué dans la partie méthodologie, la gestion du temps est une difficulté réaffirmée : résoudre des tâches de modélisation en classe, préparer des tâches de modélisation pour l'enseignement prend trop de temps ; il est difficile d'estimer la durée pour résoudre une tâche de modélisation ; quand les professeurs enseignent la modélisation, il ne leur reste pas assez de temps pour les autres apprentissages. L'exploitation des résultats de ces entretiens semi-directifs fait l'objet d'une autre recherche (Cabassut & Ferrando, 2015). C'est dire qu'une double approche, didactique et professionnelle, permet une meilleure prise en compte des difficultés sur le temps en distinguant ce qui relève des contraintes professionnelles et ce qui relève des contraintes didactiques, distinction qui permettra de mieux cibler les améliorations éventuelles. La recherche doit étudier des parcours d'étude et de recherche qui prennent mieux en compte ces difficultés liées au temps. Il est important pour la formation initiale de déterminer les difficultés d'enseignement et de produire des ressources qui les prennent en compte, ce qui est l'objet d'une autre recherche (*Ibidem*).

## Références bibliographiques

Arnoux, P. (2013). La crise prévisible du recrutement des enseignants. *Tangente Education*, 23. Février 2013.

Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special ? *Journal of Teacher Education,* 59(5), 389-407.

Beillerot, J., Blanchard-Laville, C. & Mosconi, N. (1996). *Pour une clinique du rapport au savoir.* Paris : L'Harmattan.

BOEN (Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale). (2009). Programmes d'enseignement de mathématiques et de sciences physiques et chimiques pour les classes préparatoires au baccalauréat professionnel. *BOEN spécial, 2.*

BOEN (Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale). (2013). Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. *BOEN,* 30.

BOEN (Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale). (2015) Programmes d'enseignement*. Bulletin officiel spécial n°10.*

Bosch, M. & Gascon, J. (2006). 25 years of didactic transposition*. ICMI Bulletin,* 58, 51-65.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer.

Cabassut, R. (2009). Un exemple de formation continue à la modélisation dans le cadre du projet LEMA : description et problèmes rencontrés. *Actes du XXXV$^{ème}$ Colloque Copirelem.* Bombannes : IREM de Bordeaux.

Cabassut, R. (2013). Reflections from European examples on the teaching of modelling. *Modelling in Science Education and Learning (MSEL)*, 6, 21-32.

Cabassut, R. & Ferrando, I. (2015). *Conceptions in France about mathematical modelling: exploratory research with design of semi-structured interviews*. Paper presented at the 9$^{th}$ CERME. Prague: Czech Republic. Récupéré de http://www.cerme9.org/products/wg6/

Gauvrit, N. (2013). A propos du « biais d'équiprobabilité ». *RDM.* 33/2. Grenoble : La pensée sauvage.

Hadidou, H., Amalric, C., Curéli, C. & Theisen. F. (2014). L'élève acteur dans la construction de son savoir en lycée professionnel. *Repères-IREM*, 96, 53-67.

Henry, M. (2001). *Autour de la modélisation en probabilités*. Besançon : Presses Universitaires Franc Comtoises.

Kuzniak, A. & Houdement, C. (2002). Pretty (good) didactical provocation as a tool for teachers' training in geometry. *Proceedings of CERME 2*, 292-304.

Maass, K. (2006). What are modeling competencies ? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 38(2), 113-142.

Matheron, Y. (2000). Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x*, 54, 51-78.

Niss, M. & Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde, Denmark: Roskilde University. (IMFUFA tekst : i, om og med matematik og fysik; No. 485).

Parzysz B. (2007). Expérience aléatoire et simulation. *Repères IREM,* 66, 27-44.

Robert, A. (2005a). Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 209-249, IREM de Strasbourg.

Robert, A. (2005b). Deux exemples d'activités en formation des enseignants de mathématiques du second degré. *Petit x*, 67, 63-76.

Robert, A. (2008). Problématique et méthodologie commune aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (coord.), *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants,* Partie 1, (p. 31-59). Toulouse : Octarès.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 2(4), 505-528.

Robert, A., Penninckx, J. & Luttuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. (Se) Former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos.* Besançon : Presse Universitaire de Franche Comté.

# Partie 2 : Réflexions sur l'élaboration et l'usage de ressources didactiques en formation initiale des enseignants

# Chapitre 7

# Quels besoins de formation sur la numération des entiers à l'école primaire ? D'une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource vers la formation des enseignants

***Frédérick Tempier***
*Université de Cergy-Pontoise, Laboratoire de Didactique André Revuz*
*frederick.tempier@u-cergy.fr*

## Introduction

La numération écrite chiffrée des nombres entiers est un savoir tellement naturalisé chez les adultes que la perception de ses enjeux d'enseignement est difficile, notamment pour les enseignants débutants. Il s'agit pourtant d'une notion essentielle pour les mathématiques de l'école primaire. Elle s'appuie sur deux principes qui sont indissociables :

- à chaque rang de l'écriture en chiffres correspond une unité de numération (par exemple au troisième rang on écrit des centaines) : c'est le principe de position ;
- chaque unité est égale à dix unités de l'ordre inférieur (par exemple une centaine = dix dizaines) : c'est le principe décimal.

Les difficultés d'apprentissage ou d'enseignement de la numération ne sont pas nouvelles (Bednarz & Janvier, 1984; DeBlois 1996; Fuson et *al.*, 1997; Ma, 1999; …). Un point notamment partagé dans ces travaux concerne l'enseignement/apprentissage du principe décimal, notamment pour les nombres supérieurs à cent. Par exemple, la centaine peut être interprétée à la fois comme une centaine, dix dizaines ou cent unités.

Concernant les enseignants en formation initiale, Thanheiser (2009) a montré qu'ils ne mobilisent pas toujours ces relations quand elles sont en jeu dans les techniques de calcul posé : certains considèrent la centaine uniquement comme cent unités ; d'autres interprètent l'écriture chiffrée uniquement comme une juxtaposition de chiffres. Ces conceptions ne sont pas suffisantes pour permettre de développer chez les élèves une compréhension fine de notre système de numération écrit.

En France, l'étude de la transposition didactique de la numération à travers les programmes officiels et des manuels de 3$^{\text{ème}}$ primaire récents (Chambris, 2008; Tempier, 2010) montre qu'une place centrale est donnée aux tâches mettant en jeu le principe de position de la numération : l'association entre l'écriture en chiffres et le nom du nombre, la comparaison et les décompositions canoniques du type 1304 = 1×1000 + 3×100 + 4. Cela a des conséquences :

- sur les pratiques des enseignants français pour qui le principe décimal n'est pas toujours un enjeu d'enseignement (Tempier, 2013) ;
- sur les apprentissages des élèves : un certain nombre d'élèves rencontrent des difficultés dans des tâches mettant en jeu les relations entre unités (Tempier, 2013), comme « 1 centaine = … dizaines » (48% de réussite[1]), « 60 dizaines = … centaines » (31% de réussite) et « dans 764 il y a … dizaines » (39% de réussite).

Ces constats nous ont amené à faire le choix de nous lancer dans la conception d'une ressource qui permettrait d'enrichir les pratiques des enseignants et de surmonter ces difficultés. Cette ressource devait être à la fois :

- utile, c'est à dire permettre aux enseignants de s'approprier les enjeux de l'enseignement de la numération et aux élèves de construire les connaissances visées,
- acceptée et utilisable par les enseignants pour leur permettre de se l'approprier facilement pour leur travail de préparation et lors de la mise en œuvre en classe.

Au cours de nos expérimentations, la comparaison des analyses *a priori* et *a posteriori* des séances menées par différents enseignants nous ont amené à identifier certains décalages entre nos prévisions et les mises en œuvre effectives dans les classes et à faire des hypothèses sur les raisons de ces décalages : était-ce un effet des choix de mise en scène de la situation fondamentale (valeurs des variables didactiques, milieu, …) ou bien un effet de la description des situations dans la ressource ? Nous avons pris en compte ces décalages afin de faire des améliorations des situations et de la ressource. Mais il est aussi apparu que ce qui était parfois en jeu concernait les connaissances didactiques des enseignants ou les contraintes institutionnelles. Dans ces deux cas, une simple modification de la ressource pourrait s'avérer insuffisante.

L'objectif de ce texte est de questionner les connaissances nécessaires des enseignants pour un enseignement adapté de la numération à l'école primaire. Quels besoins de formation des enseignants est-il possible de dégager de ces expérimentations ?

Nous avons restreint notre objet d'étude à l'enseignement de la numération en classe de 3ème primaire (élèves de 8/9 ans) pour les nombres à quatre chiffres car il y a de nombreuses relations entre le millier et les unités d'ordres inférieurs. De plus, c'est une étape essentielle avant d'aborder les grands nombres et les décimaux.

Nous allons commencer par présenter la méthodologie et les cadres théoriques utilisés ainsi que la ressource construite. Ensuite nous présenterons des besoins essentiels de formation des enseignants que nous avons identifiés.

[1] Sur 104 élèves de 8/9 ans en France.

## 1. Cadre théorique et méthodologie

Nous nous appuyons sur différentes expérimentations (Tempier, 2013) :

- une première étude de cas des pratiques de trois enseignants « ordinaires » qui utilisent leurs ressources usuelles, sans intervention du chercheur ;
- une ingénierie didactique de développement d'une ressource construite initialement par le chercheur et qui a donné lieu à trois expérimentations.

Nous ne détaillerons ici que le cadre théorique et la méthodologie utilisés pour l'ingénierie didactique. La conception de la ressource s'appuie sur différents cadres théoriques issus de la didactique des mathématiques auxquels nous empruntons des « outils de conception » (Ruthven et *al.*, 2009) : la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) pour la notion de milieu, et de variable didactique et la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) pour la notion d'organisation mathématique (ou praxéologie) et d'ostensif. Ces outils sont aussi mobilisés pour l'analyse des mises en œuvre en classe et sont alors associés à l'analyse des couples contrat/milieu et dévolution/institutionnalisation (Brousseau, 1998; Perrin-Glorian & Hersant, 2003).

Nous utilisons une méthodologie d'« ingénierie didactique pour le développement d'une ressource et la formation des enseignants » (Perrin-Glorian, 2011) afin de questionner la diffusion, dans l'enseignement ordinaire, d'une ingénierie didactique « pour la recherche », ce qui demande de prévoir deux niveaux de questionnement indissociables :

- celui de la pertinence des situations : les situations proposées permettent-elles de produire les connaissances prévues chez les élèves ? (comme dans une ingénierie didactique « pour la recherche ») ;
- celui de « l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire » (Perrin-Glorian, 2011) qui demande d'étudier les adaptations réalisées par les enseignants lors de la mise en œuvre des situations.

Plusieurs cycles d'expérimentations sont nécessaires à la mise au point de la ressource (allers-retours entre phases de conception de la ressource et phases de mise à l'épreuve de la pratique dans des classes). Le dispositif expérimental pour les trois cycles d'expérimentation est décrit dans le tableau ci-dessous (figure 1). Pour mieux associer certains enseignants à la conception de la ressource, en plus des entretiens individuels avec chaque enseignant, nous avons organisé des réunions de travail avec une partie des enseignants avant et après l'utilisation de la ressource (« groupe de travail », GT). Nous observons également certaines séances réalisées par les enseignants de ce groupe. Les autres enseignants utilisent la ressource dans des conditions plus ordinaires (« groupe libre », GL), sans observation du chercheur. Des évaluations des élèves sont réalisées dans les deux groupes. La première ressource construite par le chercheur s'enrichit donc au fur et à mesure des expérimentations par les analyses des observations de classe ainsi que par les échanges et réunions avec les enseignants. Le chercheur reste responsable des modifications apportées progressivement à la ressource.

| **Expérimentation** | **Nombre d'enseignants** | **« Contrat » d'expérimentation pour le suivi de la ressource** | **Nombre de séances observées** | **Évaluations des élèves** |
|---|---|---|---|---|
| Pré-expérimentation (version 0) | 2 | Suivi de la ressource proposée avec adaptations possibles. | La plupart des séances mises en œuvre. | Avant/après |
| Expérimentation 1 (version 1) | 4 (GT) / 3 (GL) | Suivi des 5 problèmes principaux.<br>Adaptations possibles pour la mise en œuvre.<br>Construction d'une séquence à la charge de l'enseignant. | 3 séances (GT) / aucune (GL) | Avant/après |
| Expérimentation 2 (version 2) | 3 (GT) / 3 (GL) | Liberté totale dans l'utilisation de la ressource. | 2 séances (GT) / aucune (GL) | Avant/après |

**Figure 2 : tableau du dispositif expérimental de l'ingénierie didactique**

Il y a une évolution des conditions d'expérimentation avec les enseignants au cours des cycles. De plus en plus de liberté est donnée aux enseignants dans la mise en œuvre des situations pour progressivement s'approcher des conditions « réelles » d'utilisation d'une ressource par des enseignants, hors contexte de recherche.

Pour l'analyse des séances nous faisons une comparaison entre l'analyse *a priori* des situations de la ressource et l'analyse des déroulements observés, et nous cherchons à identifier les raisons des décalages éventuellement observés. Pour l'analyse des séquences, nous comparons les séquences réalisées au canevas didactique proposé dans la ressource. Pour répondre à la question posée dans ce texte sur les besoins de formation des enseignants en numération, nous utilisons ces analyses et nous nous appuyons sur les décalages apparus entre les analyses *a priori* et *a posteriori* des séances menées par les enseignants, notamment lorsqu'ils entraînent une gestion inadaptée des situations. Cela permet de mettre en évidence des connaissances pour l'enseignement de la numération qui posent des difficultés aux enseignants, et donc des besoins de formation.

## 2. Présentation de la ressource

### *2.1. Principes généraux*

La ressource est disponible en ligne[2]. Elle porte uniquement sur l'enseignement de la numération. Elle est donc destinée à un usage ponctuel par les enseignants. Il n'est pas envisagé qu'elle soit suivie à la lettre par les enseignants ; les usages qu'ils pourront en faire seront nécessairement variés. Nous y proposons des éléments qui nous semblent essentiels pour une mise en œuvre adaptée des situations par l'enseignant. La détermination de ces éléments essentiels fait partie des

[2] La version actuelle est consultable à l'adresse suivante : http://numerationdecimale.free.fr.

questions de recherche. Une place importante est faite à la description des enjeux de savoir. Des éléments sont aussi proposés pour aider l'enseignant à construire une séquence à partir des situations proposées et à situer l'utilisation de ces savoirs dans la progression mathématique travaillée au cours de l'année, notamment en lien avec des thèmes comme le calcul posé.

### *2.2. Choix des situations et de leur mise en scène dans la ressource*

Pour la conception des situations, nous nous appuyons sur la situation fondamentale du nombre de Brousseau (1995) : un actant A et un actant B doivent se communiquer des informations nécessaires pour réaliser des collections équipotentes. Mais les actants sont éloignés dans l'espace et/ou la réalisation des collections est éloignée dans le temps (la seule correspondance terme à terme ne suffit pas pour réussir). Sous ces contraintes, l'utilisation du nombre (parlé ou écrit) est la solution la plus économique à ce problème. Pour ce travail sur la numération écrite, nous ne considérons que le cas de collections ayant au moins cent (voire mille) éléments et nous imposons que le code de désignation utilisé soit celui de l'écriture en chiffres. Une condition essentielle pour un travail sur la numération écrite (en particulier pour le principe décimal) est l'introduction dans cette situation des **u**nités de **n**umération (que nous noterons UN pour simplifier) pour décrire les quantités (unités, dizaines, centaines, milliers). En effet, elles permettent de décrire (à l'oral comme à l'écrit) des nombres d'unités supérieurs à dix contrairement aux mots de la numération parlée en France (Brissiaud, 2005; Chambris 2008) : on peut dire « vingt centaines » alors que l'on ne peut pas dire « vingt cents » dans notre système de numération parlée.

Pour la construction des situations et du canevas didactique de la ressource, nous prendrons appui sur cette situation fondamentale en faisant des choix pour sa « mise en scène ». Concernant la progression générale, le choix a été fait de commencer par une situation de « dénombrement », (passer d'une collection ou d'une écriture en unités de numération à une écriture chiffrée), avant de proposer une situation de « commande » (passer d'une écriture chiffrée à une écriture en unités de numération). Le tableau ci-dessous (figure 2) montre les différentes variantes de ces deux situations qui sont à considérer. Pour la situation de dénombrement, c'est seulement dans la troisième variante que les conversions entre unités sont véritablement un enjeu car la réunion de deux collections amène à avoir plus de dix unités à certains ordres[3]. Dans l'exemple donné ici en réunissant les deux collections on obtient 12C (12 centaines) qu'il faut convertir en 1M et 2C. La situation de commande permet de réinvestir les connaissances en partant cette fois de la donnée de l'écriture chiffrée pour produire une écriture en unités en tenant compte de différentes contraintes sur le stock du marchand. Cela permet de travailler les décompositions de nombres selon différentes unités.

[3] Dans la version 2 de la ressource nous proposons de dénombrer directement une collection partiellement groupée plutôt qu'une réunion de deux collections.

| | | |
|---|---|---|
| **Situation de dénombrement de collections** | V1 : Dénombrer une collection « en vrac » |  |
| | V2 : Dénombrer une collection totalement groupée |  |
| | V3 : Dénombrer une réunion de deux collections | 1re collection : 2M 8C 1D 3U<br>2e collection : 4C 1M 2U.<br>Nombres possibles proposés : 31215, 3215, 3315, 4215 |
| **Situation de commande de collections** | V1 : Commandes de bûchettes | Il nous faut 2615 bûchettes, mais le marchand n'a plus de bûchettes par millier. Combien faut-il commander de centaines de bûchettes, de dizaines de bûchettes et de bûchettes seules ? |
| | V2 : Commandes de timbres | Le directeur de l'école de Villebois doit commander 2647 timbres. Combien doit-il commander de plaques de 100 timbres ? |

**Figure 3 : les situations (version 1 de la ressource)**

À partir d'une première étude de la transposition didactique de la numération (Tempier 2010) et de ces cycles d'expérimentation dans des classes ordinaires, nous allons maintenant présenter les connaissances pour l'enseignement de la numération qui sont source de difficultés chez enseignants et les besoins de formation associés (de manière conjointe).

## 3. Identification de besoins pour la formation des enseignants

### *3.1. Comprendre l'intérêt d'un travail sur les deux aspects de la numération.*

Ce premier point a émergé de nos premiers travaux (Tempier, 2010) et a été une des raisons qui nous ont amené à nous intéresser à la conception d'une ressource sur la numération. Les programmes et certains manuels ne font pas de l'aspect décimal de la numération un enjeu essentiel pour l'enseignement de la numération (*Ibidem*). Cela a une influence sur le projet des enseignants que nous avons observés (*Ibid.*, 2013). Cela a aussi des influences sur la mise en œuvre de ce projet et même jusqu'à la façon dont les enseignants interprètent les erreurs ou difficultés des élèves.

Il est donc nécessaire que les enseignants prennent conscience de l'insuffisance de ce qui est proposé actuellement en numération dans les programmes et dans certains manuels et le déficit que cela peut entraîner pour l'apprentissage des élèves. Nous avons pu constater lors de nos différentes expérimentations que les enseignants étaient sensibles aux difficultés qu'ils pouvaient constater chez leurs propres élèves à l'issue de l'évaluation initiale qu'ils avaient dû leur faire passer. Ce constat a été déterminant dans l'engagement des enseignants participant à l'expérimentation. Ils ont pris conscience de difficultés non perçues jusqu'alors car les tâches proposées couramment dans les exercices ou évaluations ne permettent pas de les faire émerger.

Il est important que les enseignants perçoivent aussi l'intérêt pour les élèves d'une meilleure compréhension de la numération au-delà du seul travail sur les entiers, pour l'apprentissage du calcul posé, du calcul mental et des grandeurs et mesures. De plus, ces connaissances s'approfondissent lors du travail sur les grands nombres et sur les nombres décimaux. Le principe décimal s'étend par prolongement des relations entre unités d'ordres supérieurs (avec cependant des noms d'unités s'appuyant sur certains ordres particuliers : milliers, millions, etc.) et dans l'autre sens sur les décimaux, pour ce qui concerne les relations entre unités/dixièmes, dixièmes/centièmes, etc.

### ***3.2. Concevoir ou s'approprier la logique d'une progression sur la numération prenant en compte un travail sur les relations entre unités.***

Lors de l'expérimentation 2, les enseignants ont eu une liberté totale dans l'utilisation de la ressource. Nous avons pu étudier comment ils se sont appuyés sur le canevas didactique proposé pour construire leur séquence. Nous avons alors pu observer ce qui suit : certains enseignants prennent plus ou moins de libertés avec le canevas didactique ; par exemple des enseignants suivent la chronologie générale mais « sautent » certains passages de la progression, d'autres « piochent » des exercices alternativement dans chaque situation principale sans prendre appui sur la logique de l'organisation didactique proposée dans la ressource. Tout se passe comme si, pour certains enseignants, la ressource était utilisée comme une banque d'exercices dans laquelle ils viennent « piocher » en fonction de leurs envies ou de leurs besoins.

Tous les enseignants n'utilisent ni la variante de dénombrement d'une collection partiellement groupée, ni les exercices de conversion[4] : il y a donc toute une partie de la ressource qui n'est pas utilisée. Ceci n'est pas sans lien avec le fait que ce sont des situations/exercices qui sont peu présents dans les manuels actuels (Tempier, 2010).

Pour prendre en compte l'intérêt du travail sur les relations entre unités (principe décimal) pour leurs élèves, les enseignants devront être amenés à modifier leur progression sur la numération en jouant sur certaines variables didactiques (notamment le nombre d'unités de chaque ordre) dans les situations de dénombrement ou de commandes mais aussi en introduisant un travail spécifique de conversion entre unités. La ressource semble constituer une aide sur le premier point. Pour le second, des apports de formation seront nécessaires pour amener les enseignants à s'approprier la tâche de conversion entre unités et l'intégrer à leur séquence. En effet,

[4] Conversions entre unités de numération, comme par exemple : 60 centaines = … milliers ou 3 milliers = … centaines.

l'expérimentation a montré que les élèves ont besoin de connaissances sur les relations entre unités avant d'aborder des situations de commandes de collections pour que les décompositions qu'ils utilisent s'appuient sur ces relations (dans 1234 il y a 12 centaines car 1 millier c'est 10 centaines). Si le travail sur les commandes vient trop tôt, le risque est que l'on ne cherche qu'un « découpage » adéquat de l'écriture chiffrée.

### 3.3. *Comprendre le rôle du matériel et des unités de numération pour en faire un usage adapté en classe*

Le troisième besoin de formation identifié est davantage lié aux mises en œuvre des situations de la ressource dans les classes. En effet, il est proposé dans la ressource d'utiliser :

- Un matériel de numération constitué de bûchettes en bois dont les groupements successifs se font : avec un élastique (1 dizaine), un sachet (1 centaine) et une boite (1 millier). Les entretiens avec les enseignants montrent que cela n'est pas une pratique courante pour des nombres au-delà du millier.
- Les unités de numération (Chambris, 2008) : pour décrire les groupements et pour faire des conversions d'unités. Les unités semblent actuellement principalement utilisées dans les manuels pour nommer les colonnes du tableau de numération.

Dans la ressource, les unités de numération sont utilisées à la fois dans la présentation des situations pour décrire les groupements (par exemple « 2 milliers de bûchettes, 8 centaines de bûchettes … »), dans les éléments de savoirs associés aux situations et dans les apports généraux pour l'enseignant où le choix de leur utilisation est justifié par comparaison avec les écritures chiffrées des puissances de 10 (1, 10, 1000, 1000, …) qui sont actuellement davantage utilisées dans les manuels (Chambris, 2008).

Lors des expérimentations 1 et 2, nous avons pu remarquer que les enseignants considèrent que le matériel constitue la plus grande nouveauté apportée par cette ressource. Notamment, la première variante de dénombrement d'une collection en vrac apparaît pour certains comme centrale dans le processus alors qu'elle vise surtout à poser le problème à l'étude et à constituer différents groupements qui seront utiles pour la suite de la séquence (pour les vérifications notamment). Il y a peu de savoirs mathématiques construits dans cette première variante.

Au cours de l'expérimentation 1, nous avons pu étudier l'utilisation faite par les enseignants des unités de numération (UN) dans les séances observées. Pour le dénombrement d'une collection totalement groupée (variante 2), nous avons pu constater une utilisation des UN par les enseignants pour décrire les rangs de l'écriture chiffrée (tableau de numération), conformément à ce qui est proposé dans la ressource. Mais pour les situations mettant en jeu le principe décimal (dénombrement d'une réunion de deux collections et situation de commande), plusieurs types de résistance à l'utilisation des UN sont apparus :

- rejet de l'utilisation des UN pour décrire les groupements;
- référence prégnante au matériel de numération quand les relations entre unités sont en jeu;
- absence d'utilisation des UN à l'écrit pour faire des conversions.

Le rejet d'utilisation des unités de numération pour décrire les groupements a été observé dans une seule classe, celle de Mme A. Malgré les propositions de la ressource, l'enseignante utilise les expressions "boites", "sachets", etc. pour décrire les groupements matériels. Elle utilise pourtant toujours les UN pour décrire les rangs de l'écriture chiffrée comme l'illustre cet extrait d'une séance (dénombrement, variante 3) où Mme A. revient sur la conversion de 12 centaines en 1 millier 2 centaines en lien avec la retenue de l'addition (nous avons souligné le vocabulaire relatif aux groupements ainsi que l'utilisation des UN) :

> Mme A. : huit plus quatre qu'est-ce qui se passe ici <u>dans les centaines</u> ?
> Un élève : douze
> Mme A. : on retrouve nos <u>douze sachets</u> sauf qu'est-ce qui se passe ?
> Un élève : on met une retenue.
> *L'enseignante finit d'écrire l'addition posée au tableau :*
> Mme A. : et bien voilà pourquoi on met une retenue parce qu'on va garder que <u>deux sachets</u> <u>pour les centaines</u> et qu'ici avec nos dix, ça va nous faire <u>une boite de mille</u> en plus. […] On comprend mieux maintenant la retenue : c'est <u>notre petite boite de mille</u> en plus.

On voit qu'il y a bien un vocabulaire pour parler des rangs (UN) et un autre pour les groupements ("boites", "sachets" …).

Le deuxième type de résistance, liée à une référence prégnante au matériel de numération quand les relations entre unités sont en jeu, a été observé dans des classes où les enseignants acceptent d'utiliser les unités de numération pour décrire les groupements, conformément aux propositions de la ressource. Dans ces classes, lorsqu'il y a plus de dix unités à certains ordres, l'enseignant fait une référence quasi systématique aux groupements matériels (réels ou dessinés). Ce phénomène peut se constater par exemple dans cet extrait de la mise en œuvre de la variante 3 de la situation de dénombrement dans la classe de Mme B. (nous soulignons les éléments du discours de Mme B. qui ramène vers le matériel). Un élève (Mar) vient dessiner la réunion des deux collections au tableau (boites, sachets, etc.). Mme B. demande à cet élève comment on peut trouver le résultat. Face à la difficulté liée à la prise en compte des 12 sachets dessinés au tableau, Mme B. demande à un autre élève (Jor) de l'aider « sans lui donner la bonne réponse, juste le mettre sur la voie » :

> Jor : en fait comme t'en as douze, ça fait plus de centaines […] Si t'as dix centaines, ça revient à quoi ?

> Mme B. : qu'est-ce que tu peux faire ? Si t'as dix pochettes, qu'est-ce que tu peux faire ?
> Mar : ah oui un millier. *L'élève dessine une nouvelle boite au tableau.*
> Mme B. : Les dix, tu vas les mettre dans une boite. Alors enlève-les maintenant, les dix que tu as mis dans la boite. Barre-les ou efface-les. Ah. […] Quand on a dix sachets, on peut les mettre dans une boite. Et là, le problème, c'est qu'on n'en avait pas dix, on en avait douze. Donc, dès que ça dépasse dix, on peut les mettre dans une boite de mille.

Alors que les élèves utilisent les UN à l'oral, l'enseignante reformule en ramenant au matériel et aux actions sur le matériel (mettre dix sachets dans une boite). Elle montre aussi le matériel qui est posé sur son bureau pour illustrer ce qu'elle dit. Cette prégnance du matériel pourrait être guidée par une volonté des enseignants d'aider les élèves les plus fragiles (comme Mar) pour lesquels ils anticipent les difficultés liées aux relations entre unités.

Enfin le troisième type de résistance, l'absence d'utilisation des UN à l'écrit pour faire des conversions, a été observé dans les quatre classes, même dans celles où, par moments, les unités de numération ont été utilisées à l'oral pour faire des conversions. En reprenant l'extrait de séance précédent, on voit par exemple que Mme B. raisonne sur le dessin des groupements au tableau sans jamais écrire la conversion suggérée par l'élève Mar (12 centaines = 1 millier 2 centaines). Un peu plus tard dans cette même séance, alors qu'un élève explique les relations entre unités qu'il a utilisées pour trouver le nombre total de bûchettes (« sept centaines et trois centaines ça fait dix »), l'enseignante n'écrit pas ces conversions mais continue de faire référence au matériel (« j'ai transformé mes sacs, je les ai mis dans une boite puisque j'en ai dix. »). Il aurait été possible ici, au contraire, d'utiliser l'écriture 7C + 3C = 10C = 1M, ce qui aurait permis à la fois de souligner le raisonnement utilisé par cette élève, d'en garder une trace et de permettre aux autres élèves de se l'approprier. L'utilisation d'une écriture abrégée des unités de numération (contrairement aux exemples proposés dans la ressource) pourrait faciliter leur utilisation pour les élèves.

Tout cela nous permet de penser qu'il y aurait besoin de travailler sur les unités de numération en formation pour en comprendre l'intérêt. Il faut pour cela faire la distinction entre ce qu'on appelle couramment les « groupements/échanges » et les relations entre unités. Le premier type d'activités se situe dans une problématique matérielle : grouper/dégrouper pour organiser une collection (grouper 12 sachets en 1 boite et 2 sachets) et le deuxième type, dans une problématique mathématique (convertir entre unités pour changer d'écriture : 3M 12C 5U = 4M 2C 5U) permettant de justifier la réalisation des groupements/échanges. Ce sont les relations entre unités qui ont un caractère général (que l'on utilise des bûchettes, de la monnaie, un boulier, ... on convertit toujours 10 dizaines en 1 centaine) alors que pour chacun de ces matériels on effectue des activités de groupements/échanges spécifiques (grouper dix paquets dans un sachet, échanger dix billets contre un billet, activer une boule de la colonne située à gauche, …). Pourtant, pour accéder aux relations entre unités on peut penser qu'il est important de s'appuyer sur de telles activités de groupements/échanges. Les résistances observées chez les enseignants pourraient témoigner d'un rapport empirique aux objets mathématiques comme cela a été observé chez des enseignants du secondaire par Job et Schneider (dans cet ouvrage). Un travail en formation pourrait consister à s'interroger sur le rôle des unités de numération pour amener les élèves à un travail sur les relations entre unités à partir d'activités de groupements et échanges.

### *3.4. Connaître les techniques pour décomposer/recomposer un nombre et les savoirs qui les justifient afin d'identifier les éléments à institutionnaliser en classe.*

Dans la version 1 de la ressource, une tentative a été faite de description des savoirs en jeu pour chaque situation. Voici les constats que nous avons pu faire dans les classes, sur la formulation des techniques permettant de traduire une écriture en unités en écriture chiffrée et réciproquement.

Pour la situation de dénombrement (passer d'une écriture en unités à l'écriture chiffrée), tout se passe comme si on avait affaire à deux techniques différentes : une technique quand on a moins de dix unités, une autre quand on en a plus. Le tableau de numération est seulement utilisé dans le cas où il y a moins de dix unités à tous les ordres d'unités donc quand c'est le principe de position qui est en jeu.

Pour la situation de commande (passer d'une écriture chiffrée à une écriture en unités), nous avons constaté une absence de formulation de technique dans toutes les classes. Plus précisément, lors des phases collectives de conclusion, nous n'avons vu que des vérifications des commandes proposées par les élèves, c'est-à-dire un travail qui s'est toujours réalisé de l'écriture en unités vers l'écriture chiffrée et très rarement dans l'autre sens, celui visé par la situation de commande.

En formation des enseignants, il nous semble important de rendre explicite, en appui sur la situation de dénombrement, les techniques de traduction d'une écriture en unités en écriture chiffrée (et réciproquement) en lien avec les savoirs mathématiques qui les justifient. Pour traduire une écriture en unités en écriture chiffrée par la technique dite « de position » il faut tenir compte de trois conditions :

- respect du rang de chaque unité dans l'écriture en chiffres ;
- présence de chaque unité (jusqu'à l'unité de plus grand ordre) dans l'écriture en chiffres ;
- présence de nombres à un seul chiffre à chaque rang de l'écriture en chiffres (afin d'assurer l'unicité de l'écriture en chiffres d'un nombre).

La deuxième technique à expliciter, en appui sur la situation de commande, est la technique de décomposition (une écriture en unités en écriture chiffrée → écriture en unités). Elle est justifiée en appui sur le principe de position mais aussi sur les relations entre unités. Elle consiste à faire un « découpage » (troncature) approprié de l'écriture chiffrée. Par exemple 1234 = 12C 34U. Le nombre de centaines s'obtient directement à partir de l'écriture chiffrée en considérant le rang des centaines comme nouvelle référence (et non le rang des unités simples) : on obtient 12 centaines. On peut lire les unités simples restantes en reprenant le rang des unités simples comme référence et en considérant le nombre qui reste : 34 unités. La formulation est complexe. Un travail en formation, peut aussi consister à rechercher des formulations plus adaptées.

## Conclusion

L'objectif de ce texte était d'identifier des besoins de formation des enseignants sur la numération des nombres supérieurs à mille à l'école primaire. L'ingénierie didactique pour le développement d'une ressource permet d'identifier de tels besoins car certaines résistances rencontrées dans la mise en œuvre de situations semblent difficiles à dépasser spontanément. Par exemple, concernant les relations entre unités qui sont un nœud de notre travail, nous avons montré des besoins de formation : pour comprendre l'enjeu de ce travail dans la compréhension de la numération ; pour comprendre comment ces relations entre unités interviennent dans les situations de dénombrement et de commande par un jeu sur l'organisation de la collection ; pour formuler ces relations entre unités (avec les unités de numération) et les institutionnaliser dans les mises en œuvre des séances.

Ce travail nous a aussi amené à mieux comprendre les attentes des enseignants sur la numération. Il apparaît notamment une forte sensibilité des enseignants aux difficultés des élèves mais aussi à l'utilisation d'un matériel de numération. Ces deux points pourraient ne pas être indépendants : les enseignants utilisent le matériel dans le but d'aider les élèves à surmonter leurs difficultés, dans une logique de réussite immédiate (Butlen, Pezard & Masselot, 2004). Cela pourrait être un point d'appui important pour la formation : on peut considérer ces questions comme des « portes d'entrée possibles » sur le terrain des pratiques professionnelles des enseignants « pouvant servir de base à la discussion et au déclenchement d'une réflexion mathématique ancrée dans la pratique » (Bednarz & Proulx, 2010, p. 23). La prise en compte du lien entre l'utilisation du matériel (activités de groupements/échanges) et le travail sur les relations entre unités est une question essentielle pour la formation.

Les besoins identifiés ont émergé dans le contexte des expérimentations de l'ingénierie didactique, mais ils ont une portée qui dépasse le cadre de cette ressource. Et il y aurait aussi d'autres besoins à étudier concernant des aspects moins développés dans cette ressource (aspect ordinal du nombre, lien entre numération écrite et numération parlée, etc.). De plus, se pose la question de l'adaptation des besoins identifiés aux enseignants débutants. Les choix effectués pour cette ressource ayant été fait pour des enseignants expérimentés, sont-ils adaptés également pour des novices ? Existe-t-il des besoins de formation plus spécifiques pour ce public ?

Les cadres théoriques utilisés dans cette ingénierie didactique - la Théorie des Situations Didactiques et la théorie anthropologique du didactique - ont eu une influence essentielle sur l'identification des besoins de formation. Ceux-ci concernent, en effet, la compréhension des enjeux mathématiques et didactiques en lien avec les situations proposées et les variables didactiques associées, une certaine vigilance vis-à-vis de la constitution et de l’utilisation d’un milieu adapté (matériel de numération, unités de numération) pour la dévolution et la régulation, et enfin l’identification des savoirs mathématiques à formuler et à institutionnaliser.

Tout cela constitue des points d’appui pour la formation des enseignants, sans toutefois donner les clés de leur appropriation par les enseignants en formation. À ce stade de notre travail, la diffusion à des formateurs laisserait à leur charge une grande partie de l’organisation de la formation : mise en place de scénarios de formation, présentation de la ressource aux enseignants, etc. Il existe des scénarios « classiques » de formation initiale ou continue des enseignants visant à mieux comprendre les enjeux de la numération par des activités dans d’autres systèmes de numération (additifs ou hybrides) ou dans des systèmes positionnels non décimaux. Un exemple est développé dans Thanheiser (2015). Même s’ils permettent de faire évoluer les conceptions des enseignants sur la numération, la question de leur influence sur les pratiques professionnelles des enseignants reste posée. Le cadre d’analyse des situations de formation proposé par la COPIRELEM (Braconne-Michoux dans cet ouvrage; Mangiante et *al.*, à paraître;) nous semble fournir une piste intéressante pour enrichir ce type de situations de formation puisqu’il est prévu différents niveaux d’exploitation possibles ne se limitant pas à une analyse de l’activité mathématique mais envisageant des analyses didactiques et pédagogiques plus ou moins décontextualisés et amenant les formés à investir différentes postures vis-à-vis des savoirs en jeu.

Une perspective pour la poursuite de la conception de cette ressource pourrait être de l’enrichir en prévoyant deux niveaux d’utilisation, pour les enseignants et pour les formateurs ; ce qui amènerait à poursuivre les expérimentations par des ingénieries de formation. Cela amènerait aussi à réfléchir à une articulation entre situations de formation et situations d’enseignement de la numération présentées dans la ressource. Enfin cela permettrait plus généralement de questionner l’usage d’une ressource d’enseignement dans la formation des enseignants, que la formation soit initiale ou continue.

## Références bibliographiques

Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N,* 33, 5-31

Bednarz, N. & Proulx, J. (2010). Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques : Exploration de mathématiques enracinées dans leurs pratiques. *Éducation et Formation*. *e-293*, 21-36.

Braconne-Michoux, A (2017). Une ressource pour le développement des compétences professionnelles : le manuel. Un exemple d'exploitation en formation initiale. Dans A. Braconne-Michoux, P. Gibel & I. Oliveira (coord.), *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants*. (pp. 169-193). Québec : CRIRES.

Brissiaud, R. (2005). Comprendre la numération décimale : les deux formes de verbalisme qui donnent l'illusion de cette compréhension. *Rééducation Orthophonique*, 223, 225-238.

Brousseau, G. (1995). Les mathématiques à l'école. *Bulletin de l'APMEP*, 400, 831-850.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Butlen D., Pezard M. & Masselot P. (2004). *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Dans M.L. Peltier (dir). Grenoble : Éditions La Pensée Sauvage.

Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels.* Thèse de l'Université Paris Diderot, Laboratoire de didactique André Revuz.

Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89, 39-70.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Deblois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches En Didactique Des Mathématiques* 16(1), 71-128.

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J., Human, P., Murray, H., Olivier, A., Carpenter, T. P. & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 130-162.

Ma, L. (1999) *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Mahwah, New Jersey (USA): Lawrence Erlbaum Associates.

Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. & Winder, C. (à paraître). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque de l'Association pour la Recherche en Didactique Comparée (ARCD) de 2016 à Toulouse*.

Perrin-Glorian, M.J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. Dans C. Margolinas et *al.* (éds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p.57-78). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Perrin-Glorian, M.J. & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires, *Recherches en didactique des mathématiques* 23(2), 217-276.

Ruthven, K., Leach, J., Laborde, C. & Tiberghien, A. (2009). Design Tools in Didactical Research: Instrumenting the Epistemological and Cognitive Aspects of the Design of Teaching Sequences. *Educational Researcher*, 38(5), 329-342.

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N,* 86, 59-90.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource.* Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris 7.

Thanheiser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 251–281.

Thanheiser, E. (2015). Developing prospective teachers' conceptions with well-designed tasks: explaining successes and analyzing conceptual difficulties. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(2), 141-172.

# Chapitre 8

## Usages de logiciels à l'école maternelle : travail documentaire et connaissances professionnelles des enseignants

***Lætitia Bueno-Ravel***
*CREAD (EA 3875), Université de Brest (UBO)*
[laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr](mailto:laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr)

### Introduction

Le thème des ressources pour l'enseignement des mathématiques fait l'objet, depuis une petite dizaine d'années, de nombreux travaux de recherche, tant au niveau international que français (Adler, 2000 ; Gueudet & Trouche, 2010 ; Pepin, Gueudet & Trouche, 2013 ; Remillard, 2010). Ceci peut s'expliquer par l'essor récent de l'offre de ressources mises à disposition des enseignants dans la plupart des pays développés. Comme le soulignent Bueno-Ravel et Gueudet (2015), ce foisonnement de ressources touche maintenant l'enseignement des mathématiques au primaire après avoir touché, dans un premier temps, le secondaire et est soutenu par le nombre croissant de ressources disponibles en ligne. Ce foisonnement renouvelle l'intérêt porté aux questions liées aux ressources. Le schéma ci-dessous, proposé par Bueno-Ravel et Gueudet (2015), montre que ce champ des ressources ouvre de nombreuses questions de recherche : des questions autour de la conception des ressources, autour des usages de ces ressources par des enseignants, autour du développement professionnel en lien avec l'usage de ces ressources et autour des apprentissages des élèves.

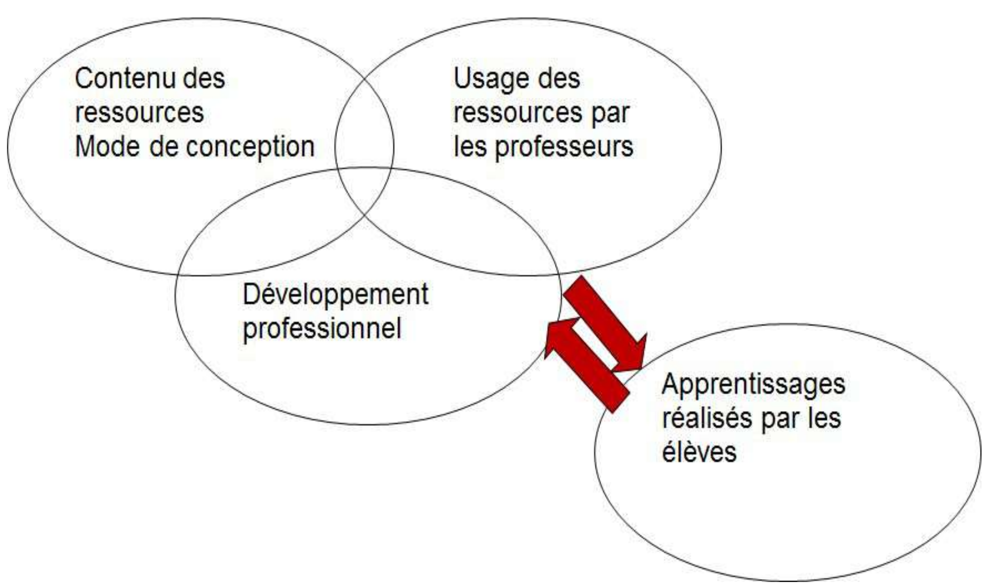



**Figure 1 : Divers types de questionnements sur les ressources.**

Dans ce texte, nous allons traiter principalement de la question des usages par des enseignants de maternelle (élèves de 3 à 6 ans) de ressources numériques (logiciels) pour l'enseignement des mathématiques. Nous considérons cependant ces ressources numériques dans une perspective élargie, comme des éléments d'un ensemble de ressources à disposition des enseignants et nous étudions plus spécifiquement les questions suivantes : comment un enseignant s'approprie-t-il une ressource, en l'associant à celles qu'il utilise déjà ? Quelles modifications de la ressource fait-il au cours de cette appropriation ? Quels sont les facteurs permettant d'expliquer ces modifications ? Chaque fois que possible, nous articulons ce processus d'appropriation d'une ressources avec l'évolution des connaissances professionnelles des enseignants.

Nous abordons ces questions dans le cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2009 ; 2010) que nous présentons dans la partie suivante.

## 1. L'approche documentaire du didactique

L'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2009 ; 2010) théorise les interactions entre ressources et enseignants. Dans ce cadre, le terme *ressource* est pris au sens d'Adler (2000) comme tout ce qui est susceptible de ressourcer la pratique des enseignants :

> Le sens que l'on attribue communément à ce mot [ressource] dans et pour l'éducation, est celui de ressources matérielles […]. Il est possible aussi de penser les ressources comme une forme du verbe *re-sourcer* : nourrir à nouveau, ou différemment. (p. 25)

Un manuel, des productions d'élèves, des discussions entre collègues, etc. sont donc des ressources au sens d'Adler. Le travail documentaire de l'enseignant va consister à « chercher des ressources, en choisir certaines, en rejeter d'autres, les modifier, les associer, les mettre en œuvre en classe, les réviser, etc. » (Bueno-Ravel & Gueudet, 2015, p. 3). Ce travail documentaire, s'effectuant à la fois hors classe et en classe, est central dans l'activité de l'enseignant. Ainsi, au cours d'interactions avec un ensemble de ressources, l'enseignant développe, pour une classe de situations d'activité professionnelle données (Rabardel, 1995), un document, comme le montre la figure 2 ci-dessous, extraite de Poisard, Bueno-Ravel et Gueudet (2011, p. 158) :

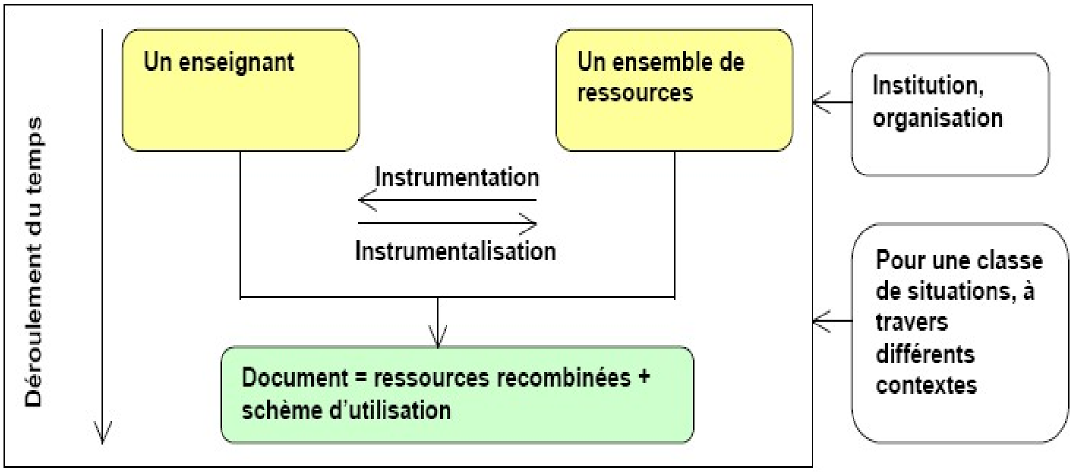



**Figure 2 : Représentation schématique de la genèse d'un document.**

Dans le cadre de l'approche documentaire du didactique, un document comporte donc un ensemble de ressources combinées entre elles ainsi qu'un schème d'utilisation de ces ressources au sens de Vergnaud (1996). A la suite de Poisard, Bueno-Ravel et Gueudet (2011), nous considérons que les invariants opératoires de ces schèmes sont les connaissances professionnelles des enseignants. Ces connaissances professionnelles, en lien avec l'enseignement d'un contenu mathématique, peuvent être didactiques ou mathématiques.

La figure 2 montre également que le processus de genèse documentaire comporte un double mouvement. D'une part, un mouvement d'instrumentalisation lorsque le sujet met les ressources à sa main, en fonction de ses connaissances professionnelles, son contexte d'enseignement, etc. et d'autre part, un mouvement d'instrumentation, lorsque les caractéristiques de l'ensemble des ressources façonnent l'activité de l'enseignant et ses connaissances professionnelles. Ce processus n'est pas figé, nous le verrons par la suite, car les documents produits se constituent, pour l'enseignant, en nouvelles ressources.

Par ailleurs, comme le soulignent Poisard, Bueno-Ravel et Gueudet (2011), ces genèses documentaires sont porteuses d'évolutions des connaissances professionnelles. En effet, les différents documents construits par les enseignants ne se constituent pas de façons isolées mais sont organisés en un système de documents (Gueudet & Trouche, 2010) comportant des ressources et des connaissances professionnelles. D'autres recherches ont montré que les interactions entre un enseignant et des ressources sont en lien avec son développement professionnel (Clark-Wilson, 2010; Remillard, 2010).

Pour reprendre notre questionnement initial dans le cadre de l'approche documentaire du didactique, nous allons donc analyser les genèses documentaires d'une ressource par un enseignant en identifiant des processus d'instrumentation et d'instrumentalisation. Nous étudions ces processus de genèses sur un temps long ce qui nous permet d'observer des stabilités et des régularités dans l'usage des ressources par un enseignant. Nous inférons de ces régularités des invariants opératoires de schème d'usage d'une ressource en terme de connaissances professionnelles.

## 2. Méthodologie

Dans ce texte, nous analysons les usages par des enseignants de maternelle (élèves de 3 à 6 ans) de ressources numériques pour l'enseignement des mathématiques, ressources construites par le groupe de recherche MARENE[1]. Les principes d'apprentissages sous-jacents à la sélection et l'élaboration des ressources par le groupe MARENE reposent sur la prise en compte de l'importance de la manipulation concrète d'objets tangibles par l'élève pour la conceptualisation mathématique. Ainsi, les logiciels conçus au sein de MARENE sont associés à du matériel manipulable par les élèves. (voir partie suivante, « deux situations et ressources associées »).

Comme dans le travail de Tempier (2013), ce groupe associe des universitaires (professeurs et formateurs) et des enseignants. Les enseignants du groupe participent à la conception des logiciels avec les universitaires (enseignants-chercheurs en didactique des mathématiques ou formateurs à temps plein). Ils mettent ensuite en œuvre dans leur classe des séquences utilisant les logiciels conçus et rendent compte de façon mensuelle à l'ensemble du groupe de ces mises en œuvre. Ils produisent des descriptions de ces séquences à des fins de diffusion auprès d'autres enseignants, soit par le biais de la formation continue, soit de façon individuelle (visite du site web du groupe). Les universitaires n'interviennent ni dans les choix de modification des ressources faits par les enseignants ni dans ceux de mise en œuvre adaptée au contexte de la classe.

Chaque fois que cela est possible, des universitaires filment les séances en classe et conduisent avec l'enseignant un entretien post-séance. Par ailleurs, les universitaires font passer aux enseignants un entretien initial portant sur leur travail documentaire pour l'enseignement des mathématiques. Depuis 2012, une auto-confrontation filmée est conduite avec l'enseignant après la mise en œuvre d'une séquence afin de lui faire verbaliser son action et identifier les connaissances professionnelles mobilisées. Ainsi, nous disposons des données suivantes pour mener nos analyses : des comptes rendus de chaque réunion du groupe, des vidéos de certaines séances, des fiches de préparation et notes des enseignants pour chacune de leurs séquences, des travaux d'élèves (lorsque cela est possible), des ressources produites par les enseignants, des entretiens initiaux ainsi que des entretiens d'auto-confrontation. Ces données sont analysées selon trois dimensions (Besnier & Bueno-Ravel, 2014) : la dimension ressource (en portant attention aux articulations entre ressources numériques et ressources tangibles), la dimension genèse documentaire (identification

[1] MARENE (Mallette de Ressources pour le Numérique à l'École) : http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201 Le groupe MARENE fait partie d'un projet (sept. 2011 – juil. 2014) français « mallette de ressources mathématiques pour l'école, cycle 1 – cycle 2 » soutenu par la DGESCO (Direction Générale de l'Enseignement SCOlaire) et associant l'IFé (Institut Français de l'Education), la COPIRELEM (Commission Permanente des Irem sur l'Enseignement ELEMentaire et le CREAD (Centre de Recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique EA n°3875).

de mouvements d'instrumentation et d'instrumentalisation en s'appuyant sur des régularités dans les choix des enseignants) et la dimension connaissance professionnelle.

Nous décrivons maintenant deux ressources conçues par le groupe MARENE : les ressources associées à la situation *Voitures et Garages* (notée V&G par la suite) et celles associées à la situation *Train des Lapins* (notée TdL par la suite). Puis nous analysons l'usage fait par Mia, enseignante de maternelle expérimentée participant au groupe MARENE, de ces ressources sur plusieurs années. Enfin, nous concluons en ouvrant notre propos sur la question de la diffusion de ces ressources issues de la recherche en formation initiale et continue des professeurs d'école en France.

## 3. Deux situations et ressources associées

Le groupe MARENE a choisi de développer deux logiciels s'appuyant sur des situations à fort potentiel adidactique issues de la recherche et connues des professeurs afin de favoriser leur utilisation. Le logiciel *Train des Lapins* (TdL) est le fruit d'une adaptation de la situation et du logiciel *le train des signes*, élaborés par le COREM[2]. Le logiciel *Voitures et Garages* (V&G) s'appuie sur la situation *le bus*, proposée par l'équipe ERMEL[3] dans le manuel ERMEL GS.

Ces deux situations sont des situations d'apprentissage auto-validantes. Les adaptations proposées par MARENE s'appuient sur des pratiques de formation de l'ESPE[4] de Bretagne (école universitaire de formation des enseignants à un niveau master). Les formateurs de cette ESPE proposent, en formation initiale et continue, un cadre pour adapter les situations d'apprentissages des manuels. Ce cadre concerne essentiellement le dispositif de mise en œuvre de ce type de situations auto-validantes et le structure en quatre phases :

- Phase 1 : phase d'évaluation diagnostique permettant à l'enseignant de repérer les procédures des élèves face au problème posé. Cela lui permet d'identifier les élèves qui auront besoin d'un soutien spécifique de sa part.
- Phase 2 : phase d'appropriation de la tâche au cours de laquelle la situation est présentée, sans problème, afin que les élèves comprennent la tâche proposée, le rôle du matériel éventuel, etc.
- Phase 3 : phase d'apprentissage au cours de laquelle les élèves se trouvent confrontés au problème.
- Phase 4 : phase d'institutionnalisation afin d'identifier le savoir appris.

Les deux logiciels conçus sont structurés suivant les phases 2 et 3 du dispositif décrit ci-dessus. Est d'abord proposée une série d'écrans permettant une appropriation de la tâche (phase 2) puis

[2] Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques du groupe scolaire Jules Michelet à Talence, associé à l'IREM de Bordeaux.
[3] Équipe de didactique des mathématiques associée à l'Ifé, produisant la série des ouvrages ERMEL, apprentissages numériques et résolution de problèmes, de la grande section de maternelle (élèves de 5-6 ans) au CM2 (élèves de 10-11).
[4] École Supérieure du Professorat et de l'Éducation.

une nouvelle série d'écrans présentant la tâche avec obstacle (phase 3). Ces logiciels intègrent également des résultats d'une précédente recherche (Bueno-Ravel & Gueudet, 2009) qui a identifié les fonctionnalités d'une ressource numérique permettant de favoriser son intégration dans les pratiques d'un enseignant :

- permettre aux élèves de faire de nombreux essais ;
- prendre en charge la validation des réponses des élèves (qui peuvent ainsi travailler en relative autonomie sur ordinateur) ;
- offrir à l'enseignant la possibilité de personnaliser le parcours des élèves en paramétrant certains éléments du logiciel ;
- permettre à l'enseignant d'avoir accès aux résultats des élèves.

Par ailleurs, le matériel manipulable associé à chaque logiciel a été adapté pour reprendre la charte graphique de celui-ci.

Chacune des situations travaillées par MARENE comporte donc l'ensemble de ressources suivant : un logiciel, du matériel manipulable à fabriquer, une proposition de mise en œuvre de la situation articulant matériel et logiciel, un tutoriel du logiciel, un document expliquant comment démarrer le logiciel, un ensemble de fiches-élèves à imprimer, des propositions d'organisation de la classe selon l'équipement informatique disponible. Nous allons maintenant présenter rapidement chaque situation et les ressources qui lui sont associées.

### *3.1. La situation Voitures et Garages et ressources associées*

Cette situation permet de travailler le nombre comme mémoire de la quantité et peut être utilisée dès la fin de la moyenne section de maternelle (élèves de 4 ans). Les élèves ont à leur disposition un lot de garages et doivent aller chercher, dans un endroit éloigné, en un seul trajet, juste ce qu'il faut de voitures pour que chaque garage contienne une voiture et une seule et qu'il ne reste pas de garage sans voiture.


**Figure 3 : copie de l'écran du maître permettant de paramétrer le logiciel V&G.**

**Figure 4 : le matériel V&G.**

Pour la situation papier-crayon ou le logiciel, le professeur peut choisir le nombre de garages qu'il propose aux élèves ainsi que la disposition des garages car une disposition en ligne facilite l'énumération des garages contrairement à une disposition « en vrac » (voir figure 3). Le matériel est constitué de boites d'allumettes dont l'enveloppe constitue le garage et le tiroir la voiture (voir figure 4) afin de faciliter la validation.

### *3.2. La situation Train des Lapins et ressources associées*

Cette situation permet de travailler le nombre comme mémoire de la position ou du rang et peut être utilisée dès la grande section de maternelle (GS, élèves de 5 ans). Les élèves ont à leur disposition deux trains, éloignés l'un de l'autre : un train de référence et un train personnel de travail. Un lapin est placé par l'enseignant dans un des wagons du train de référence. La tâche des élèves consiste à placer sur leur train personnel un lapin dans le même wagon que celui du train de référence. La validation se fait en positionnant les deux trains l'un sous l'autre pour vérifier si les deux lapins sont bien dans le même wagon (voir figure 5).

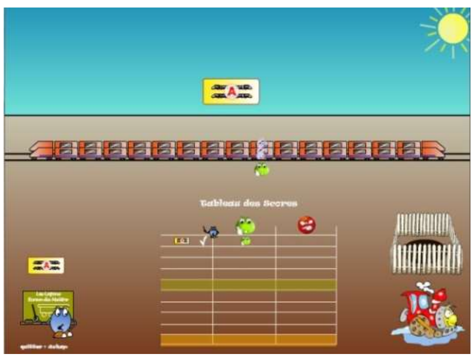


**Figure 5 : copie de l'écran de validation avec le tableau des scores, logiciel TdL.**

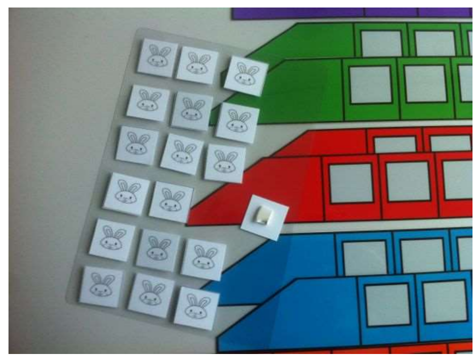


**Figure 6 : le matériel TdL.**

Pour la situation papier-crayon ou le logiciel, l'enseignant peut choisir le numéro du wagon dans lequel il positionne le lapin (plus ou moins près des locomotives), le nombre de lapins à placer dans le train (jusqu'à 3 lapins). Dans le cas du logiciel, il peut également choisir le nombre de wagons du train (au minimum 6 wagons). Le matériel est constitué de plusieurs lots de deux trains plastifiés d'une même couleur et d'étiquettes lapins repositionnables (voir figure 6).

## 4. Présentation des résultats expérimentaux : usages faits par Mia des ressources du groupe MARENE

Pour ce texte, nous allons nous centrer sur les usages faits par Mia des logiciels le *Train des Lapins* (TdL) et *Voitures et Garages* (V&G). Mia est une enseignante expérimentée qui est membre du groupe MARENE depuis sa création en septembre 2011. Elle a testé la première version du logiciel TdL, a participé aux demandes de modifications du logiciel qui ont abouti à la version finale disponible en ligne et a rédigé une partie des ressources associées[5] à ce logiciel. Elle a également

[5] Page proposant l'ensemble des ressources associées aux situations *Train des Lapins* et *Voitures et Garages* : http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=607

participé à l'élaboration du cahier des charges préalable à la conception du logiciel V&G ainsi qu'aux demandes de modifications du logiciel après l'avoir testé en classe, et qui ont abouti à la version actuellement disponible également en ligne.

Mia était volontaire pour ce travail car elle souhaitait s'engager dans l'utilisation des nouvelles technologies en mathématiques et elle recherchait de nouvelles situations lui permettant d'enrichir son enseignement des mathématiques. De 2011 à 2014, le contexte d'exercice de Mia a varié, tout en restant dans la même école maternelle (figure 6). Comme Mia a une classe de TPS/PS (élèves de 2 à 3 ans) à partir de 2012-2013, elle accueille pendant une partie de l'après-midi des élèves de MS (4-5 ans) ou de GS (5-6 ans) venant d'autres classes pendant la sieste de ses élèves de TPS/PS. Ce dispositif est classique en France, il est appelé décloisonnement.

<table>
<tr><th>Année</th><th>Niveau de classe</th><th>Logiciels utilisés</th><th>Équipement informatique</th></tr>
<tr><td>2011-2012</td><td>PS/GS</td><td>TdL</td><td>1 ordinateur fixe MAC dans la classe.<br>Emprunt de 2 ordinateurs possible.<br>Pas de vidéo projecteur.</td></tr>
<tr><td>2012-2013</td><td>TPS/PS<br>12 GS puis 6 MS en décloisonnement</td><td>V&G avec les MS<br>TdL avec les GS</td><td rowspan="2">1 ordinateur fixe MAC dans la classe, celui de MIA.<br>2 ordinateurs fixes PC.<br>Pas de vidéo projecteur.</td></tr>
<tr><td>2013-2014</td><td>TPS/PS<br>Décloisonnement avec 6 MS et 3 GS ou 6 GS et 3 MS</td><td>V&G avec les MS<br>TdL avec les GS</td></tr>
</table>

**Figure 6 : Contexte d'exercice de Mia de 2011-2012 à 2013-2014.**

### *4.1. Un exemple de processus d'instrumentation : conception de ressources par Mia*

Depuis le début de sa participation au groupe MARENE, Mia a créé de nouvelles ressources, complétant celles proposées initialement. Dans le cas du logiciel V&G, elle a conçu du matériel aimanté pour tableau noir associé à la situation V&G.

Gueudet, Bueno-Ravel et Poisard (2014) ont montré l'importance accordée par Mia, à la verbalisation par les élèves pour l'apprentissage des mathématiques. Dans le document « Organiser sa classe selon le nombre de postes informatiques disponibles », Mia souligne qu'avec une utilisation du vidéo projecteur pour l'institutionnalisation, l'enseignant doit être vigilant à la verbalisation par les élèves de ce qui se passe sur l'écran, en lien avec les manipulations faites sur l'ordinateur. Elle précise que « *Si ces précautions ne sont pas prises, seul le résultat final (chaque garage a une voiture sans voiture « en trop* ») *apparaît aux yeux du groupe. On perd la stratégie mise en œuvre par l'élève.* ». Or Mia ne dispose pas de vidéo projecteur, ni de tableau numérique interactif dans sa classe. Ainsi, en 2011-2012, pour la situation TdL, les interactions collectives se déroulent autour de l'ordinateur de la classe, les vingt élèves de GS étant regroupés sur des bancs et des tables, comme le montre la figure 7. Elle utilise également le lot de trains plastifiés qu'elle accroche au tableau.

**Figure 7 : 2011-2012, Mia introduit le logiciel en classe entière.**

En 2012-2013, pour la situation V&G, Mia crée des étiquettes plastifiées représentant les garages et les voitures à partir de capture d'écran du logiciel. Cela lui permet de faire de façon visible par tous, des mises en commun des procédures que les élèves utilisent sur le logiciel sans les regrouper devant l'écran d'un ordinateur (voir figure 8). En 2013-2014, cette ressource est réutilisée et transformée afin de reconstituer le plus fidèlement possible l'interface du logiciel au tableau (voir figure 8, à droite). On observe ici un processus d'instrumentation car les caractéristiques de la ressource élaborée par Mia sont influencées par l'ergonomie du logiciel, organisé en trois zones distinctes : la zone des garages, la zone des voitures, la zone des voitures à garer dans les garages. En 2012-2013, seules deux zones étaient montrées au tableau : la zone des garages et la zone des voitures. Une feuille rouge de format A3 permettait soit de cacher la zone des voitures soit de cacher celle des garages. En 2013-2014, Mia rajoute à ces deux zones la zone des voitures à garer, en bas du tableau. Cela permet notamment à l'élève au tableau de poser les étiquettes aimantées de voitures avant de les « garer » mais aussi aux autres élèves de la classe de vérifier facilement le nombre d'étiquettes de voitures à garer prises par l'élève au tableau et d'anticiper sur la validité de la solution proposée.

Cette transformation est justifiée par Mia lors d'un entretien : « *Je voulais me rapprocher encore plus du logiciel, je trouvais qu'ils ne s'en étaient pas toujours bien servi du logiciel, je ne voulais pas changer encore.* »

**Figure 8 : Etiquettes associées à la situation V&G (2012-2013 à gauche et 2013-2014 à droite)**

Besnier et Bueno-Ravel (2014) ont montré que la conception de cette ressource est associée aux connaissances didactiques de Mia, à savoir, la nécessité de disposer de supports permettant la verbalisation pour mener des mises en commun. Par ailleurs, les connaissances de Mia sur les difficultés des élèves de MS à reconnaître une même situation lorsque le matériel varie, même légèrement, l'incitent à se rapprocher de l'ergonomie du logiciel et de sa charte graphique.

L'ergonomie du logiciel V&G a également influencé la conception par Mia de fiches d'exercices papier associée à la situation V&G. En 2012-2013, elle a construit une fiche pour la situation V&G et fait évoluer cette fiche en 2013-2014 (voir figure 9).

**Figure 9 : fiches associées à la situation V&G (2012-2013 à gauche et 2013-2014 à droite).**

Dans la fiche de 2013-2014, on trouve la zone des voitures à garer qui n'apparaissait pas dans la fiche de 2012-2013. Cette zone est importante d'un point de vue mathématique, car c'est dans celle-ci que l'on dépose le nombre de voitures à garer, nombre devant correspondre au nombre de garages. Poser les voitures dans cette zone peut permettre de se questionner sur la validité de la réponse avant de les garer une à une.

Notons également que les fiches V&G permettent à Mia de disposer de fiches donnant à voir, aux parents notamment, le travail des élèves, dans le cadre de l'évaluation de leurs compétences en mathématiques. En effet, Mia dispose, pour elle, d'une grille détaillée d'évaluation des élèves dans laquelle elle indique les procédures qu'ils utilisent ainsi que les types d'erreurs qu'ils font. La stabilité de cette pratique de création de fiches (processus d'instrumentalisation) s'explique par les connaissances professionnelles de Mia. Nous pouvons supposer que Mia sait qu'il est important de donner à voir le travail des élèves pour accompagner leur livret de compétences qui est régulièrement montré aux parents et cela ne peut se faire que par le biais de fiches d'évaluation papier. Les fiches conçues par Mia ont été intégrées aux ressources proposées par le groupe MARENE.

### 4.2. Un exemple de processus d'instrumentalisation : Modification du logiciel V&G

Pour correspondre au mieux à la version papier-crayon de la situation TdL, le logiciel TdL possède une icône permettant aux élèves de revoir le train modèle dans lequel est positionné un lapin et dont la présence à l'écran est paramétrable par l'enseignant. Quand un élève active cette icône, son train de travail disparaît de l'écran et le train modèle réapparaît, plus petit, dans un cadre en bas de l'écran. Cette fonctionnalité est la traduction informatique de la possibilité laissée à l'élève de faire autant d'allers et retours entre son train modèle et son train de travail dans la situation papier-crayon. En testant le logiciel TdL en 2011-2012, Mia a appelé cette icône « gros yeux » et a appris à ses élèves à l'utiliser.

Lors de la conception du logiciel V&G, suivant le cahier des charges élaboré essentiellement par les universitaires, une telle icône « gros yeux » n'avait pas été implémentée. En effet, dans la situation papier-crayon, l'élève ne peut faire qu'un seul trajet pour aller chercher le bon nombre de voitures à garer. Or, après avoir testé en 2012-2013 le logiciel V&G sans les « gros yeux », Mia a demandé que cette icône[6] soit rajoutée pour 2013-2014. On observe ici un processus d'instrumentalisation. En effet, en s'appropriant le logiciel TdL en 2011-2012, Mia a développé des connaissances professionnelles didactiques sur l'utilisation des « gros yeux » par les élèves. Dans le cas du logiciel TdL, cette touche permet aux élèves qui passent trop vite à la recherche du wagon sur le train de travail de revenir au train modèle, sans que les deux trains ne soient visibles simultanément (ce qui enlèverait tout obstacle à la tâche) et donc leur permet de ne pas rester bloqués et d'obtenir des taux de réussite suffisamment motivants pour poursuivre leur travail en relative autonomie sur l'ordinateur. Comme Mia utilise également le logiciel V&G pour mettre les élèves au travail en relative autonomie sur ordinateur, elle s'est appuyée sur ses connaissances de gestion de la différenciation en classe avec l'ordinateur pour justifier la nécessité d'avoir les « gros yeux » dans le logiciel V&G. Or, dans le logiciel V&G, lorsque l'icône « gros yeux » est activée par les élèves, ceux-ci voient, en même temps, les garages et les voitures. Avec les « gros yeux » activés, la tâche mathématique n'est donc plus problématique, les élèves n'ayant plus à anticiper le

[6] Dans le cas de V&G, cette icône peut permettre de revoir les garages quand les voitures sont présentes à l'écran.

dénombrement des garages avant leur disparition. Il nous semble ici que les connaissances didactiques que Mia avait en 2012-2013 de la situation V&G n'étaient pas suffisantes, comparées à celles liées à la gestion de la différenciation, pour lui faire percevoir le problème posé par la présence des « gros yeux » dans le logiciel V&G.

Finalement, Mia a testé le logiciel V&G avec les « gros yeux » en 2013-2014 et la gestion de l'utilisation de cette icône par les élèves a été didactiquement problématique pour elle. L'extrait d'entretien (annexe 2) montre qu'elle a identifié que la présence des « gros yeux » conduit les élèves à détourner la tâche mathématique qui leur est proposée, à savoir *comment faire pour qu'on voit les deux (les garages et les voitures) au lieu de comment faire pour se passer de voir les deux*. Il s'agit là d'un détournement d'usage classique chez les élèves (processus d'instrumentalisation pour les élèves en interaction avec le logiciel) que Mia n'avait pas anticipé. Suite à cette mise en œuvre, Mia s'interroge sur la façon d'accompagner les usages des aides proposées par le logiciel ; elle développe des connaissances professionnelles sur la manière de gérer les genèses instrumentales des élèves (Guin & Trouche, 2002 ; Trouche, 2004) quand une ressource numérique est utilisée. La prochaine version du logiciel V&G devrait rendre la présence de l'icône « gros yeux » paramétrable par le professeur[7].

## 5. Discussion et perspectives pour la formation des enseignants

Dans cette contribution, nous avons développé l'analyse d'une étude de cas portant sur l'usage par un enseignant, pendant trois ans, de ressources issues de la recherche en didactique des mathématiques. Cette analyse montre d'une part, que les ressources ne sont pas utilisées de façon clé en main, et ce, même lorsque l'enseignant a participé à l'élaboration de ces ressources et que, d'autre part, ces ressources sont évolutives. Comme l'a pointé également Ruthven (2012), l'utilisation et l'appropriation de ressources numériques par un enseignant ne dépendent pas de l'équipement informatique dont celui-ci dispose en classe (l'équipement présent dans la classe de Mia étant très sommaire) mais plutôt de la possibilité d'articuler ces ressources numériques avec le système de ressources habituel du professeur (cas de la conception des fiches élèves de Mia par exemple) et de ses connaissances professionnelles. Nous avons ainsi montré que les connaissances didactiques de Mia sur l'importance de la verbalisation pour l'apprentissage des mathématiques en maternelle ainsi que sur la mise au travail des élèves en relative autonomie sur ordinateur pour gérer la différenciation sont des éléments importants expliquant son travail documentaire au cours des trois années de suivi. Nous avons également montré une évolution de ses connaissances didactiques en lien avec l'objectif de la situation V&G. En effet, elle a pris conscience que l'activation de l'icône « gros yeux » dont elle avait demandée l'implémentation dans le logiciel dénaturait la nature de l'activité mathématique des élèves.

[7] Elle ne l'est pas actuellement car le suivi d'enseignants utilisant le TdL a montré que l'icône « gros yeux », paramétrable dans le logiciel TdL, n'avait jamais été désactivée.

Les ressources modifiées ou conçues par Mia ont été ajoutées à l'ensemble des ressources proposées par le groupe MARENE pour chacune des situations *Train des Lapins* ou *Voitures et Garages*. Elles sont cependant très liées aux connaissances professionnelles de Mia.

Se pose donc la question de la formation pour diffuser ces ressources issues de la recherche. Mangiante-Orsola (2011) et Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian (2014) proposent un dispositif de formation continue reposant sur la conception par chaque enseignant d'une ressource adaptée à son contexte d'activité à partir d'une ressource issue de la recherche mise à leur disposition. Ce type de dispositif est intéressant car il permet une adaptation des ressources aux pratiques habituelles des enseignants et à leur contexte d'exercice tout en limitant les détournements trop importants des enjeux d'enseignement. Le travail du groupe MARENE est quant à lui diffusé en formation continue sous la forme d'un parcours de formation hybride sur M@gistère, nouvelle plate-forme française de formation continue des enseignants. Dans le cadre d'un parcours de formation de 9h comportant des allers-retours entre temps de formation et temps de mise en œuvre en classe, les enseignants sont invités à s'approprier les ressources conçues par le groupe MARENE et à les adapter au contexte de leur classe pour une mise en œuvre suivie d'un retour réflexif collectif. Cette formation hybride poursuit un double objectif : un objectif de formation sur la construction du nombre à l'école maternelle ainsi qu'un objectif de formation les usages des outils numériques en classe avec des élèves de maternelle.

Mais dans le cas des travaux de Mangiante-Orsola (2011) ou du groupe MARENE, la diffusion concerne essentiellement la formation continue des enseignants et non pas la formation initiale.

En formation initiale des enseignants, nous mettons à disposition des étudiants le travail du groupe MARENE sous deux formes :

- la page internet du groupe MARENE ;
- la carte mentale[8] conçue par la COPIRELEM, dans le cadre du projet « mallette de ressources mathématiques pour l'école, cycle 1 – cycle 2 ».

Lors des cours de didactique sur le thème de la numération et de la construction du nombre, des binômes d'étudiants sont chargés de faire une simulation de la mise en œuvre d'une des deux situations V&G ou TdL auprès des autres étudiants, dont certains peuvent jouer le rôle d'élèves de maternelle. Le travail du formateur lors de ces séances consiste essentiellement à pointer l'objectif mathématique de la situation simulée et les valeurs des jeux de variables didactiques en lien avec cet objectif. Les étudiants n'étant pas tous en stage en école maternelle, ils n'ont pas toujours la possibilité de tester ces situations en classe avec des élèves. Il serait nécessaire d'étudier les processus d'appropriation de ces ressources (conçues dans le cadre de recherches en didactique) en formation initiale en variant notamment les modalités de diffusion de celles-ci.

[8] http://www.arpeme.fr/m2ep

## Références bibliographiques


Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 205–224.

Besnier, S. & Bueno-Ravel, L. (2014). Usage des technologies en mathématiques à l'école maternelle : le travail documentaire des enseignants, *ReSMICTE (Review of Science, Mathematics and ICT Education)*, 8(1), 63-80.

Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2009). Online resources in mathematics: teachers' geneses and didactical techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 14(1) 1-20.

Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2015). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. *Actes du 41e coloque Copirelem* (p.15-36), Mont-de Marsan, France.

Clark-Wilson, A. (2010). *How does a multi-representational mathematical ICT tool mediate teachers' mathematical and pedagogical knowledge concerning variance and invariance ?* Unpublished doctoral thesis, University of London, London.

Gueudet, G., Bueno-Ravel, L. & Poisard, C. (2014). Teaching mathematics with technologies at Kindergarten : resources and orchestrations. Dans A. Clark-Wilson, O. Robutti & N. Sinclair (eds.), *The mathematics teacher in the digital era, Mathematics education in the digital era vol. 2* (p. 213-240). New York: Springer.

Guin, D. & Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers ? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.

Gueudet, G. & Trouche, L. (dir.) (2010). *Ressources vives, la documentation des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR et INRP.

Mangiante-Orsola, C. (2011). Étude du processus d'appropriation de ressources par des professeurs des écoles enseignant les mathématiques : entre travail au quotidien et développement des pratiques. In *Le travail enseignant au XXIe siècle. Perspectives croisées : didactiques et didactique professionnelle*, *Actes du Colloque international IRNP,* Lyon, 16-18 Mars 2011.

Mangiante-Orsola, C. & Perrin-Glorian, M-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. Dans *Enseignement de la géométrie à l'école. Enjeux et Perspectives*, *Actes du XXXXe Colloque COPIRELEM,* (p. 57-80), Nantes, 18-20 Juin 2013.

Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (Eds.) (2013). Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resources design, use, and teacher collaboration. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, special issue 45(7), 929-943.

Poisard, C., Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2), 151-189.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Remillard, J.T. (2010) Modes d'engagement : comprendre les transactions entre professeurs et ressources curriculaires en mathématiques. Dans G. Gueudet & L. Trouche (dir.), *Ressources vives, la documentation des professeurs en mathématiques* (p. 201-216). Rennes : PUR et INRP.

Remillard, J.T. (2012). Modes of Engagement: Understanding Teachers' Transactions with Mathematics Curriculum. Dans G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (Eds.), *From Textbooks to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Documentation* (p. 105-122). New York: Springer.

Ruthven, K. (2012). Constituting digital tools and materials as classroom resources. Dans Geudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. (Eds.), *From Textbooks to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Documentation*, (p. 83-103), New-York: Springer.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Diderot Paris 7. Paris : IREM de Paris 7.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281-307.

Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. Dans R. Noirfalise & M.-J. Perrin (Éds.) *Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 174-185). Clermont-Ferrand : IREM.

## Annexe I : Extraits de l'entretien post-mise en œuvre de la situation V&G en 2013-2014

***C** : chercheur /* ***M** : Mia*

**C :** ça, après c'est la fin, ça sera pour plus tard mais alors qu'est ce qui se passe là en fait ?
**M :** et bien, je pense que dans leur tête ça peut se transformer en (*elle prend la souris*) qu'est-ce que... tu vois à la limite... qu'est-ce que je pourrais faire avec cet objet *?* Est-ce que je peux scotcher, tiens la boule au-dessus, est ce que ça va maintenir *(les gros yeux visibles*) cliqué pour voir les garages *?* tu vois, ça peut déplacer le problème et le problème peut devenir comment est-ce que je peux faire pour voir tout le temps les garages et les voitures, plutôt que comment je peux faire pour savoir combien de voitures prendre quand il n'y a plus les garages. Je pense que les gros yeux ça introduit ça, un peu en fait... enfin je l'exprime très mal mais quelque part
**C :** si si, je comprends bien... ça veut dire enfin tu me diras si c'est pas ça. Mais ils vont se focaliser sur quelque chose de technique et puis de... comment faire pour que les gros yeux restent en fait
**M :** oui voilà
**C :** au lieu de se dire quelle solution je peux trouver pour avoir quand même ce qu'il faut de voitures
**M :** oui... je pense que ça contribue à déplacer le problème effectivement
**C :** que ça fasse obstacle
**M :** comment faire pour qu'on voit les deux au lieu de comment faire pour se passer de voir les deux.

# Chapitre 9

## Une ressource pour le développement des compétences professionnelles : le manuel. Un exemple d'exploitation en formation initiale

***Annette Braconne-Michoux***
*Université de Montréal*
*annette.braconne-michoux@umontreal.ca*

### Introduction

Comme le mentionne L. Bueno-Ravel dans ce même ouvrage, les ressources auxquelles les enseignants ont accès aujourd'hui sont très nombreuses. C'est pourquoi elles doivent être interrogées tant à propos de leur conception que dans l'usage qui en est fait en classe, autant dans un souci de développement des compétences professionnelles des enseignants que des apprentissages des élèves, par exemple. Dans ce texte nous présenterons et analyserons l'usage de la ressource sans doute la plus utilisée en classe, le manuel (Remillard, 2010). Pour ce faire, nous analyserons le dispositif de formation mis en place à l'Université de Montréal auprès d'étudiants en formation initiale des maîtres au primaire, dans le cours de didactique de la géométrie. Dans ce cours, les activités proposées par plusieurs manuels scolaires sont analysées et elles constituent l'une des ressources principales de la formation en didactique offerte aux étudiants.

Dans un premier temps nous verrons en quoi l'enseignement de la géométrie a un statut particulier au Québec, que ce soit dans les programmes de l'école primaire, de l'école secondaire et par conséquent dans la formation initiale des maîtres dans un contexte de développement de compétences professionnelles. Puis nous étudierons la ressource, à savoir des extraits de manuels approuvés par le Ministère, et l'usage que nous en faisons dans notre dispositif de formation, à savoir le cours de didactique de la géométrie au BEPEP à l'Université de Montréal. Pour analyser cet usage du point de vue du développement des compétences professionnelles, nous nous appuierons, entre autres, sur le cadre d'analyse d'une situation de formation développé par l'équipe de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder, Petitfour, Masselot & Girmens, 2015) et sur la théorie de la genèse instrumentale développée par Rabardel (1995). Pour une analyse didactique des situations proposées en classe ou dans les manuels, nous nous appuierons sur la théorie des niveaux de van Hiele (1959) et la théorie des paradigmes géométriques telle que développée par Houdement et Kuzniak (1998 – 1999). Enfin, en termes de résultats de ces analyses, nous verrons en quoi le cadre d'analyse d'une situation de formation permet de mettre en évidence les diverses compétences professionnelles développées en classe mais aussi que ce modèle ne saurait décrire complètement toutes les compétences développées dans ce contexte de formation initiale.

## 1. Le contexte québécois

### *1.1. Les compétences professionnelles et la formation à l'enseignement de la géométrie à l'école primaire*

Au Québec, comme dans la communauté francophone, les futurs enseignants doivent, au cours de leur formation initiale, développer des compétences professionnelles présentées dans un référentiel de 12 compétences édité par le Ministère (MEQ, 2001) (voir annexe 1), ces compétences étant regroupées autour de quatre axes dont l'un est l'« acte d'enseigner ». Dans cet article, nous nous intéresserons aussi à la 1re compétence qui relève de l'axe « fondements » du référentiel de compétences et qui s'intitule : « Agir en tant que professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions » (p. 58). Nous interprétons cette compétence de la manière suivante : à l'issue de leur formation initiale, les étudiants doivent maîtriser les sujets qu'ils devront enseigner (savoirs savants) et doivent être en mesure de concevoir, mettre en œuvre des séances d'enseignement adaptées aux élèves (savoirs à enseigner et savoirs enseignés) et évaluer les apprentissages qui auront été faits.

Mais comment cela est-il possible dans le cas très particulier de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire ? Comment être certain que les étudiants maîtrisent les « objets de savoir » c'est-à-dire les notions et concepts qui relèvent de la géométrie au programme de l'école primaire et qu'ils seront capables de les enseigner de manière à favoriser les apprentissages du plus grand nombre de leurs élèves ?

### *1.2. Le programme de l'école primaire*

Après la publication des programmes de 2001 pour la rénovation de l'enseignement primaire selon une orientation socioconstructiviste de l'apprentissage (PFÉQ[1]), le Ministère de l'éducation, du loisir et du sport (MELS, 2009) a publié la « Progression des apprentissages[2] » où sont présentés les contenus mathématiques à aborder (savoirs et savoir-faire), le cycle d'entrée dans les apprentissages et l'année de maîtrise de ces mêmes contenus. Ainsi on peut lire dans le préambule à la présentation de la partie « géométrie » :

> Tout au long du primaire, c'est en réalisant des activités ou en manipulant des objets que l'élève acquiert le vocabulaire propre à la géométrie et apprend à se repérer dans l'espace, à nommer des figures planes et des solides, à décrire des classes de figures et à observer des propriétés de ces classes. Les objets d'étude en géométrie, au primaire, sont les figures planes ou tridimensionnelles qui habitent l'espace. […] La connaissance du vocabulaire ne suffit pas si les mots ne sont pas intimement liés à des concepts précis tels que la forme, la

[1] PFÉQ : Plan de formation de l'école québécoise.
[2] http://www1.mels.gouv.qc.ca/progressionPrimaire/ consulté le 5 février 2015.

> ressemblance, la dissemblance, l'isométrie ou la symétrie. Des activités variées et l'exploitation d'un éventail d'objets et de représentations sont essentielles au développement du sens spatial et de la pensée géométrique de l'élève. Il évoluera du concret par la manipulation et l'observation d'objets, vers l'abstrait par la création d'images mentales de figures et de leurs propriétés, en passant par différentes représentations.
>
> La capacité de dégager et de reconnaître les propriétés d'un objet géométrique ou d'une classe d'objets est préalable à l'apprentissage des relations entre les éléments d'une figure ou entre des figures distinctes. Elle est préalable également à la capacité d'énoncer de nouvelles propriétés et d'utiliser des propriétés connues ou nouvelles dans la résolution de problèmes. (p. 14)

Nous pouvons remarquer que dans ce préambule, on évoque déjà le fait que les objets géométriques deviendront abstraits et porteurs de leurs propriétés, ce qui caractérisera l'enseignement de la géométrie au secondaire. Mais, les moyens à mettre en œuvre pour atteindre un tel objectif ne sont pas précisés dans le programme. Aucun exemple ne vient illustrer le propos : qu'entend-on par « activités variées » ? Quelle exploitation faut-il faire des objets et de leurs représentations ?

D'après la Progression des apprentissages dans la partie consacrée à la géométrie plane (voir annexe 2), les quadrilatères doivent être étudiés au 2^e^ cycle[3] avec une approche en 3^e^ année qui doit aboutir à des apprentissages finalisés en 4^e^ année (élèves de 8 – 9 ans).

Les verbes utilisés sont cohérents avec ceux du préambule : « observer, décrire, construire ». Mais, là encore, aucun exemple d'activité n'est donné pour préciser ce que l'on doit comprendre par « Décrire des polygones » ou « Classifier des quadrilatères ». La section « vocabulaire » ne permet pas davantage de répondre à cette question. Dans la mesure où les manuels sont la ressource la plus utilisée par les enseignants, il est intéressant, dans le cadre de la formation initiale, d'étudier ce que leurs auteurs proposent, qu'il s'agisse de manuels approuvés par le ministère ou non. En effet, à quelles théories d'apprentissage se réfèrent les auteurs: s'agit-il de s'intéresser à l'évolution de l'élève vers une pensée géométrique abstraite dans une conception socioconstructiviste des apprentissages ou une application assez stricte des énoncés de la progression des apprentissages s'appuyant sur une conception plutôt behavioriste et reprenant ainsi les traditions liées à l'ancien programme ? Comment amener les futurs maîtres à une utilisation raisonnée, instrumentalisée de cette ressource et développer ainsi leurs compétences professionnelles ?

---

[3] L'école primaire au Québec est divisée en trois cycles de deux ans chacun : 1^er^ cycle pour les 1^re^ et 2^e^ années (6 – 7 ans), 2^e^ cycle pour les 3^e^ et 4^e^ années (8 – 9 ans) et 3^e^ cycle pour les 5^e^ et 6^e^ années (10 – 11 ans).

### 1.3. Le programme du secondaire en géométrie

Le programme du secondaire[4] a été publié dans une première version en 2004 pour être appliqué en 2005 et n'a subi que de légères modifications depuis cette date. Comme pour le primaire, ce programme est accompagné de la Progression des apprentissages[5] où sont précisés les contenus mathématiques abordés à chaque cycle[6] de la scolarité secondaire.

Dans la présentation générale du programme, on retrouve bien l'idée que l'élève « passe de l'observation au raisonnement » puisque dans le cadre de la compétence 1 « Résoudre une situation problème », on peut lire : « [il] énonce et mobilise des propriétés, des définitions et des relations pour analyser et résoudre une situation-problème [qu'il] construit des figures au besoin, à l'aide d'instruments ou de logiciels de géométrie dynamique, et il manipule des expressions numériques ou algébriques, en particulier pour le calcul de longueurs et d'aires. » (p. 240). Mais la présentation devient plus floue à propos de la compétence 2 « Déployer un raisonnement mathématique » où l'on peut lire : « En géométrie, [l'élève] déploie un raisonnement lorsqu'il apprend à reconnaître les caractéristiques des figures usuelles, met en évidence leurs propriétés et effectue des opérations sur les figures planes à l'aide de transformations géométriques. […]. Il se familiarise avec les définitions et les propriétés des figures qu'il utilise pour résoudre des problèmes à l'aide de déductions simples. » (p. 243). En effet, aucun exemple n'est donné pour éclairer l'enseignant sur ce qui est attendu de l'élève quand il doit « reconnaître » les caractéristiques d'une figure ou qu'il se « familiarise avec les définitions et les propriétés » de celle-ci. Dans la Progression des apprentissages, on trouve en 10e rubrique : « Justifier des affirmations à partir de définitions ou de propriétés de figures planes », accompagnée de la note de bas de page suivante : « Dans tous les énoncés faisant appel à la justification, les propriétés utilisées ont été dégagées par des explorations ou ont été démontrées. » On peut donc dire que les « propriétés utilisées » s'inscrivent de manière variée dans la construction d'une axiomatique et dans l'élaboration d'un raisonnement hypothéticodéductif. D'ailleurs, si l'on se réfère à la liste des « énoncés de géométrie » tels que présentés dans le programme, on peut rester perplexe : plusieurs de ces énoncés sont rédigés de telle sorte que l'on ne sait pas s'il s'agit d'une propriété, d'une propriété caractéristique, d'une définition, d'un théorème ou autre. Ainsi on peut lire :

> 1. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.

---

[4] http://www1.education.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire1/
http://www1.education.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/index.asp?page=math

[5] http://www1.education.gouv.qc.ca/progressionSecondaire/domaine_mathematique/mathematique/index.asp?page=geometrie_01

[6] L'école secondaire au Québec est divisée en deux cycles : 1er cycle pour les deux premières années et 2e cycle pour les trois années suivantes, la cinquième année étant une année d'orientation : CST (Culture, société et technique), TS (Technico-sciences) et SN (Sciences naturelles).

> …
>
> 6. Les diagonales d'un rectangle sont isométriques.
>
> ….
>
> 19. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants sont respectivement isométriques.
>
> … (p. 261)

Ainsi on peut, en consultant seulement le programme et la progression des apprentissages, augurer que les élèves, devenus étudiants à l'université, auront des connaissances très variées à l'issue de leur scolarité obligatoire, selon les enseignements qui leur auront été dispensés, les manuels utilisés, etc.

### *1.4. Le cours de didactique de la géométrie au BEPEP à l'Université de Montréal*

Les programmes au secondaire étant implantés depuis plus de 10 ans, la plupart des étudiants qui sont aujourd'hui en formation initiale ont abandonné l'étude de la géométrie en troisième secondaire (14 – 15 ans) alors que le cours de didactique de la géométrie a lieu au cours de la dernière année de leur formation universitaire (4e année dans notre université), soit environ 8 ans plus tard. C'est dire combien certains étudiants abordent ce cours avec inquiétude : leurs connaissances n'ont pas été mobilisées depuis longtemps et ceux qui n'ont pas un bon souvenir de leur expérience dans ce domaine ne sont pas rares. Souvent, leurs souvenirs sont vagues, leurs connaissances morcelées, et rarement structurées d'un point de vue théorique. Par exemple, presque tous les étudiants savent que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° (énoncé de géométrie n°24) sans pouvoir l'expliquer, ou affirment qu'un carré n'est pas un rectangle parce que ses 4 côtés ont la même longueur. Nous dirons qu'ils ont des connaissances qu'ils peuvent nommer comme étant des « faits » ou des « énoncés » géométriques voire des « vérités », sans savoir ou pouvoir les justifier ou encore les relier entre elles.

La tâche du formateur à l'université consiste donc à relever simultanément deux défis : d'une part, redonner confiance aux étudiants pour les amener à mieux maîtriser leurs connaissances de géométrie théorique en les réactivant, les restructurant et, d'autre part, développer chez ces mêmes étudiants, des compétences professionnelles en vue d'une certaine qualité de l'enseignement. La réactivation des connaissances se fait par un rappel des propriétés théoriques des figures telles qu'elles ont pu être enseignées au secondaire, et par des exercices qui mettent en œuvre ces mêmes propriétés. Les propriétés des figures utilisées dans les exercices sont celles dont les étudiants auront besoin dans le cadre de l'enseignement à l'école primaire. Ainsi, par exemple, aucun rappel n'est fait à propos du théorème de Pythagore ou de la trigonométrie. De façon générale, nous essayons d'amener les étudiants à faire la distinction entre les géométries GI et GII telles que définies par Houdement et Kuzniak (1998 – 1999). En effet, la géométrie dont les étudiants se souviennent est la géométrie enseignée au secondaire, soit une géométrie plutôt théorique et de déduction (GII au sens de Houdement & Kuzniak, 1998 – 1999) alors que la géométrie enseignée au primaire devrait être une géométrie d'observation, instrumentée, basée sur l'expérience (GI au sens de Houdement & Kuzniak, 1998 – 1999). C'est pourquoi nous proposons aux étudiants de résoudre des exercices théoriques dans une géométrie axiomatique naturelle (GII) et d'étudier des situations similaires extraites de manuels du primaire pour lesquelles ils doivent envisager les réponses que donneront les élèves du primaire dans une géométrie naturelle (GI). Ces activités nous permettent aussi de faire la distinction entre le dessin (la trace visible sur le papier) et la figure (l'objet théorique porteur de propriétés) (Parzysz, 1988), de mettre en évidence le rôle de la mesure et des modalités de validation propres à la géométrie GI à l'école primaire (validation perceptive et/ou instrumentée), et qui sont différentes dans une géométrie plus théorique comme GII. Ces apprentissages sont autant d'activités qui participent du développement de compétences professionnelles chez les futurs enseignants : un enseignant qui maîtrise la matière sera plus à l'aise pour l'enseigner.

Dans le paragraphe suivant nous présenterons l'outillage théorique mobilisé pour analyser le dispositif de formation reposant sur l'utilisation du manuel dans le cadre de la formation initiale des enseignants au primaire.

## 2. Outillage théorique

### *2.1. Le travail documentaire*

Dans la suite du texte de Bueno-Ravel dans cet ouvrage, nous considérons que les étudiants doivent être initiés au travail documentaire, à savoir « chercher des ressources, en choisir certaines, en rejeter d'autres, les modifier, les associer, les mettre en œuvre en classe, les réviser, etc. » (Bueno-Ravel & Gueudet, 2015, p. 3). Ce travail documentaire s'inscrit dans le double mouvement de la genèse instrumentale telle que définie par Rabardel (1995) : d'une part, l'instrumentalisation par laquelle l'étudiant (ou l'enseignant) apprend à personnaliser l'usage qu'il fera du manuel, à « le mettre à sa main, en fonction de ses connaissances professionnelles, de son contexte d'enseignement, etc. » (Bueno-Ravel, ce même ouvrage) et, d'autre part, l'instrumentation où l'étudiant (ou l'enseignant) voit son activité guidée par les activités telles que proposées par les auteurs du manuel. Dans le contexte de la formation initiale et du développement des compétences professionnelles, nous nous efforçons de développer un usage instrumentalisé du manuel, tout en sachant que face à la réalité du terrain et aux situations d'urgence dans lesquelles les étudiants pourront se retrouver en tant qu'enseignants débutants, un usage instrumenté du manuel sera inévitable.

### *2.2. Deux cadres pour la didactique de la géométrie : les paradigmes géométriques et la théorie des niveaux de van Hiele*

Pour analyser le travail proposé et réalisé par les étudiants, nous nous réfèrerons aux deux théories principales de didactique de la géométrie : les paradigmes géométriques tels que définis par

Houdement et Kuzniak (1998 – 1999) et van Hiele (1959). En effet, la théorie des paradigmes nous permet de décrire l'activité de l'élève (ou de l'étudiant) quand la théorie des niveaux de van Hiele nous permet de décrire la nature des connaissances de l'élève (ou de l'étudiant) et l'usage qu'il en fait (Braconne-Michoux, 2008). De la théorie des paradigmes, nous ne retiendrons que les deux premiers : GI – géométrie naturelle où le dessin est objet d'étude et de validation, que celle-ci soit instrumentée ou perceptive, GII – géométrie axiomatique naturelle où le dessin est le représentant d'une classe d'objets théoriques et la validation s'appuie sur un raisonnement hypothético-déductif; la précision dans la mesure devenant accessoire. En Amérique du Nord, on rencontre aussi la théorie des niveaux de pensée de van Hiele comme outil de référence théorique chez certains auteurs de manuels, voire dans le programme du Ministère. De cette théorie, nous retiendrons essentiellement les trois premiers niveaux. Au niveau 1 – identification-visualisation, l'élève reconnaît les figures à leur aspect général ou global. C'est l'entrée dans le vocabulaire géométrique. Au niveau 2 – analyse, l'élève est capable de réciter la liste des propriétés des figures mais n'est pas en mesure de les organiser en un raisonnement hypothético-déductif. La mesure est encore un procédé de validation. Au niveau 3 – déduction informelle, les propriétés listées précédemment sont organisées pour composer un raisonnement hypothético-déductif, sans que la distinction entre un théorème, une définition ou un axiome ne soit envisagée.

Nous l'avons vu, selon le programme, il est attendu d'un élève au secondaire que, dans la résolution d'un exercice, il fonctionne en GII – géométrie axiomatique naturelle et maîtrise le niveau 3 – déduction informelle de van Hiele. Des élèves du primaire, il est attendu qu'ils fonctionnent en GI – géométrie naturelle et passent, au fil de leur scolarité du niveau 1 d'identification-visualisation de van Hiele au niveau 2 d'analyse. Au contraire, un élève du primaire aura de la difficulté à faire la distinction entre dessin et figure. Souvent, les étudiants en formation initiale fonctionnent en GII mais ne maîtrisent que le niveau d'analyse de van Hiele. Le défi est alors de les amener à faire les distinctions entre les connaissances et compétences qu'ils ont, l'usage qu'ils peuvent en faire et celles qu'ils devront enseigner à l'école primaire.

### *2.3. La cadre d'analyse d'une situation de formation*

Nous avons vu que selon le positionnement de l'élève (ou de celui qui résout un problème de géométrie), celui-ci pouvait fonctionner dans une géométrie ou une autre, à un niveau de van Hiele ou un autre (Braconne-Michoux, 2008). Pour analyser notre dispositif et en apprécier les effets sur les apprentissages des étudiants universitaires en formation initiale, nous utiliserons le cadre d'analyse de situations de formation tel quel développé par l'équipe de la COPIRELEM autour de Mangiante, Masselot, Petitfour et Winder (2016), qui est un cadre plus large prenant en compte non seulement les aspects mathématiques de la formation mais les aspects professionnels de celle-ci. Pour ses auteurs,

> Ce cadre […] vise à interroger les potentialités (des) situations (de formation) à la lumière des savoirs mathématiques, didactique et pédagogiques en jeu. Dans un premier temps, il s'agit de clarifier ces enjeux dans différentes phases de la

> mise en œuvre ainsi que dans leur articulation. Il conduit ensuite à étudier des modalités d'exploitation par le formateur des différentes potentialités de ces situations de formation en fonction des objectifs fixés. À terme, il s'agit de permettre aux utilisateurs de ces ressources de mieux appréhender et de s'approprier, de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents.

Ce cadre présente 3 indicateurs et 5 paliers d'étude.

Les indicateurs sont :

- Le type de connaissances convoquées
- Leur degré de décontextualisation
- Le positionnement du formé.

Les 5 paliers se décrivent ainsi :

- **Palier 0 : activité mathématique**

À ce palier le formé réalise l'activité telle qu'elle demandée à l'élève. Les connaissances convoquées sont donc des connaissances mathématiques contextualisées (explicitement ou implicitement). Le formé est donc dans un rôle d'élève.

- **Palier 1 : analyse réflexive de l'activité mathématique**

À ce palier, le formé doit développer une analyse réflexive sur l'activité précédente. Les connaissances mathématiques convoquées sont alors décontextualisées et le formé commence à changer son positionnement pour aller vers celui d'un enseignant qui interroge les apprentissages des élèves, que ces apprentissages soient mathématiques, didactiques ou pédagogiques. À ce palier, le formé met en œuvre en contexte des connaissances didactiques et pédagogiques souvent implicites.

- **Palier 2 : analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique**

À ce palier, le formé est en position d'enseignant. Les connaissances didactiques et/ou pédagogiques convoquées sont explicitées en contexte dans une analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou seulement anticipée) de l'activité mathématique.

- **Palier 3 : analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique**

À ce palier, le formé est toujours en position d'enseignant mais les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont décontextualisées. La réflexion porte sur les pratiques de classe (gestes professionnels, situations d'apprentissage, etc.), la mise en évidence d'outils d'analyse didactique, etc.

- **Palier 4 : problématisation de questions professionnelles.**

Le formé aborde maintenant un positionnement de chercheur et les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont décontextualisées. Les questions professionnelles sont abordées en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage, les outils d'analyse didactique.

Un tel cadre nous permettra d'analyser le dispositif de formation et d'en mesurer les intérêts ou les faiblesses, de décrire les apprentissages que les étudiants peuvent faire et quelles compétences professionnelles ils ont l'opportunité de développer.

## 3. Méthodologie

Dans ce paragraphe nous décrirons le dispositif de formation mis en place à l'Université de Montréal.

### *3.1. Le dispositif de formation*

Pour le cours de didactique de la géométrie, nous faisons travailler les étudiants sur des activités extraites de manuels couramment utilisés dans les classes, manuels approuvés par le ministère de l'éducation (MELS) ou non. Nous utilisons aussi, à l'occasion, des activités disponibles sur Internet, proposées par les étudiants ou d'autres souvent issues de la recherche en didactique. Avant toute rencontre en classe, le travail de chaque étudiant consiste à faire les activités telles qu'elles sont présentées dans la ressource et à répondre à diverses questions complémentaires. Les enjeux des questions sont de trois ordres : mathématique au sens où l'étudiant doit mettre en acte ses propres connaissances mathématiques et faire le lien avec celles qui sont en jeu dans l'activité proposée; didactique au sens où l'étudiant doit distinguer sa réponse d'une réponse élaborée par un élève de l'école primaire et envisager les erreurs ou les difficultés pour les élèves à entrer dans la tâche, à y répondre etc.; pédagogique au sens où l'étudiant doit envisager dans quelles conditions l'activité peut être mise en œuvre en classe à des fins de différenciation, d'évaluation, etc. L'objectif de ce questionnement est de favoriser l'instrumentalisation de l'utilisation du manuel par les futurs enseignants. C'est à dessein que le questionnement à propos des activités extraites des manuels est proposé sans référence aux guides de l'enseignant. En effet, nous essayons de nous placer au plus près de la situation d'urgence dans laquelle se retrouvent bon nombre d'enseignants débutants et il nous semble important qu'ils en prennent connaissance dans le cadre de leur formation initiale pour en appréhender les conséquences éventuelles. Le contenu du guide de l'enseignant sera exploité en classe en complément au questionnement initié par le professeur.

Pour des raisons d'espace, nous donnerons ici l'exemple du dispositif de formation mis en place sur quelques activités extraites de manuels de 4$^{e}$ et de 5$^{e}$ années à propos des quadrilatères. Nous présenterons ensuite l'exploitation de ces activités telle qu'elle est faite en classe dans le dispositif de formation.

### 3.2. Les ressources

Les ressources choisies sont extraites de deux manuels approuvés par le MELS (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport) : Clicmaths 4e année (éditions HRW, 2002) et Presto 5e année (éditions CEC, 2003). Dans les deux cas, il s'agit d'activités sur les quadrilatères. Du manuel Clicmaths, nous étudierons des extraits de deux leçons, la première où l'on s'intéresse à la caractérisation des différents quadrilatères (trois activités extraites de la « Situation 3 ») et la seconde où, dans le contexte de la leçon sur les droites perpendiculaires et l'introduction de l'équerre, on trouve une activité exploitant les propriétés des quadrilatères (une activité extraite de la « Situation 15 »). Du manuel Presto 5e année, nous étudierons trois activités extraites de la leçon 8 où les élèves sont invités à réactiver leurs connaissances sur les quadrilatères[7].

3.2.1. <u>Clicmaths 4e année (éditions HRW, 2002) :</u>

Dans cette collection, le manuel comprend 22 leçons répartis sur 2 volumes de 140 pages chacun et la leçon sur les quadrilatères est la leçon n°3. Cette leçon respecte le scénario de toute la collection :

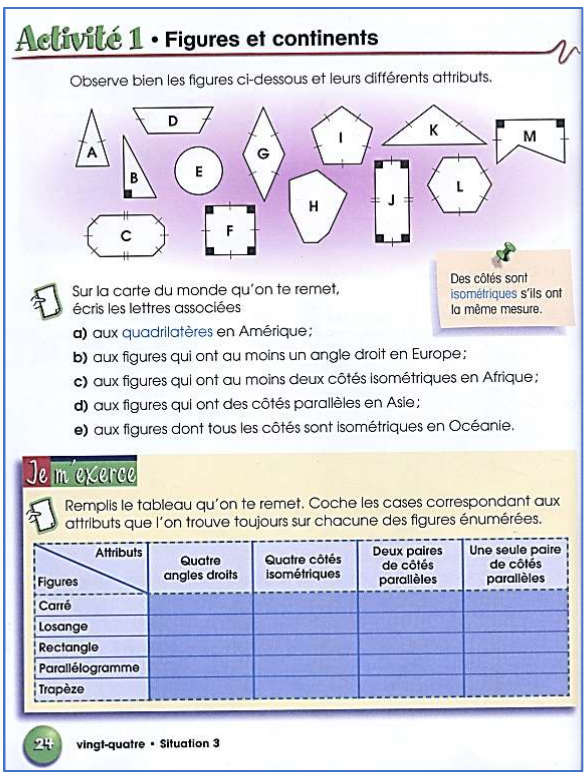



**Figure 1: Clicmaths 4e année Vol.4A situation 3, act.1**


**Figure 1a: Clicmaths 4e année Vol.4A situation 3, act.1 (planisphère)**

[7] Les caractérisations des quadrilatères reposent essentiellement sur les côtés (parallélisme et/ou isométries) et les angles (droits ou non). Le mot « diagonale » n'apparaît pas dans le programme, et les axes de symétrie ne sont pas institutionnalisés dans les manuels. Le parallélisme des côtés opposés du losange est très rarement envisagé. On peut remarquer que le type de classification attendue n'est pas précisé dans la Progression des apprentissages mais tous les manuels, ou presque, s'accordent pour viser une classification inclusive des quadrilatères.

ouverture par une « situation problème »[8], deux « activités » et des « exercices » dont certains sont présentés dans le guide de l'enseignant comme « essentiels », d'autres comme « facultatifs ». Parmi les extraits de cette leçon utilisés avec les étudiants, nous nous attarderons ici sur l'activité 1 (figures 1 et 1a), et l'exercice 1 « essentiel » (figure 2).

Dans l'activité 1, les élèves doivent placer sur une « carte » les quadrilatères selon certaines caractéristiques : les figures sont codées (égalités de longueurs et angles droits) et repérées par des lettres. Il s'agit donc d'une activité de classification de quadrilatères mais les noms des quadrilatères qui satisfont aux caractéristiques ne sont pas donnés. Les auteurs du manuel suggèrent que les élèves travaillent individuellement. Or le planisphère proposé est muet, à l'exception de la séparation entre l'Europe et l'Asie : les élèves ont donc la responsabilité de situer les continents avant d'aborder la tâche mathématique.

Dans cette tâche de classification, certains élèves peuvent rencontrer des difficultés par effet de contrat : une même figure peut-elle être sur deux continents, ou non ? Il ne s'agit pas de placer les figures mais d'écrire les lettres qui les représentent, on peut envisager assez aisément qu'une lettre soit écrite en plusieurs endroits. On peut toutefois imaginer que, pour certains élèves (4$^{e}$ année – 9 ans), le contrat sera de placer de façon unique chaque lettre (donc chaque figure) sur un continent et un seul. Ce faisant, ces élèves ne verront pas leur réponse invalidée par la rétroaction du milieu puisqu'il y a suffisamment de polygones pour chaque continent. Par exemple, l'élève qui place tous les quadrilatères en Amérique (1$^{re}$ question) a encore à sa disposition suffisamment de figures pour répondre sans inquiétude à toutes les autres questions et il lui restera au moins une figure non classée, le disque E et/ou le polygone H. Une telle réponse satisfait aux contraintes. De plus, un élève peut placer les lettres représentant les figures sans les nommer et sans utiliser le vocabulaire géométrique : carré, rectangle, losange, etc. Un tel élève a-t-il produit la classification attendue et répondue aux attentes des auteurs ? C'est peu probable quand on lit le guide de l'enseignant : « Les élèves devraient remarquer que, en raison de leurs attributs, certaines figures peuvent être classées dans plusieurs groupes. Par exemple, le carré doit être placé sur tous les continents parce qu'il correspond aux attributs définis pour chacun d'eux. » (p. 24) Mais que faire si les élèves ne font pas cette remarque ? Faut-il donner le nom des figures placées sur chaque continent ? Les auteurs du manuel ne le précisent pas. Le rôle de l'enseignant lors de la mise en commun des différentes réponses sera d'autant plus délicat et complexe si toutes ces réponses n'ont pas été anticipées. Comment convaincre les élèves que le classement inclusif évoqué par les auteurs est « meilleur » que les autres ? Les auteurs eux-mêmes semblent dubitatifs : « Attention! Évitez les discussions portant, par exemple, sur le fait qu'un carré est un rectangle mais qu'un

[8] Il est sans doute important de préciser que dans les programmes de mathématiques et donc dans les manuels, l'expression « situation-problème » n'est pas utilisée au sens de Douady (1986). Ces « situations » sont présentées en ouverture de chaque leçon. La démarche de résolution la plus efficace, voire la seule qui existe, est l'objectif de la leçon. Elles sont de complexité variable et permettent de réactiver chez les élèves des connaissances pertinentes à la leçon mais ne permettent pas toujours de construire un nouveau savoir.

rectangle n'est pas un carré. Ce type de nuance sera abordé au secondaire » (p. 24) peut-on lire dans le guide de l'enseignant.

Dans la tâche qui suit, « Je m'exerce » (figure 1), l'élève doit remplir un tableau associant quatre caractéristiques à certains quadrilatères. Les deux activités de cette page du manuel abordent le même thème selon des présentations différentes: la description des quadrilatères (angles droits, côtés isométriques, côtés parallèles). Ici, les quadrilatères sont nommés et ne sont pas dessinés; l'élève doit travailler de mémoire. S'il connaît les noms des quadrilatères qui sont dessinés dans l'activité 1, il peut les utiliser comme support visuel pour remplir le tableau. Les colonnes du tableau permettent de mettre en évidence les quadrilatères qui ont les mêmes caractéristiques; ceci pourrait ramener à la classification inclusive évoquée plus tôt. Mais les caractéristiques utilisées dans les deux colonnes de droite étant exclusives l'une de l'autre, ce tableau ne permet pas de faire ce lien. Il y a donc comme une contradiction entre les deux activités, contradiction qui peut laisser l'enseignant dans l'embarras lors de la mise commun des réponses proposées par les élèves. On constate que sur une même page, selon les auteurs, les objectifs visés par les deux tâches ne sont pas les mêmes alors que pour certains élèves ce pourrait être deux présentations différentes de la même activité. Quelle institutionnalisation peut-on faire à l'issue de ces deux activités ?

Dans l'exercice 1 (figure 2), l'élève doit terminer la construction de quadrilatères sur une feuille de papier pointé quadrillé; deux côtés consécutifs sont déjà donnés et le seul instrument autorisé est la règle. Dans plusieurs cas, les figures sont en position prototypique et les longueurs de certains côtés sont minimales. La validation des constructions de l'élève est donc essentiellement perceptive, tant pour lui-même que pour l'enseignant. On peut se poser la question de la construction du carré « sur la pointe » (question b) : tout en terminant la construction correctement, les élèves seront-ils convaincus qu'ils ont construit un carré ? C'est la construction du losange (question c) qui sera source de plus grande difficulté qu'il ne se présente pas en position prototypique dans le quadrillage. Pour réussir cette construction, on peut facilement imaginer qu'un élève utilisera les nœuds du quadrillage comme repères tout en utilisant sa règle comme un compas, sans pour autant être certain que les quatre côtés de sa figure sont isométriques. D'une façon générale, en travaillant à la règle sur du papier quadrillé, l'élève exploite des caractéristiques des quadrilatères qui ne sont pas toujours évoquées dans les descriptions précédentes, qui ne sont donc pas dans le « *répertoire didactique* » de la classe (Gibel, 2008). Ainsi, il peut s'appuyer sur des images mentales liées aux figures en position prototypique et sur des propriétés qu'il aura découvertes sans qu'elles soient institutionnalisées, telles que les côtés opposés isométriques du parallélogramme, les axes de symétrie du losange. On peut aussi s'étonner que l'on demande aux élèves la construction d'un deltoïde et d'un cerf-volant alors que les modèles sont donnés juste en dessous dans la même position. Quels sont les apprentissages des élèves dans ce cas ?

Pour mettre en évidence l'importance du support (variable didactique) dans les apprentissages en géométrie, nous proposons aussi l'analyse de l'exercice n° 5 « essentiel » (figure 3), extrait de la leçon 15 sur les droites perpendiculaires et parallèles. Ce chapitre est le dernier exercice de la leçon et c'est la dernière leçon de géométrie dans le manuel de 4e année.

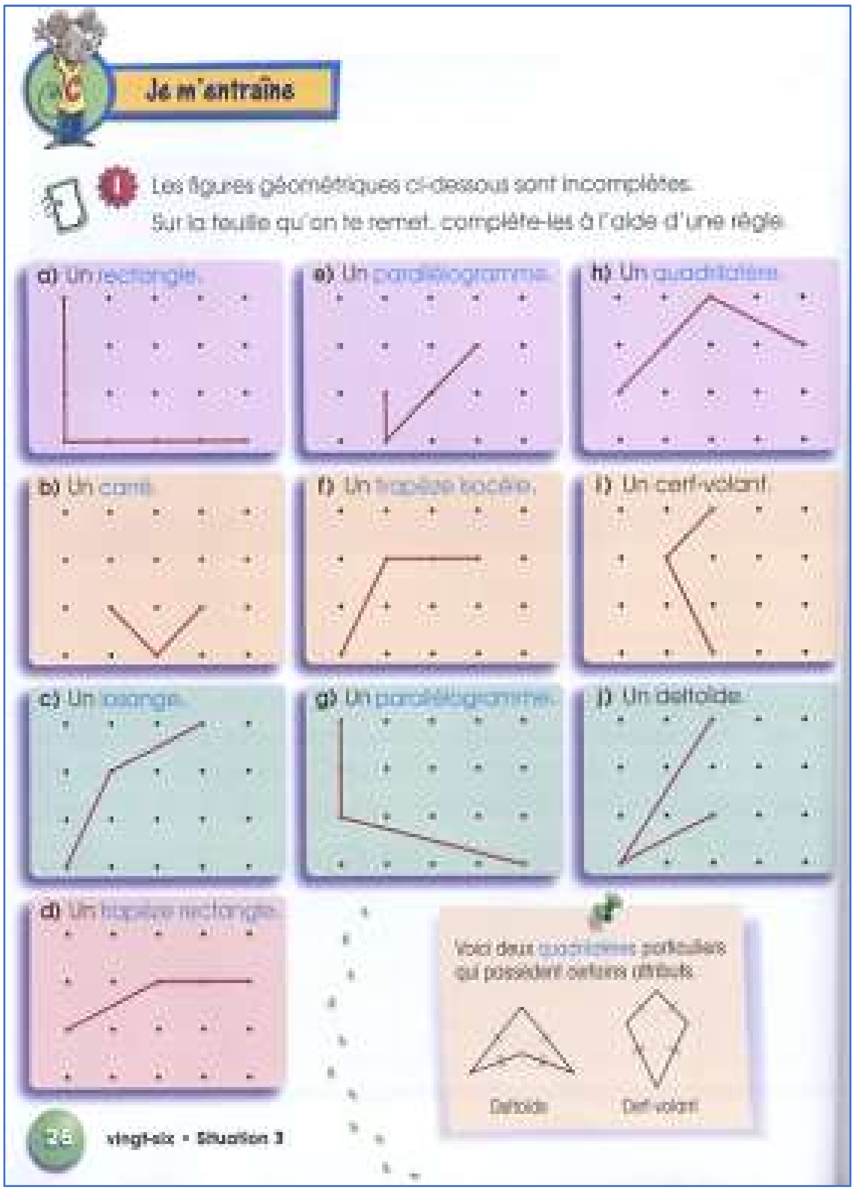



**Figure 2: Clicmaths 4e année Vol. 4A situation 3, ex.1**

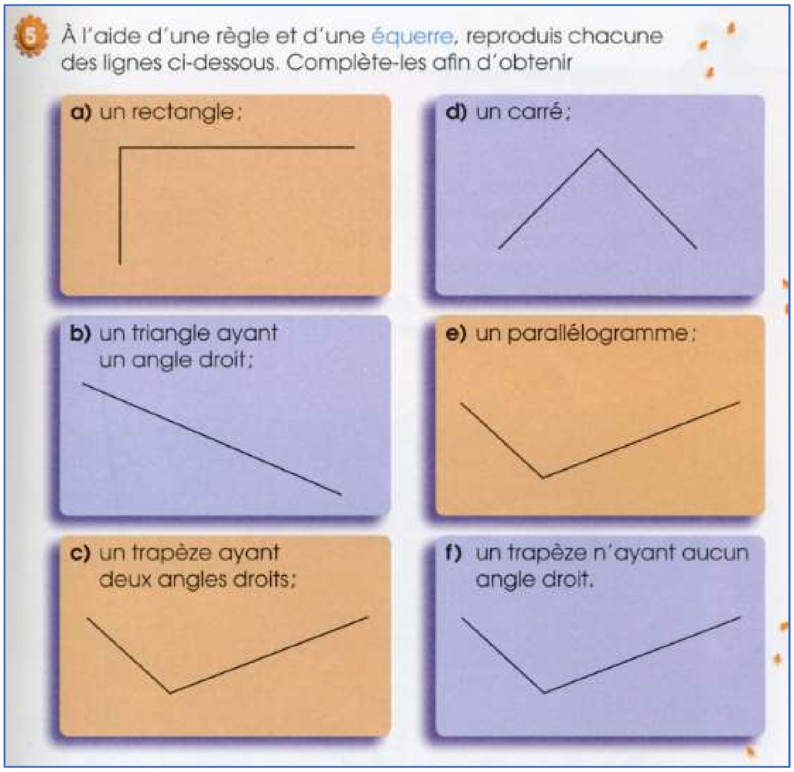



**Figure 3 : Clicmaths 4e année (Situation 15-9)**

Pour réaliser cette activité, l'élève reçoit de l'enseignant une feuille de papier blanc où sont reproduites les vignettes rectangulaires (environ 8,5 cm sur 5 cm) sans les segments-amorces. L'élève doit donc reproduire les amorces des figures puis en terminer la construction à l'aide de l'équerre et de la règle. Pour réussir, il doit réinvestir les propriétés des quadrilatères qu'il connaît : angles droits, côtés parallèles, côtés isométriques. Les amorces des figures suggèrent que celles-ci ne seront pas toutes en position prototypique. Les contraintes matérielles sont très fortes. C'est l'intention des auteurs telle qu'on peut la lire dans le guide de l'enseignant. Le corrigé consiste en le dessin des figures codées par leurs angles droits mais rien n'est dit sur les conditions de réalisation de la tâche, en particulier la taille des vignettes dans lesquelles les amorces des figures sont proposées et les dimensions des figures obtenues. Se pose aussi un problème de contrat didactique : certaines figures comme le trapèze rectangle (question c) ou le parallélogramme (question e) débordent du cadre si on respecte les tracés donnés comme étant les côtés des quadrilatères. La construction du triangle rectangle (question b) est intéressante dans la mesure où il semble naturel de poser l'équerre sur le côté proposé et terminer la construction par le tracé de l'hypoténuse dans les limites de la vignette. Mais, dans le guide de l'enseignant, le corrigé du triangle rectangle est en position prototypique où le segment proposé est l'hypoténuse et les côtés de l'angle droit sont parallèles aux côtés de la vignette. Les diverses constructions présentent des défis de difficultés variables pour les élèves : terminer la construction du rectangle est particulièrement facile puisqu'il est en position prototypique alors que la construction du trapèze rectangle ne le sera pas du tout. Comment les élèves vont-ils utiliser leurs instruments dans la mesure où, d'après les auteurs, pour tracer des angles droits, il faut utiliser « deux règles[9] judicieusement positionnées l'une par rapport à l'autre », l'équerre servant à construire des droites parallèles ? On peut facilement imaginer que les élèves utiliseront leurs instruments de façon détournée dans un « souci d'économie gestuelle ou conceptuelle » (Offre, Perrin-Glorian & Verbaere, 2006) pour se rapprocher des images mentales des figures en position prototypique. Quelles validations peut-on faire des constructions des élèves : utilisation pertinente des instruments de géométrie, précision dans les mesures ? Comment organiser la validation des constructions des élèves dans la classe : par les élèves eux-mêmes ? Par l'enseignant ?

On pourrait s'attendre à ce que le guide de l'enseignant donne des éléments de réponses à ces questions. Or il n'en est rien. Pas plus que le programme, le guide de l'enseignant ne donne pas de réponse « au sujet des idées centrales du curriculum » (Rémillard, 2010).

*3.2.2.* Presto 5e année (éditions CEC, 2003) :

Dans ce manuel, d'après le guide de l'enseignant, la 8e leçon de l'année permet aux élèves de réactiver leurs connaissances sur les polygones. Il est donc intéressant de discuter avec les étudiants de la « mise en situation » qui ouvre la leçon où, à l'aide de 4 cure-dents, il faut trouver « un quadrilatère qui n'est pas un carré » (figure 4).

Les premières propositions auxquelles on peut s'attendre sont des carrés « posés sur la pointe ». Même si les élèves construisent un losange non carré, on peut s'interroger sur la pertinence d'une question aussi fermée dans un contexte de réactivation des connaissances. En effet une telle activité va plutôt dans le sens du renforcement de la conception du losange comme étant un carré déformé, c'est-à-dire à l'encontre de ce qui a pu être institutionnalisé les années précédentes ou, plus embarrassant, à l'encontre de ce qui devra l'être au secondaire. Dans le guide de l'enseignant, les réponses proposées sont : le losange présenté avec ses diagonales en position prototypique et le parallélogramme dessiné avec deux côtés horizontaux dans la page, chacun étant désigné comme tel (voir figure 4a). L'analyse de cette activité en formation initiale est importante pour sensibiliser les étudiants aux erreurs ou approximations contenues dans certains ouvrages, y compris les guides de l'enseignant.

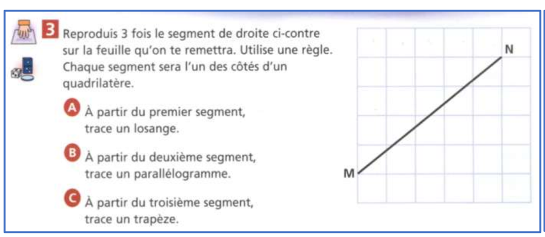
[9] Il est sans doute important de préciser que dans le programme (PFÉQ) et dans la progression des apprentissages les mots « équerre » et « compas » sont absents. Pour la plupart, les auteurs des manuels approuvés par le Ministère interprètent cette absence comme une interdiction ; ce qui se retrouve dans les classes sous la forme d'une injonction.



**Figure 4a: Presto 5e année; leçon 8; guide de l'enseignant**

**Figure 4 : Presto 5e année leçon 8**

La leçon se termine par les exercices 3 et 4 (voir figures 5 et 6).



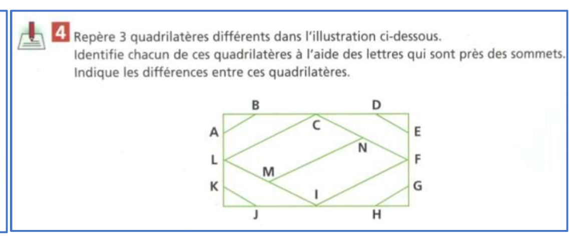




**Figure 5 : Presto 5e année, leçon 8**

**Figure 6 : Presto 5e année, leçon 8**

Pour réaliser l'exercice 3 (figure 5), les élèves travaillent une feuille de papier quadrillée vierge, fournie par l'enseignant. La première difficulté est donc de reproduire 3 fois le segment MN de même longueur et de même orientation dans la feuille avant de terminer la construction des trois quadrilatères. On peut imaginer que certains élèves vont dessiner le segment MN dans la diagonale du quadrillage et/ou d'une longueur différente, ce qui aura pour effet de dénaturer la tâche. La longueur et l'orientation du segment MN sont des variables didactiques et la démarche de construction des figures en dépend. Par exemple, en respectant le modèle, pour terminer la construction du losange en utilisant seulement sa règle, l'élève doit utiliser celle-ci comme un compas en se référant aux nœuds du quadrillage. Il peut aussi, sans être en mesure de l'expliciter, faire appel à des propriétés de symétrie du losange en position prototypique, propriétés qui n'ont pas été institutionnalisées les années précédentes donc hors du répertoire didactique de la classe. Ainsi l'élève va réussir sa construction sans appliquer la définition institutionnelle du losange qui est d'avoir 4 côtés isométriques. Le parallélogramme est souvent défini comme étant le quadrilatère qui a deux paires de côtés parallèles. Là encore, l'élève pourra convoquer des propriétés qui n'ont pas nécessairement été institutionnalisées comme les côtés opposés de même longueur ou le fait qu'un parallélogramme est défini par deux côtés opposés parallèles et isométriques. Le parallélogramme est construit en position prototypique (les lignes du quadrillage sont un instrument de construction de droites parallèles) et la démarche de construction ne se réfère pas au répertoire didactique de la classe. La construction du trapèze est nettement plus simple dans la mesure où il suffit de suivre le quadrillage pour dessiner les deux bases du trapèze (trapèze isocèle ou trapèze rectangle très probablement). Même si les figures proposées par les élèves sont en position prototypique, on peut imaginer que la mise en commun ne sera pas simple : les solutions sont nombreuses (sauf dans le cas du losange dont les axes suivent le quadrillage); elles sont validées perceptivement tant par les élèves que par l'enseignant.

Dans l'exercice 4 (figure 6), l'élève doit repérer et identifier « 3 quadrilatères différents dans l'illustration » proposée. Mais qu'appelle-t-on « quadrilatères différents » ? Dans la mesure où ces quadrilatères doivent être désignés par leurs sommets, les parallélogrammes CNML et NFIM sont différents, et peuvent être identifiés comme tels par coloriage des surfaces, mais ce sont des quadrilatères de même nature. Quand on sait que la désignation des points par une lettre est en soi une activité difficile pour les élèves au primaire et qu'elle est très rarement institutionnalisée (Offre et al., 2006), on peut s'attendre à ce que les diverses désignations d'un quadrilatère qui en dépendent soit source de difficulté : CNML ou LMNC sont des désignations acceptables mais CLNM ne l'est pas! De plus, le seul losange qui soit dans la figure (CFIL) est la sur-figure des deux parallélogrammes. Il ne sera donc pas facile à repérer pour certains élèves, en particulier, ceux qui auront colorié les quadrilatères précédents. Enfin il est sans doute regrettable que les sommets du rectangle ne soient pas désignés. On avait là une sur-figure facile à repérer. Dans le guide de l'enseignant, le corrigé propose les trois natures de quadrilatères (parallélogramme, losange, trapèze) accompagnées des noms de chacun d'eux, sans autre commentaire. On peut imaginer que la mise en commun des réponses exactes se révélera délicate dans une classe de 25 élèves et que la précision sur le sens à donner à « différents » sera déterminante (définition du contrat didactique).

Si l'on fait le bilan de ces activités de réactivation, on peut constater que, parmi les propriétés caractérisant les quadrilatères qui ont pu être institutionnalisées les années antérieures, les égalités de longueur sont largement privilégiées. Sur l'ensemble de la leçon, le parallélisme et les angles droits ne sont évoqués que très rarement dans le guide de l'enseignant et aucune question ne porte sur le rectangle ou le carré. Enfin toutes les validations étant perceptives, on peut s'interroger sur la qualité du renforcement des apprentissages des élèves.

### *3.3. Mise en œuvre du dispositif de formation*

Dans le paragraphe qui suit, nous décrivons l'usage que nous faisons du manuel à l'université auprès des étudiants futurs enseignants. Nous verrons que le cadre d'analyse d'un dispositif de formation élaboré par l'équipe de la COPIRELEM permet de structurer la progression dans les questions de didactique et de mathématiques posées aux étudiants.

En effet, nous demandons toujours aux étudiants de faire les exercices tels qu'ils apparaissent dans les manuels, sans référence aucune au guide de l'enseignant. Ils sont alors dans les conditions de travail d'un élève, même si ce faisant, ils utilisent leurs propres connaissances et compétences qui ne sont pas toujours en lien avec le répertoire didactique d'un élève de 4^e^ ou de 5^e^ année primaire. On est bien au palier 0 du cadre d'analyse. Les connaissances mathématiques sont mobilisées en acte, dans le contexte de la tâche par les étudiants. L'ensemble de leurs réponses nous donne alors une information sur leurs connaissances mathématiques. Elles peuvent relever du niveau d'analyse de la théorie de van Hiele (ou davantage) ou du niveau d'identification-visualisation. Elles nous donnent aussi une indication sur le paradigme géométrique (GI ou GII) dans lequel les étudiants ont fonctionné et nous permet d'adapter le questionnement mathématique, didactique et pédagogique qui suivra. Ainsi à propos de l'exercice 4 extrait de Presto 5^e^ année (figure 6), certains étudiants vont donner comme réponse trois trapèzes de noms différents, d'autres vont donner les noms de trois quadrilatères de natures différentes, enfin certains vont dire avoir été embarrassés par le fait que les sommets du rectangle n'avaient pas de noms et qu'en conséquence ils n'ont repéré que deux quadrilatères différents, le trapèze et le parallélogramme. C'est l'occasion d'un premier contact avec le phénomène de transposition didactique : les connaissances et les compétences des enseignants et celles des élèves sont différentes.

Dans l'exercice 3 du même manuel (figure 5), il n'est pas rare que, dans la reproduction du segment MN, certains étudiants n'en respectent pas l'orientation dans le quadrillage ni la longueur, par choix pour se faciliter la tâche ou par mégarde. Une telle situation nous amène alors au palier 1 du modèle où l'étudiant est à la fois élève et enseignant. Un extrait des questions posées : Au plan pédagogique, quelle est la 1^re^ difficulté à laquelle les élèves vont être confrontés ? Vont-ils procéder comme vous l'avez fait ? Vont-ils comprendre la consigne comme vous l'avez fait ? Si non quelle autre interprétation peuvent-ils avoir et quelles en seront les conséquences ? Au plan didactique, après avoir posé les questions concernant les démarches prévisibles ou les erreurs attendues des élèves, nous prolongeons le travail d'analyse en nous concentrant par exemple, sur la question de l'orientation et de la longueur du segment MN, de façon à mettre en acte la notion de variable didactique. En questionnant les étudiants sur la compréhension que les élèves peuvent avoir de la consigne, nous précisons la notion de contrat didactique, puis les processus de formulations et de validations qui apparaîtront dans la classe (Margolinas, 1993). Au plan mathématique, à propos de cette tâche, nous explicitons les propriétés théoriques des quadrilatères mobilisées en lien avec l'orientation du segment MN en distinguant celles qui relèvent du programme de l'école primaire et doivent être institutionnalisées et celles qui ne le sont pas, en les associant aux différentes démarches, aux différents processus de formulation et de validation. En particulier nous évoquons le fait que certains élèves ont des connaissances mathématiques théoriques implicites parce que non institutionnalisées et n'appartenant pas au répertoire didactique de la classe, mais qu'ils mobilisent au cours de leurs constructions. Cette explicitation des propriétés théoriques est souvent très formatrice pour les étudiants. En effet, il n'est pas rare d'entendre: « Ah! Je savais que cette technique était bonne mais je ne savais pas pourquoi ! » Là encore, les réponses des étudiants nous renseignent sur les paradigmes géométriques dans lesquels ils fonctionnent. Le phénomène de transposition didactique est facile à démontrer dans la mesure où, pour un étudiant qui fonctionne en GII, l'orientation du segment MN n'a aucune importance dans la construction des quadrilatères mais pour un autre qui fonctionne en GI, donc dans une géométrie plus proche de celle d'un élève de primaire, elle sera déterminante et il lui sera plus difficile d'envisager plusieurs démarches de construction des quadrilatères.

Souvent les prolongements des questions précédentes relèvent du palier 2 du cadre d'analyse dans la mesure où des conditions de mise en œuvre de l'activité en classe sont envisagées; les étudiants sont alors en position d'enseignant et les questions d'ordre mathématique, didactique et pédagogique sont explicitées en contexte. En effet après avoir identifié, par exemple les variables didactiques, nous en décrivons les conséquences sur les démarches des élèves, leurs réussites ou leurs difficultés. Certaines modalités de différenciation et de gestion de classe peuvent être envisagées. Par exemple dans le cas l'activité de classification des quadrilatères extraite de Clicmaths 4$^{e}$ année (voir figure 1), les questions sont: dans quelles conditions envisagez-vous de mettre en œuvre cette activité en classe pour que vos élèves restent concentrés sur la tâche mathématique ? Comment pouvez-vous mettre en place une différenciation de cette tâche sans la dénaturer ? Les noms des quadrilatères n'apparaissent pas dans la consigne utilisée dans le manuel. Qu'en pensez-vous ? Comment envisagez-vous de synthétiser les deux activités de cette page du manuel, si toutefois une telle synthèse est souhaitable ? À propos des activités extraites du manuel Presto 5$^{e}$ année, la question est : À la suite de ces trois activités, quelle réactivation de leurs connaissances les élèves ont-ils faite ? Etc. C'est à ce niveau de questionnement que nous donnons aux étudiants les informations contenues dans le guide de l'enseignant. En effet, il nous semble important de les informer sur le fait que, même dans une situation d'urgence où ils pourront se retrouver, il est important d'avoir une bonne connaissance des intentions des auteurs pour une utilisation raisonnée, réfléchie, instrumentalisée du manuel. Nous essayons alors de développer chez les étudiants les compétences professionnelles liées à l'acte d'enseigner : concevoir et piloter des situations d'apprentissage.

À de très rares occasions, le questionnement peut se poursuivre comme décrit au palier 3 du cadre d'analyse : l'étudiant est en position d'enseignant et doit répondre à des questions concernant la progression dans les apprentissages des élèves. Par exemple, à propos des exercices de constructions de quadrilatères extraits de Clicmaths 4$^{e}$ année (figures 2 et 3), les questions seraient : Les exercices 1 et 5 sont présentés sur deux supports différents. Quelles sont les autres variables didactiques qui distinguent ces deux exercices ? À l'intérieur de l'exercice 5, quelles sont les démarches que les élèves peuvent suivre et comment aménager la tâche pour une progression dans la difficulté des constructions en lien avec les propriétés des quadrilatères telles qu'institutionnalisées ?

Au cours de leur formation, les étudiants ont aussi l'opportunité d'aborder le palier 3 dans d'autres cours (activités d'intégration, micro-enseignement.) ou, en fin de session, quand ils connaissent leur lieu de stage et qu'ils doivent préparer une séquence de mathématique dans sa globalité ou une activité pluridisciplinaire comme maths et sciences, ou maths et arts (Braconne-Michoux & Lemonchois, 2015) avec la collaboration de leur maître de stage ou de l'enseignant associé. Mais, à l'université de Montréal, ces activités ne dépendent pas du département de didactique.

## 4. Résultats

### *4.1. Le fonctionnement du cadre d'analyse*

Comme nous avons pu le constater, le cadre d'analyse d'une situation de formation permet de décrire l'activité du formateur et celle du formé, ici l'étudiant en formation initiale. En particulier nous avons pu utiliser les différents paliers du modèle pour préciser quelles connaissances étaient mobilisées et quelles compétences professionnelles étaient développées, qu'elles soient d'ordre mathématique, didactique ou pédagogique.

Un tel modèle est aussi intéressant pour le professeur responsable de la formation dans la mesure où il permet d'organiser, hiérarchiser les activités demandées aux étudiants. En effet, au fil des paliers, le modèle met en évidence une décontextualisation progressive des questions mathématiques, didactiques et pédagogiques, décontextualisation nécessaire pour un développement des compétences professionnelles : l'étudiant passe d'un statut d'élève à un statut d'enseignant, les connaissances mathématiques mobilisées sont tout d'abord en contexte puis décontextualisées, et il en est de même pour les connaissances didactiques et pédagogiques. Ainsi, à partir d'une activité proposée dans un manuel et le questionnement qui l'accompagne, les étudiants prennent conscience de leurs connaissances mathématiques et de leur adéquation à l'enseignement à l'école primaire. Ils développent aussi des compétences didactiques et pédagogiques.

### *4.2. L'intérêt pour la formation des étudiants*

Les étudiants sont amenés à utiliser les manuels dans d'autres situations durant leur formation initiale comme le micro-enseignement, le cours sur la différenciation (qui ne dépendent pas du département de didactique à l'université de Montréal) ou les stages. Mais l'étude approfondie d'activités contenues dans les manuels est une particularité du cours de didactique de la géométrie. Cette étude permet de mobiliser des connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques, en acte, en contexte puis de façon décontextualisée. Nous avons vu que le questionnement proposé participe du développement des compétences professionnelles : les étudiants apprennent à faire un usage instrumentalisé d'un manuel, manuel qu'ils retrouveront peut-être dans la classe où ils seront en stage le trimestre suivant.

Il est bien évident que, faute de temps, le questionnement sur toutes les activités n'est pas toujours aussi poussé que nous avons pu l'illustrer dans ce texte. Néanmoins, notre préoccupation est que les étudiants se l'approprient et comprennent qu'ils doivent l'étendre à l'ensemble de leur activité professionnelle car, pour reprendre les mots de Remillard (2010), « les modes d'engagement initiaux influencent fortement la manière dont les professeurs lisent et utilisent les ressources curriculaires » (ici, les manuels). Notre but est de rendre ce premier engagement aussi éclairé que possible en amenant les étudiants à faire un usage raisonné, réfléchi et instrumentalisé de cette ressource à laquelle ils auront accès. Leurs commentaires, après leur stage, indiquent qu'une telle formation est nécessaire et devrait être étendue à d'autres domaines.

## Discussion

Les auteurs du modèle considèrent que, dans une situation de formation, on peut proposer aux participants des activités relevant du palier 1 ou 2 pour ensuite « descendre » au palier 0 et « remonter » vers les paliers supérieurs. Dans le cadre de la formation initiale, une telle proposition nous semble difficilement envisageable : les connaissances des étudiants en didactique et en pédagogie sont en développement. Il est préférable de leur proposer les activités telles qu'elles se présentent dans la ressource et discuter de l'usage qu'ils pourront en faire en classe, mobilisant ainsi leurs connaissances en acte, ou en contexte pour les amener à une réflexion plus globale liée à la mise en œuvre de l'activité en classe, aux difficultés des élèves, etc. De plus, dans le cadre de la formation initiale, nous ne pouvons parcourir tous les paliers du modèle : nous n'en avons pas le temps, et ce n'est pas l'objet, nous semble-t-il, de la formation initiale. Il nous semble nécessaire d'amener les étudiants à un usage raisonné des ressources auxquelles ils ont accès et non pas de les préparer à la recherche. En revanche, ce modèle pourra être repris pour analyser les situations de formation à la maîtrise, qu'elle soit maîtrise professionnelle ou maîtrise de recherche. Ceci pourrait être l'objet d'une autre recherche.

## Références bibliographiques


Braconne-Michoux, A. & Lemonchois, M. (2015). Arts plastiques et géométrie; *Bulletin de l'AMQ*, LV(3), 13-31.

Braconne-Michoux, A. (2008). *Évolution des conceptions et de de l'argumentation en géométrie chez les élèves : paradigmes et niveaux de van Hiele à l'articulation CM2 – 6ème*. Thèse de doctorat, Paris Diderot Paris-7.

Bueno-Ravel, L. (2017). Usages de logiciels à l'école maternelle : travail documentaire et connaissances professionnelles des enseignants. A. Braconne-Michoux, P. Gibel & I. Oliveira (coord.), *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants*. (pp. 153-168). Québec : CRIRES.

Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2015). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. *Grand N,* 96, 71-89.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 5-31.

Gibel, P. (2008). Analyse en théorie des situations d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques à l'école primaire, *Annales de didactique et de sciences* cognitives, 15, 5-39, IREM de Strasbourg.

Guay, S. & Lemay, S. (2002). *Clicmaths. Volume 4 A* 2e cycle 2e année. Québec : éditions HRW.

Guay, S., Lemay, S. *et al*. (2002). *Clicmaths. Volume 4 A* 2e cycle 2e année. Guide de l'enseignement. Québec : éditions HRW.

Guille-Biel Winder, C., Petitfour, E., Masselot, P. & Girmens, Y. (2015). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles, *Actes d'EMF 2015, GT2, Espace mathématique francophone,* Alger, 159-272. Récupéré à http://emf2015.usthb.dz/actes.php

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1998-1999). Géométrie et paradigmes géométriques. *Petit x,* 51, 5-21.

Lacasse, C. (2003). *Presto*, 5e année. Québec : éditions CEC.

Lacasse, C. (2003). *Presto*, 5e année, guide de l'enseignant, Québec : éditions CEC.

Lyons, M. & Lyons, R. (2003). *Défi mathématique* 2e cycle 2e année. Québec : éditions Chenelière McGraw-Hill.

Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Winder, C. (2016). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles, affiche présentée au *séminaire ARDM*, Paris, mars 2016.

Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

MELS. (2009). *La progression des apprentissages au primaire.* Gouvernement du Québec : Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports.

MEQ. (2001). *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* Gouvernement du Québec : Ministère de l'éducation.

Parzysz, B. (1988). Knowing vs Seeing. *Educational Studies in Mathematics*, 19(1), 79-92.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Remillard, J. (2010). Modes d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires. Dans G. Gueudet & L. Trouche (dir.), *Ressources vives; le travail documentaire des professeurs de mathématiques*, (p. 201-216). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Offre, B, Perrin-Glorian, M.J. & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N*, 77, 7-34.

Van Hiele, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie. *Bulletin de l'APMEP,* 198, 199-205.

## Annexes I : extrait du référentiel de compétences[10] (MÉQ, 2001).


[10] Consulté sur Internet : http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/reseau/formation_titularisation/formation_enseignement_orientations_EN.pdf

## Annexe II : Extrait de la progression des apprentissages (partie géométrie - figures planes)

Le tableau qui suit présente le contenu associé à la géométrie. Les concepts et processus visés offrent des outils de plus en plus complexes pour développer et exercer les trois compétences en mathématique.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| → L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant. | Primaire | | | | | |
| ★ L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire. | | | | | | |
| L'élève réutilise cette connaissance. | $1^{er}$ cycle | | $2^{e}$ cycle | | $3^{e}$ cycle | |
| **C. Figures planes** | $1^{re}$ | $2^{e}$ | $3^{e}$ | $4^{e}$ | $5^{e}$ | $6^{e}$ |
| 1. Comparer et construire des figures composées de lignes courbes fermées ou de lignes brisées fermées | → | ★ | | | | |
| 2. Identifier des figures planes : carré, rectangle, triangle, losange, cercle | → | ★ | | | | |
| 3. Décrire des figures planes : carré, rectangle, triangle, losange | → | ★ | | | | |
| **Vocabulaire**<br>Ligne brisée, ligne brisée fermée, ligne courbe<br>Figure plane, côté<br>Carré, cercle, rectangle, triangle, losange | → | ★ | | | | |
| 4. Décrire des polygones convexes et non convexes | | | → | ★ | | |
| 5. Identifier et construire des droites parallèles et des droites perpendiculaires | | | → | ★ | | |
| 6. Décrire des quadrilatères (parallélisme, perpendicularité, angle droit, angle aigu, angle obtus, etc.) | | | → | ★ | | |
| 7. Classifier des quadrilatères | | | → | ★ | | |
| **Vocabulaire**<br>Quadrilatère, parallélogramme, trapèze, polygone<br>Polygone convexe, polygone non convexe, segment<br>*Est parallèle à; est perpendiculaire à*<br>**Symboles**<br>//, ⊥ | | | → | ★ | | |
| 8. Décrire des triangles : triangle scalène, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral | | | | | → | ★ |
| 9. Classifier des triangles | | | | | → | ★ |
| 10. Décrire le cercle | | | | | → | ★ |
| **Vocabulaire**<br>Triangle équilatéral, triangle isocèle, triangle rectangle, triangle scalène<br>Disque, angle au centre, diamètre, rayon, circonférence | | | | | → | ★ |

# Chapitre 10

## Le concept d'implication en formation des professeurs du second degré

***Virginie Deloustal-Jorrand***
*Université Lyon, Université C. Bernard, Laboratoire S2HEP, EA4148*
*ESPE de l'Académie de Lyon*
*virginie.deloustal-jorrand@univ-lyon1.fr*

### Introduction

La réintroduction, dans les programmes du lycée en France, du thème « initiation à la logique » oblige à repenser la formation des professeurs. Or certains concepts de logique, bien qu'étant au centre de l'activité mathématique, sont source de difficultés pour les professeurs. Celles-ci sont souvent dues à une identification des concepts mathématiques à ceux de la logique naturelle.

Par exemple, plusieurs recherches ont montré la difficulté d'appréhension du concept d'implication en mathématiques par différents publics tels que : étudiants en fin d'étude (Deloustal, 1999, 2000 ; Rogalski & Rogalski, 2004 ; Rolland, 1999 ou Fabert & Grenier, 2011), professeurs de mathématiques du second degré[1] en formation initiale (Deloustal-Jorrand, 2004) ou en poste (Durand-Guerrier, 1999). Il faut donc former les professeurs à enseigner la logique et pour cela il est, tout d'abord, nécessaire de renforcer leurs connaissances mathématiques. Or, les recherches ont montré que le maniement des tables de vérités ne suffisait pas à appréhender totalement l'implication (Deloustal, 2000 ; 2004). De plus, cette activité ne figure pas dans les objectifs du programme de lycée où l'on précise que « les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne doivent pas faire l'objet de cours spécifiques mais doivent prendre naturellement leur place dans tous les chapitres du programme » (MEN, France, 2009, p. 1).

De plus, former les professeurs, c'est aussi les aider à construire des connaissances didactiques et en outre les aider à développer leurs compétences « de terrain ». Or certaines situations issues de la recherche paraissent susceptibles de permettre de questionner et compléter les connaissances des professeurs sur l'implication, les conditions nécessaires et suffisantes, la négation de l'implication ou encore la quantification universelle. Elles permettent aussi de travailler sur la différence entre logique mathématique et logique naturelle comme cela est préconisé par les programmes.

Nous nous posons donc, dans cet article, la question de savoir comment ces résultats de recherches pourraient être utilisés comme ressources pour préparer une séquence de formation des

---

[1] En France, le second degré comprend le collège (4 années pour des élèves entre 11 et 15 ans) suivi du lycée (3 années pour des élèves de 15 à 18 ans). Les professeurs du second degré peuvent être affectés à un collège ou un lycée selon les besoins.

professeurs du second degré articulée autour du concept d'implication. En particulier, comment cette séquence pourrait-elle aider à développer différentes compétences professionnelles telles que la maîtrise de sa discipline, la maîtrise de la didactique de sa discipline, la conception de situations d'apprentissage et la mise en œuvre de situations d'apprentissage ? Cet article n'a pas l'ambition de présenter une recherche complète mais montre comment une séquence, déjà testée en formation, peut répondre à ces questions grâce à une analyse préalable approfondie et quelques premiers résultats. Dans une première partie, nous présenterons succinctement les résultats de recherche sur lesquels nous nous appuyons. Dans la deuxième partie, une analyse mathématique et didactique nous permettra de justifier nos choix pour la séquence de formation proposée. Quelques résultats sur la construction des compétences professionnelles seront présentés puis discutés dans une dernière partie.

## 1. Cadre théorique

Nous présentons très succinctement dans cette partie les différents travaux sur lesquels nous nous sommes appuyée pour construire notre séquence de formation. Nous invitons le lecteur à se référer à ces travaux pour plus de détails.

### *1.1. La quantification universelle implicite d'une implication*

Durand-Guerrier (1999) a montré comment une pratique ancrée chez les professeurs du second degré en France les amène à traiter les implications comme implicitement universellement quantifiées. En outre, elle a montré, comment cela peut entraîner une difficulté d'enseignement puisque ce n'est pas le cas pour la plupart des élèves : la différence d'interprétation par les élèves et les professeurs devient alors source d'incompréhension. Sa conclusion est que le raisonnement sur les prédicats et l'explicitation des quantifications peuvent être judicieux pour l'enseignement de la logique. Nous avons donc choisi de proposer la situation du labyrinthe, issue de ses recherches, pour amener les professeurs à questionner cette pratique implicite si répandue et voir comment rendre explicite la quantification universelle lorsque nécessaire.

### *1.2. L'implication mathématique : conception causale-temporelle*

Dans notre travail de recherche en formation des professeurs (Deloustal, 1999 ; Deloustal-Jorrand, 2004), nous avons mis en lumière ce que nous avons appelé une « conception causale-temporelle de l'implication ». Cette conception se traduit par le fait que dans l'implication $A \Rightarrow B$, on voit souvent le fait que « A est la cause de B » et, par suite, que « A vient avant B ». Nous avons montré que cette conception était présente dans la logique naturelle et qu'elle était aussi renforcée dans les manuels français. Cette conception est à l'origine de certaines difficultés, comme la compréhension des conditions nécessaires. En effet, si l'on considère que dans $A \Rightarrow B$, « A vient avant B », comment accepter que B soit une condition nécessaire pour A ? C'est pourquoi nous avons choisi d'inclure, dans la formation, une situation qui permette de revenir sur la définition formelle de l'implication, qui permette de questionner les cas où la prémisse est fausse et qui puisse donner une explication à la table de vérité souvent incomprise car non naturelle.

### *1.3. Les conditions nécessaires et suffisantes*

Dans notre thèse de doctorat (Deloustal-Jorrand, 2004), nous avons montré comment des professeurs stagiaires avaient eu de grandes discussions à propos de conditions nécessaires et suffisantes en cherchant un problème mettant en jeu de la géométrie de niveau collège. À cette occasion, nous avons vu les difficultés à différencier condition nécessaire et condition suffisante d'une part, implication / réciproque / équivalence d'autre part.

Rolland (1999) a montré que la condition nécessaire est souvent mal appréhendée par les étudiants d'université : ils identifient la condition nécessaire avec une condition suffisante minimale. Pour les étudiants, une condition nécessaire pour A ne serait alors pas la condition B vérifiant $A \Rightarrow B$, mais plutôt une condition C telle que C est minimale et $C \Rightarrow A$. Par exemple, pour les parallélogrammes, la condition avoir 4 angles droits n'est pas reconnue comme une condition nécessaire pour être un rectangle. La raison invoquée est qu'un angle droit suffit (condition suffisante minimale). Nous faisons donc le choix d'inclure une situation qui puisse questionner la notion de condition nécessaire.

Nous faisons alors l'hypothèse qu'il est possible de construire une séquence de formation sur l'implication autour de trois situations issues de ces recherches : *labyrinthe* (Durand-Guerrier, 1999), *tableau pair/impair* (Deloustal, 2000) et *activités condition nécessaire et suffisante* (Rolland, 1999). Notre hypothèse est qu'une telle séquence pourrait aider les professeurs à développer à la fois la compétence de « maîtrise de la discipline et de sa didactique » mais aussi les compétences professionnelles de conception et mise en œuvre de situations d'apprentissage.

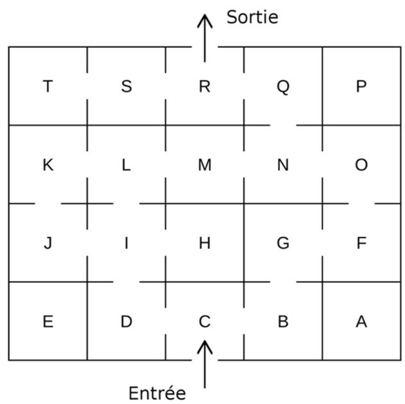
## 2. Méthodologie : analyse des situations

Cet article n'a pas l'ambition de présenter une recherche empirique car nous n'avons pas organisé les conditions du recueil de données. Néanmoins, nous souhaitons montrer dans ce paragraphe comment nous avons construit cette séquence afin qu'elle nous permette de mettre à l'épreuve nos hypothèses. Les analyses préalables mathématiques et didactiques de ces situations décrivent les comportements attendus et explicitent les choix qui ont été faits. La séquence présentée ici comporte deux séances de deux heures chacune environ, sachant que la formation durait au total seulement six heures.

Le public de cette formation est composé de professeurs-stagiaires de mathématiques enseignant dans le second degré. Ces professeurs-stagiaires suivent une formation en alternance pendant une année : ils sont à la fois professeurs en poste à mi-temps et étudiants en deuxième année de master enseignement. C'est, pour la plupart d'entre eux, la première année qu'ils enseignent. Ils sont pour certains en collège (élèves de 11 à 15 ans) et pour d'autres en lycée (élèves de 15 à 18 ans). Nous les nommerons « professeurs-stagiaires » dans la suite de l'article bien qu'ils aient le statut d'étudiant lorsqu'ils sont en formation puisque ce sont leurs compétences professionnelles qui sont en question.

### 2.1. *Situation Le labyrinthe*

Cette situation est issue du document EVAPM2/91[2] et a été analysée par Durand-Guerrier (1999).




**Le labyrinthe**

Extrait de la brochure EVAPM2/91

<u>Voici un labyrinthe</u>

**Lire attentivement les lignes ci-dessous avant de répondre aux questions.**

Une personne que nous appellerons X a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, <u>sans jamais être passée deux fois par la même porte</u>.

Les pièces sont nommées A, B, C... comme il est indiqué sur la figure.

Il est possible d'énoncer des phrases qui aient un sens par rapport à la situation proposée et sur la vérité desquelles on puisse se prononcer (VRAI ou FAUX), ou qui peuvent être telles que les informations que l'on possède ne suffisent pas pour décider si elles sont vraies ou fausses (ON NE PEUT PAS SAVOIR).

Par exemple, la phrase « X est passée par C » est une phrase VRAIE.

*En effet, on affirme que X a traversé le labyrinthe, et C est la seule pièce d'entrée.*

Pour chacune des six phrases suivantes, dire si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou si ON NE PEUT PAS SAVOIR, et, dans chaque cas, expliquez votre réponse.

Phrase n°1 : « X est passé par P »

Phrase n°2 : « X est passé par N »

Phrase n°3 : « X est passé par M »

Phrase n°4 : « Si X est passé par O, alors X est passé par F »

Phrase n°5 : « Si X est passé par K, alors X est passé par L »

Phrase n°6 : « Si X est passé par L, alors X est passé par K »

[2] Le document complet donne les résultats d'une évaluation proposée en 1991 par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP).

#### 2.1.2. Analyse didactique de la situation

À la phrase 6, il y a deux types de réponses possibles liés à deux interprétations différentes.

- Premier type de réponse : « Faux, X peut être passé par L sans être passé par K »
- Deuxième type de réponse : « On ne peut pas savoir, X est peut-être passé par K ou peut-être par I »

La première réponse est liée à l'interprétation de la question comme : « Sur tous les trajets possibles, si un trajet passe par L alors il passe par K ». Une quantification universelle implicite est sous-entendue et on répond que cette phrase est fausse puisqu'il existe un contre-exemple.

La deuxième réponse est liée à l'interprétation de la situation par : « Monsieur X a traversé ce labyrinthe, il en est sorti et je ne connais pas son trajet ». On ne peut alors pas dire si l'implication est vraie ou fausse puisqu'on ne connaît ni la valeur de l'antécédent ni la valeur de la conclusion.

Durand-Guerrier (1999) rapporte que les professeurs donnent très majoritairement la première interprétation à cette situation alors que les élèves de Seconde[3] (même ceux qui réussissent en mathématiques ; élèves de 16 ans) donnent très majoritairement la seconde interprétation. V. Durand-Guerrier montre comment la situation telle qu'elle est présentée (« Une personne que nous appellerons X a traversé le labyrinthe ... »), s'apparente plus à la première interprétation qui est d'ailleurs celle que choisissent aussi les professeurs pour le traitement de la phrase 3.

Elle donne enfin ses objections à une quantification universelle implicite dans les pratiques des professeurs, proposant des pistes pour la rendre facilement explicite.

Nous faisons donc le choix d'utiliser cette situation car elle nous permettra de consolider les connaissances didactiques des professeurs sur les conceptions des élèves (et aussi les leurs dont ils ne sont pas toujours conscients). Nous pourrons aussi leur donner des pistes pour faire évoluer leurs pratiques professionnelles en ce qui concerne cette prise en compte explicite de la quantification.

### *2.2 Situation Le tableau pair/impair*

#### 2.2.1. Présentation de la situation

Cette situation (Deloustal, 2000, 2004) vise, d'une part, à questionner les connaissances des professeurs débutants sur la table de vérité de l'implication et, d'autre part, à questionner leur prise en compte d'une implication comme universellement quantifiée ou non.

[3] La Seconde est la première année du lycée en France, c'est-à-dire la 5$^{ème}$ année du secondaire, élèves de 15-16 ans.

**Tableau 1: Premier tableau**

| $Soit\ k \in \mathbb{N}$, | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a) $k\ pair\ \Rightarrow k+1\ pair$ | | | | |
| b) $k\ pair\ \Rightarrow k+1\ impair$ | | | | |
| c) $k\ impair\ \Rightarrow k+1\ pair$ | | | | |
| d) $k\ impair\ \Rightarrow k+1\ impair$ | | | | |

**Tableau 2: Second tableau**

| | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a') $3\ pair \Rightarrow\ 4\ pair$ | | | | |
| b') $3\ pair \Rightarrow\ 4\ impair$ | | | | |
| c') $3\ impair \Rightarrow\ 4\ pair$ | | | | |
| d') $3\ impair \Rightarrow\ 4\ impair$ | | | | |

#### 2.2.2. Analyse mathématique du premier tableau

Dans le premier tableau, l'expression «$Soit\ k \in \mathbb{N}$» est ambiguë, elle peut être comprise de deux manières différentes.

La première interprétation est : « soit n'importe quel $k$ entier » ou encore « quel que soit l'entier $k$ ». Les implications qui suivent sont alors des implications universellement quantifiées : (a) $\forall k \in \mathbb{N}, k\ pair \Rightarrow k+1 pair$.

En conséquence, ces implications sont fausses dès que l'on peut trouver un contre-exemple. En conclusion, dans cette interprétation, les implications (a) et (c) sont fausses puisque $k=2$ (resp. $k=3$) est un contre-exemple pour (a) (resp. (c). En revanche, (b) et (d) sont vraies : il n'y a pas de contre-exemple puisque tout nombre pair a un successeur impair (et réciproquement).

Mais il existe une deuxième interprétation qui est : « soit $k$ un entier fixé que je ne connais pas », les implications qui suivent dépendent alors de la parité de $k$ que l'on ne connaît pas. Pour (a) «$Soit\ k \in \mathbb{N}\ fixé\ (non\ connu), k\ pair \Rightarrow k+1\ pair$», cette implication peut être vraie ou fausse suivant la parité de $k$. Par exemple, si $k=4$, alors l'antécédent « $k$ *pair* » est vrai et la conclusion « $k+1\ pair$ » est fausse donc l'implication est fausse. En revanche, si $k=3$, alors l'antécédent est faux et l'implication est donc vraie. On ne peut donc pas décider si la phrase (a) est vraie ou fausse, cela dépend de la parité de $k$ que l'on ne connaît pas. Il faut donc répondre, ici, « on ne peut pas savoir ». La phrase (d) se traite de la même manière. Cependant, les questions (b) et (c) sont tout le temps vraies quelle que soit la parité de $k$.

Les deux types de réponses sont illustrés ci-dessous :

**Tableau 3: Réponses au 1er tableau**

| $Soit\ k \in \mathbb{N}$, | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a) $k\ pair\ \Rightarrow k+1\ pair$ | | * | # | |
| b) $k\ pair\ \Rightarrow k+1\ impair$ | * # | | | |
| c) $k\ impair\ \Rightarrow k+1\ pair$ | * # | | | |
| d) $k\ impair\ \Rightarrow k+1\ impair$ | | * | # | |

Ces deux types de réponses sont recevables selon le point de vue que l'on adopte : quantification universelle ou non.

### 2.2.3 Analyse mathématique du second tableau

En s'appuyant sur la table de vérité de l'implication - une implication n'est fausse que dans le cas où l'antécédent est vrai et la conclusion fausse - on déduit que la réponse correcte est :

**Tableau 4: Réponses au second tableau**

| | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a') 3 pair ⇒ 4 pair | * | | | |
| b') 3 pair ⇒ 4 impair | * | | | |
| c') 3 impair ⇒ 4 pair | * | | | |
| d') 3 impair ⇒ 4 impair | | * | | |

### 2.2.4. Analyse didactique de la situation

Pour le premier tableau, d'après les résultats de V. Durand-Guerrier présentés précédemment, on peut s'attendre à ce que les étudiants répondent majoritairement selon la première interprétation.

Pour le second tableau, nous avons choisi des implications dans lesquelles il n'y a pas de doute sur la valeur de vérité de l'antécédent et de la conclusion (« 3 est impair » est vrai par exemple). Cela nous permettra de mettre l'accent sur la recherche de la valeur de vérité de l'implication, tout le monde étant d'accord sur les valeurs de vérité des antécédents et conclusions. Néanmoins, nous nous attendons quand même à ce que la valeur de vérité de l'antécédent soit questionnée comme nous le montrons dans le troisième type de réponse ci-dessous.

Trois types de réponses sont attendus :

- Premier type : réponse précédente (connaissance de la table de vérité de l'implication).
- Deuxième type :

| | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a') 3 pair ⇒ 4 pair | | * | | |
| b') 3 pair ⇒ 4 impair | | * | | |
| c') 3 impair ⇒ 4 pair | * | | | |
| d') 3 impair ⇒ 4 impair | | * | | |

Les justifications peuvent être variables ; deux arguments sont prédominants :

- a') et b') sont fausses car « 3 pair » est une proposition fausse.
- a') et d') sont fausses car « deux nombres consécutifs ne peuvent avoir même parité ».

- Troisième type :

| | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| a') 3 pair ⇒ 4 pair | | * | | |
| b') 3 pair ⇒ 4 impair | * | | | |
| c') 3 impair ⇒ 4 pair | * | | | |
| d') 3 impair ⇒ 4 impair | | * | | |

L'argument prédominant est que l'implication est vraie si et si seulement si la parité change entre deux nombres consécutifs.

On obtient aussi des réponses mixtes reprenant certains arguments et pas d'autres. On voit également apparaître les arguments :

- b') est vraie car sa contraposée « 4 pair ⇒ 3 impair » est vraie.
- b') on ne peut pas savoir car ça dépend si 3 est un nombre pair ou un nombre impair.

Nous faisons le choix d'utiliser cette situation car elle nous permettra à la fois de renforcer des connaissances mathématiques (table de vérité), de construire des connaissances didactiques (conception causale de l'implication) et de revenir sur la pratique professionnelle courante de la quantification universelle implicite.

### 2.3. Situation Conditions nécessaires et suffisantes

#### 2.3.1. Présentation de la situation

Cette situation (Rolland, 1999) est centrée sur les conditions nécessaires et suffisantes.

**Activité 1 :**

Soit la phrase : « $x^2$ se termine par 996 si le nombre $x$ se termine par 114 ».

$A$ si $B$

Les phrases suivantes sont-elles équivalentes à la phrase donnée (A si B) ?

| | | OUI | NON | Je ne sais pas |
|---|---|---|---|---|
| a) | *Pour que A il faut que B* | | | |
| b) | *Pour que B il faut que A* | | | |
| c) | *Pour que A il suffit que B* | | | |
| d) | *Pour que B il suffit que A* | | | |
| e) | $A \Rightarrow B$ | | | |
| f) | $B \Rightarrow A$ | | | |
| g) | $Non\ A \Rightarrow Non\ B$ | | | |
| h) | $Non\ A \Rightarrow Non\ B$ | | | |
| i) | *Non B si A* | | | |
| j) | *B seulement si A* | | | |

**Activité 2 :**

« Un parallélogramme qui a deux angles droits est un rectangle. »

La condition avoir deux angles droits est-elle nécessaire ?

#### 2.3.2. Analyse mathématique de la première activité

La première phrase « $x^2$ se termine par 996 si le nombre $x$ se termine par 114 » peut être un appui au raisonnement mais n'est pas nécessaire puisque la réponse peut être donnée sans tenir compte des contenus sémantiques, en s'appuyant uniquement sur les expressions mathématiques.

Rappelons que lorsqu'on a une implication $P \Rightarrow Q$, on dit, en mathématiques, que « $P$ est une condition suffisante pour $Q$ » et que « $Q$ est une condition nécessaire pour $P$ ». Une condition nécessaire pour $P$ est une condition qui est forcément vraie dès que $P$ est vraie, c'est donc bien une condition $Q$ telle que $P \Rightarrow Q$. Cette définition mathématique est différente de l'acception habituelle du terme « condition nécessaire », ce qui est à l'origine de nombreuses erreurs.

Dans notre cas, la phrase « $A$ si $B$ », qui est identique à la phrase « si $B$ alors $A$ » correspond à l'implication $B \Rightarrow A$, ce qui peut être traduit par : « $B$ est une condition suffisante pour $A$ » ou « $A$ est une condition nécessaire pour $B$ ». Il s'ensuit que le tableau peut être rempli ainsi :

| | | OUI | NON | Expressions équivalentes |
|---|---|---|---|---|
| a) | *Pour que A il faut que B* | | X | $B$ *CN* pour $A$ ; $A \Rightarrow B$ |
| b) | *Pour que B il faut que A* | X | | $A$ *CN* pour $B$ ; $B \Rightarrow A$ |
| c) | *Pour que A il suffit que B* | X | | $B$ *CS* pour $A$ ; $B \Rightarrow A$ |
| d) | *Pour que B il suffit que A* | | X | $A$ *CS* pour $B$ ; $A \Rightarrow B$ |
| e) | $A \Rightarrow B$ | | X | |
| f) | $B \Rightarrow A$ | X | | |
| g) | $Non\ A \Rightarrow Non\ B$ | X | | contraposée de $B \Rightarrow A$ |
| h) | $Non\ B \Rightarrow Non\ A$ | | X | contraposée de $A \Rightarrow B$ |
| i) | *Non B si A* | | X | Si $A$ alors Non $B$ ; $A \Rightarrow Non\ B$ |
| j) | *B seulement si A* | X | | $A$ est une *CN* pour $B$ ; $B \Rightarrow A$ |

### 2.3.3. Analyse didactique de la première activité

En général, les conditions suffisantes, les implications et les contraposées sont plutôt bien réussies par les étudiants. Les items sur les conditions nécessaires sont assez mal réussis, cela étant souvent lié à une conception causale-temporelle de l'implication comme le font ressortir les argumentations.

Enfin l'item j) est souvent ressenti comme le plus difficile à traiter par les professeurs. Pour pouvoir donner son expression sous la forme d'une implication, on peut, d'une part, s'appuyer sur les conditions nécessaires : « $B$ seulement si $A$ », cela signifie qu' « on ne peut pas avoir B si on n'a pas $A$ » et donc « $A$ est une condition nécessaire pour $B$ », c'est-à-dire « $B \Rightarrow A$ ». On peut, d'autre part, s'appuyer sur l'équivalence $B \Leftrightarrow A$ qui se dit « B si et seulement si $A$ », une fois qu'on a associé l'implication $B \Rightarrow A$ à l'expression « $B$ si $A$ », on en déduit que l'expression « $B$ seulement si $A$ » correspond à l'implication réciproque $B \Rightarrow A$.

#### 2.3.4. Analyse mathématique et didactique de la deuxième activité

Si on nomme $A$ la condition « être un rectangle » et $B$ la condition « avoir deux angles droits ». Dans les parallélogrammes, il est clair que ces deux conditions sont équivalentes : $B \Leftrightarrow A$. Il en résulte, en particulier que $A \Rightarrow B$ et que $B$ est bien une condition nécessaire pour $A$.

Cependant, une grande majorité des étudiants répondent que, dans les parallélogrammes, la condition « avoir deux angles droits » n'est pas une condition nécessaire pour être un rectangle puisque « il suffit d'avoir un angle droit pour être un rectangle ». Ils argumentent donc en donnant l'implication : $C \Rightarrow A$, sachant implicitement que $B \Rightarrow C$ ($C$ : « avoir un angle droit »). C'est ce que J. Rolland (1999) a appelé la conception de la « condition nécessaire comme condition suffisante minimale ». Il s'agit bien de cela ici, puisque c'est parce que « avoir 2 angles droits » n'est pas une condition minimale qu'elle n'est pas reconnue comme étant nécessaire.

Nous faisons le choix d'intégrer cette situation dans notre séquence car elle nous permet d'aborder la notion de condition nécessaire qui paraît claire alors qu'elle est, souvent, mal interprétée. Cette situation devrait nous permettre de renforcer la compétence de maîtrise de la discipline (condition nécessaire, expression « seulement si ») et d'aborder des connaissances didactiques (condition nécessaire vue comme condition suffisante minimale, difficultés à reconnaître de l'interprétation de l'expression « $A$ si B » confondue parfois avec « si $A$ alors B »).

### *2.4. Des choix de mise en œuvre*

Le lecteur pourra se reporter à l'annexe 2 où le déroulement de la séquence sur 2 séances est présenté en détails. Nous ne présentons ici que les choix de mise en œuvre qui influent, à notre sens, sur le développement des compétences des professeurs-stagiaires.

#### 2.4.1. Travail individuel / Débat collectif

Pour les trois situations, nous demandons d'abord aux professeurs-stagiaires de chercher individuellement pendant 5 à 10 minutes avant de mettre en commun les réponses. Nous faisons ce choix pour permettre un débat plus riche, car nous pensons qu'ainsi chacun aura eu l'opportunité de se poser des questions et de se forger sa conviction qu'il pourra défendre lors du débat. Nous faisons l'hypothèse que c'est grâce à la confrontation des arguments et au conflit sociocognitif qu'un apprentissage pourra avoir lieu.

#### 2.4.2. Mise en commun

Lors des mises en commun, nous recensons les différentes réponses, sans entamer le débat. Les professeurs-stagiaires sont souvent déstabilisés de voir que leurs pairs n'ont pas les mêmes réponses, c'est pourquoi l'argumentation devient nécessaire. Pour la situation du deuxième tableau pair/impair, nous obtenons au moins les trois types de réponses décrits ci-dessus. Nous organisons le débat, laissant la parole en dernier à ceux qui s'appuient sur les tables de vérité. En effet, la table de vérité apparaît souvent comme un argument d'autorité et nous pensons qu'il est préférable, pour le débat, que d'autres types d'arguments aient d'abord été présentés.

### 2.4.3. Débat mathématique

Le débat reprend les caractéristiques d’un débat mathématique au sens de Legrand (1988). Les arguments échangés doivent être des arguments mathématiques. Les professeurs-stagiaires ne changent d’avis que lorsqu’ils sont convaincus et non sous l’influence d’une pression quelle qu’elle soit. Nous faisons l’hypothèse, en effet, que de réels apprentissages ne peuvent avoir lieu si l’on n’obtient pas la conviction intime de l’apprenant.

### 2.4.4. Apport d’une réponse fictive

Les professeurs-stagiaires donnent, le plus souvent, tous la même réponse aux situations *Labyrinthe* et *Premier tableau pair/impair*. Ils interprètent tous (ou presque) les implications comme étant universellement quantifiées. C’est pourquoi, pour problématiser cette quantification et pour que le débat ait lieu, nous enrichissons la situation en leur donnant à étudier une réponse fictive :

« Voici une réponse qui nous a été donnée :

| $Soit\ k \in \mathbb{N}$, | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| *a)* $k\ pair \Rightarrow\ k+1\, pair$ | | * | | |
| *b)* $k\ pair \Rightarrow\ k+1\, impair$ | * | | | |
| *c)* $k\ impair \Rightarrow\ k+1\, pair$ | * | | | |
| *d)* $k\ impair \Rightarrow\ k+1\, impair$ | | * | | |
| *a') 3 pair* $\Rightarrow$ *4 pair* | | * | | |
| *b') 3 pair* $\Rightarrow$ *4 impair* | * | | | |
| *c') 3 impair* $\Rightarrow$ *4 pair* | * | | | |
| *d') 3 impair* $\Rightarrow$ *4 impair* | | * | | |

La justification est la suivante : Je reprends le premier tableau en prenant $k = 3$. »

La justification paraît tout à fait convaincante aux professeurs-stagiaires. Cependant, ils savent que les réponses au deuxième tableau sont fausses : ils sont donc face à une contradiction. C’est cette contradiction qui nous permet de problématiser la quantification implicite et c’est dans cet objectif que nous apportons une réponse fictive.

Il faut du temps pour qu’ils parviennent à dégager l’idée de quantification universelle dans le premier tableau. Nous discutons alors des deux interprétations possibles de l’expression «$Soit\ k \in \mathbb{N}$ ». En lien avec la situation *Labyrinthe*, nous nous attachons à montrer comment, de manière générale, les professeurs interprètent cette phrase comme étant universellement quantifiée alors que leurs élèves ne le font pas. Nous développons enfin les objections émises par V. Durand-Guerrier (1999) à cette pratique implicite et les possibilités pour la rendre explicite en changeant légèrement les énoncés donnés aux élèves. Ainsi, nous espérons les aider à prendre du recul sur une pratique qui leur paraît naturelle (tellement naturelle, que certains ne comprennent pas l’autre interprétation) et leur donner des outils pour les aider dans la conception d’exercices.

### *2.5. Des compléments mathématiques et didactiques aux situations*

#### 2.5.1. Table de vérité de l'implication

Lors de la mise en commun autour de la situation du deuxième tableau pair/impair, la table de vérité de l'implication apparaît. Qu'ils connaissent ou non cette table de vérité, les valeurs de vérité de l'implication, dans le cas de l'antécédent faux, leur paraissent souvent décidées arbitrairement. Nous montrons donc sur quels choix et contraintes est bâtie la table de vérité (cf. annexe 1). Nous finissons en établissant : $A \Rightarrow B \equiv Non\ A\ ou\ B$.

Cette équivalence permet de lever des ambiguïtés sur la valeur de vérité d'une implication lorsque la prémisse est fausse. Elle permet aussi de contrer la conception causale de l'implication, en ce sens qu'elle permet de voir que la vérité de l'implication $A \Rightarrow B$ ne dépend que des valeurs de vérité de $A$ et de $B$. Enfin, cette équivalence permet de donner du sens à la négation de l'implication. En effet, la négation de l'implication $A \Rightarrow B$ est donc la négation de $Non\ A\ ou\ B$ c'est-à-dire $A\ et\ NonB$.

#### 2.5.2. Négation de l'implication

Les situations proposées amènent, à un moment ou à un autre, à questionner la négation de l'implication. Nos évaluations diagnostiques montrent, en effet, des erreurs récurrentes des professeurs-stagiaires. La négation de l'implication $A \Rightarrow B$ ($A\ et\ NonB$) est souvent écrite comme une autre implication telle que $A \Rightarrow Non\ B$ ou $Non\ A \Rightarrow Non\ B$ voire même $Non\ B \Rightarrow NonA$.

L'expérimentation de Durand-Guerrier et Njomgang Ngansop (2009) a montré des difficultés similaires des élèves à la transition lycée/université. Nous nous appuyons donc sur la table de vérité et sur cette recherche pour apporter un regard mathématique et didactique sur ces erreurs.

#### 2.5.3. Logique naturelle-logique mathématique

Au cours de la séquence, il est nécessaire d'aborder les liens et différences entre logique naturelle et logique mathématique. Ceci est d'autant plus nécessaire que c'est un travail qui est mentionné dans les programmes de Seconde. Ceux-ci préconisent, en effet, d'amener les élèves à « *distinguer les principes de la logique mathématique de ceux du langage courant et, par exemple, à distinguer implication mathématique et causalité* » (MEN, 2009 p. 1). Les situations sur le deuxième tableau pair/impair et sur les conditions nécessaires et suffisantes permettent d'engager cette discussion. Nous nous appuyons alors sur nos travaux (Deloustal-Jorrand, 2004) et ceux de Rogalski et Rogalski (2004) pour montrer la confusion entre implication, réciproque et équivalence en logique naturelle. Nous utilisons aussi ceux de Fabert et Grenier (2011), pour montrer que les élèves à la transition lycée/université n'interprètent pas de la même façon l'expression « Si $B$ alors $A$ » et l'expression « $A$ si $B$ » qu'ils confondent parfois avec la réciproque. Enfin, nous présentons la règle du maximum d'information exprimée par Dumont. Cette règle exprime le fait que les conventions de langage font que « *[les auditeurs] reçoivent donc une information le plus souvent supérieure à celle contenue en apparence dans la parole [des locuteurs]* » (Dumont cité dans Legrand, 1983 p. 70). En particulier, si « *[le locuteur] n'en dit pas plus, c'est qu'il n'est pas en mesure de le faire* » (*ibid*.). Ce qui, d'après Dumont, entraîne, dans la classe, la règle : « *si le maître ne dit pas quelque chose, c'est que cette chose n'a pas lieu* » (*ibid*.). Par exemple, si le professeur annonce que $ABCD$ est un rectangle, certains élèves en concluront que ce n'est pas un carré, sinon « le professeur l'aurait dit ». Dans le cadre de l'implication, Legrand en déduit que « *dans le langage courant, l'implication 'Si…alors…' est presque systématiquement interprétée comme une équivalence ; par exemple : quand je dis : 'S'il fait beau, je sortirai', si je suis sorti, 'logiquement' la plupart des gens en concluent : 'il a fait beau'. En fait, on ne peut rien conclure en termes de certitude, mais il faut bien reconnaître qu'il y a contradiction apparente à 'sortir quand il fait mauvais' après avoir précisé 'qu'en cas de beau temps on sortirait'* » (Legrand, 1983 p. 65).

#### 2.5.4. Analyse de manuels

Notre formation s'adressant à des professeurs-stagiaires, il nous a semblé nécessaire d'inclure une analyse de manuels à cette formation. On trouve, dans de très nombreux manuels, des passages où la logique mathématique est identifiée à la logique naturelle et des exercices où l'implication est implicitement quantifiée sans que cela ne soit dit par les auteurs. C'est donc sur ces deux points que portent généralement les discussions. En conséquence, cette analyse de manuels ne pourrait pas se faire sans que les professeurs-stagiaires aient vécu les situations *labyrinthe* et *tableau pair/impair*. C'est parce que les situations ont permis de problématiser ces aspects de l'implication que les professeurs-stagiaires peuvent porter un regard vigilant sur les manuels et en proposer une analyse pertinente. Sans ce vécu préalable, cette analyse didactique ne peut avoir lieu.

Ces apports doivent permettre aux professeurs-stagiaires de construire des connaissances mathématiques et didactiques, notamment en termes de conceptions des élèves.

## 3. Quelques résultats et discussion

La situation présentée ici n'a pas été testée dans le cadre d'une recherche empirique. Nous n'avons donc pas mis en œuvre de méthodologie de recueil de données. Néanmoins, cette situation a été mise en œuvre plusieurs fois en formation et c'est ainsi que nous avons pu obtenir quelques résultats qualitatifs. Les productions sont issues, entres autres, des évaluations diagnostiques et finales qui ont lieu en début et en fin de formation. De plus, les mêmes questionnements et arguments apparaissent à chaque formation. Ils sont tels que prévus par l'analyse préalable, ce qui nous permet de considérer celle-ci fiable. Ainsi, en réponse à notre questionnement, nous pouvons donner des éléments montrant un développement des compétences professionnelles des professeurs débutants.

### *3.1. Développement de la compétence « la discipline et sa didactique »*

#### 3.1.1. Maîtriser le concept d'implication

Notre évaluation diagnostique nous amène à faire un constat assez alarmant sur les connaissances mathématiques de ces professeurs débutants. En effet, 19 sur 27 ont donné une négation de l'implication incorrecte et 19 sur 25 ne savaient pas reconnaître la condition nécessaire dans une implication. Par exemple, en ce qui concerne la situation « Conditions nécessaires et suffisantes », nos résultats montrent que pour l'implication $B \Rightarrow A$ les professeurs-stagiaires ont du mal à reconnaître que :

- $A$ est une condition nécessaire pour $B$ (19 erreurs sur 25 copies)
- L'expression « $B$ seulement si $A$ » est équivalente à $B \Rightarrow A$ (18 erreurs sur 25 copies)

Pour ce qui est de la négation, nous avons demandé la négation de l'implication « Si un nombre entier est divisible par 4 alors il se termine par 4 » testée dans Durand-Guerrier et Njomgang Ngansop (2009). Les réponses montrent que les professeurs-stagiaires ont été nombreux à donner une réponse incorrecte (19 erreurs sur 27 réponses) et qu'ils ont alors proposé très majoritairement une autre implication (17 implications sur 19 erreurs). Ces implications sont souvent de la forme $\boldsymbol{Non\ A \Rightarrow Non\ B}$ (10 sur 17 implications) mais l'on trouve aussi des réponses où la contraposée est confondue avec la négation (4 sur 17 implications). De plus, nous voyons aussi au cours des débats une méconnaissance de nombreux professeurs-stagiaires de la table de vérité de l'implication ou de son écriture « $\boldsymbol{Non\ A\ ou\ B}$ ».

Notre évaluation finale, bien qu'elle n'ait pas été conçue dans le cadre d'une expérimentation, permet d'apporter quelques éléments. A la question demandant la négation de l'implication « Si $T$ alors $U$ », il y a eu un très grand nombre de réponses correctes (17 sur 20). A la question demandant la négation de « Il existe un entier $n$ tel que si 5 divise $n$ alors 10 divise $n$ », 16 réponses correctes sur 20 (du type « quel que soit l'entier $n$, 5 divise $n$ et 10 ne divise pas $n$ »).

D'autre part, des débats nourris ont lieu pendant la formation à propos des conditions nécessaires et suffisantes, débats qui nous permettent de penser que des apprentissages ont lieu à ce moment-là même s'ils n'ont pas pu être évalués.

Nous pensons donc que nous avons des éléments qui nous permettent de conclure que cette formation permet aux professeurs-stagiaires de développer leur compétence professionnelle « maîtrise de sa discipline ».

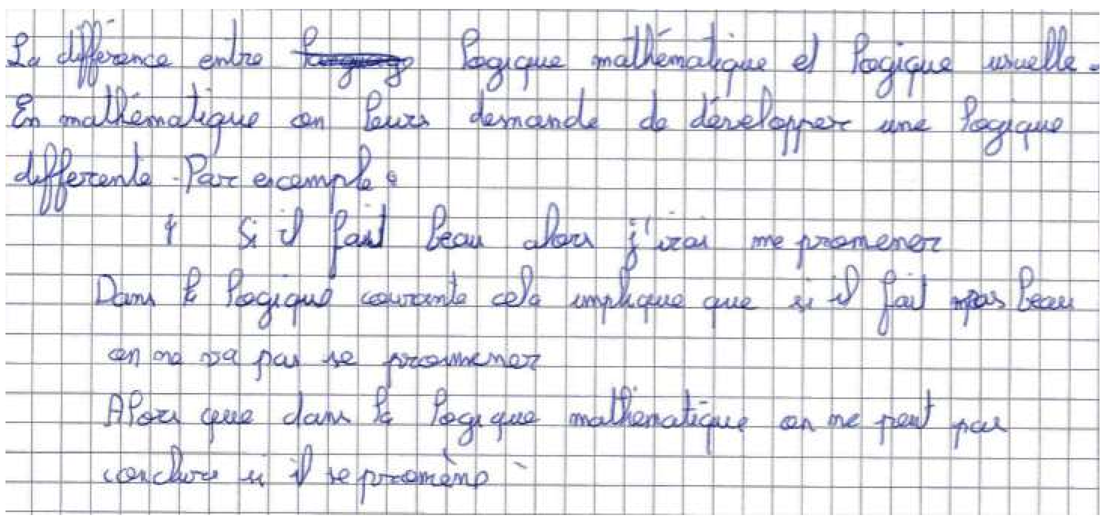
#### 3.1.2. Différencier logique naturelle et logique mathématique

Les professeurs-stagiaires ont déjà quelques connaissances sur les différences entre logique naturelle et logique mathématique. Par exemple, ils sont, chaque année, plusieurs à soulever la difficulté du connecteur « ou », utilisé comme un « ou inclusif » en mathématique (l'un ou l'autre ou les deux) alors qu'il est le plus souvent utilisé comme un « ou exclusif » (soit l'un soit l'autre mais pas les deux) en logique naturelle. Néanmoins, nos discussions montrent qu'ils n'ont, en général, pas conscience de toutes les différences en ce qui concerne l'implication. Nous profitons de cette formation pour essayer de définir, avec les professeurs-stagiaires, les champs d'opérationnalité respectifs de la logique mathématique et de la logique naturelle. Les connaissances sur les tables de vérité ne sont, en général, pas opérantes dans le cadre d'un raisonnement déductif pour lequel nous nous appuyons souvent sur notre logique naturelle. Cependant, nous avons montré (Deloustal-Jorrand, 2004) que les connaissances de logique mathématique pouvaient être utiles lorsqu'il y avait un questionnement sur le domaine de validité d'une implication par exemple. Elles se révèlent aussi essentielles pour assimiler $B$ à une condition nécessaire dans l'implication $A \Rightarrow B$. En revanche, à notre avis, la logique mathématique n'est pas opérante pour régler des implications naturelles. Que doit-on tirer, dans notre vie courante, du fait que l'implication « si les poules ont des dents, alors Paris est la capitale de la France » soit mathématiquement vraie ? De plus, nous avons vu les différences entre implication mathématique et implication naturelle. Il nous semble donc dangereux pour le professeur d'utiliser des exemples de la vie courante pour essayer de faire comprendre les propriétés de l'implication mathématique. C'est le point de vue que nous défendons dans cette formation et qui est souvent contraire aux pratiques des enseignants et aux manuels qui utilisent des exemples de la vie courante pour que ce soit « plus simple pour les élèves ». Dans notre évaluation finale, nous demandons de citer une difficulté des élèves sur le thème de la logique. En lien avec la logique naturelle, les réponses citent :

- La confusion entre condition nécessaire et suffisante (3 copies)
- La confusion entre implication et équivalence (2 copies)
- La confusion entre $A \Rightarrow B$ et $NonA \Rightarrow NonB$ (5 copies)
- L'interprétation différente des expressions « $Si\ A\ alors\ B$ » et « $B\ si\ A$ ». (1 copie)

Ils citent aussi la difficulté du « ou » et la différence entre négation langagière et négation mathématique. Voici un exemple :

**Production 1 : Jimmy**



La différence entre ~~logique~~ logique mathématique et logique usuelle.
En mathématique on leurs demande de développer une logique différente. Par exemple :
Si il fait beau alors j'irai me promener
Dans la logique courante cela implique que si il fait ~~pas~~ pas beau on ne va pas se promener
Alors que dans la logique mathématique on ne peut pas conclure si il se promène

Ces éléments nous permettent d'affirmer que la compétence « maîtriser la discipline et sa didactique » a pu être développée pendant cette formation.

### *3.2. Développement de la compétence « construire une situation d'enseignement »*

#### 3.2.1. <u>Prendre en compte les conceptions des élèves</u>

Dans l'évaluation finale, à la question des difficultés des élèves, certaines réponses sont liées aux conceptions des élèves :

- Conception causale temporelle de l'implication (6 copies)
- Règle du maximum d'information (5 copies)

- Conception de la négation d'une implication comme une autre implication (1 copie)

En voici deux exemples :

**Production 2 : Djamila**

Une autre difficulté, liée cette fois à l'implication vient du fait que dans notre langage "implique" et "entraine" sous entendent un lien de causalité et un lien de temporalité dans le sens où A est une cause pour B (dans $A \Rightarrow B$) et vient avant B, donc il est difficile de voir que B est une condition nécessaire pour A.

**Production 3 : Tiffanie**

n°2 : "La règle du maximum de vérité" : les élèves ont tendance à réflechir sur le modèle qu'il faut donner toutes les informations. Aussi lorsque le professeur énonce une phrase, ils partent du principe que toutes les informations sont explicitées.

3.2.2. <u>Réponse fictive</u>

Nous profitons de la formation pour rappeler aux professeurs-stagiaires la nécessité d'anticiper les procédures et réponses possibles des élèves. Ainsi, nous revenons sur notre choix d'introduire une réponse fictive (plausible !) pour permettre la problématisation et le débat que nous souhaitons. Cela montre la pertinence d'une analyse préalable approfondie des comportements des élèves et la nécessité de faire un choix éclairé lors de la mise en œuvre.

3.2.3. <u>Analyser des manuels</u>

Dans notre évaluation finale, nous avons proposé l'extrait de manuel suivant à analyser :

> Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Et leurs réciproques ?
>
> a) « Si c'est un lapin alors il a 4 pattes et deux oreilles »
>
> d) « Si n est un multiple de 10 alors c'est un multiple de 5 »
>
> *Math'x seconde*, éd. Didier

Dans leurs réponses, les professeurs mettent en avant à la fois la question de la quantification universelle implicite et celle de l'utilisation d'une phrase non mathématique. Les réponses ont été recopiées à la fois pour un gain de place et pour éviter les écritures difficiles à déchiffrer. Néanmoins, les seuls changements sont dus à la correction des fautes d'orthographe.

**Production 3 : Malik**

*Rien ne dit que l'on raisonne universellement. On peut penser que l'on raisonne sur un seul cas alors qu'implicitement la question se veut universelle. Il manque un « forcément » et sans doute aussi un « quel que soit ». « Quel que soit le nombre n, s'il est multiple de 10 alors il est forcément multiple de 5 » est bien moins ambigu.*

**Production 4 : Justine**

*Cet exercice est peu pertinent pour des élèves de seconde car il est difficile pour eux de déterminer si les propositions sont vraies ou fausses car on ne précise pas au départ si on prend un lapin et un « n » fixé ou si on utilise des quantificateurs universels. Cet exercice engendre une confusion entre condition nécessaire et suffisante. La proposition concernant le lapin est d'autant plus mal choisie que c'est un animal et qu'il n'a donc pas forcément des caractéristiques universellement vérifiées par tous les lapins.*

La production suivante montre que le professeur-stagiaire est conscient de cette quantification universelle implicite et envisage de changer ses pratiques en changeant la forme de ses questions.

**Production 5 : Mounia**

*Un des problèmes qui peut se poser est celui de la quantification implicite.*

*Par exemple, « si n est divisible par 2 alors il est divisible par 4 ».*

*Cette phrase peut être vraie pour certains cas (ex : 8) mais faux pour d'autres (ex : 6).*

*Pour enlever le problème, il peut être judicieux de reformuler la phrase de la manière suivante : « si n est divisible par 2 alors il est forcément divisible par 4 ». La réponse est alors clairement « Faux », il n'y a plus d'ambiguïté.*

Au vu de ces productions, il nous semble que nous pouvons, en partie, valider une de nos hypothèses. En effet, nous avons quelques éléments permettant de montrer qu'il y a bien développement de la compétence « concevoir son enseignement ». Ceci notamment dans la prise en compte des conceptions et des procédures possibles des élèves mais aussi dans l'analyse préalable de la ressource pour la classe que sont les manuels.

### *3.3. Développement de la compétence « animer une situation d'enseignement »*

Au-delà des compétences mathématiques et didactiques, il nous semble que notre formation peut permettre aux futurs professeurs de développer des compétences liées à la gestion de la classe. En effet, on peut considérer qu'ils ont vécu une situation d'homologie[4] (Kuzniak, 1994 ; 2007) sur certains points. En fin de formation, nous revenons sur ce qu'ils ont vécu et ce qu'ils pourront transposer dans leur pratique professionnelle.

#### 3.3.1. Varier les organisations

Nous mettons en avant l'importance de laisser les élèves rentrer seuls dans la recherche, avant tout travail de groupe ou de débat. En effet, c'est cette richesse des premières pistes qui va permettre des confrontations et des argumentations fructueuses.

#### 3.3.2. Mettre en commun

Nous revenons sur l'intérêt de laisser l'exploitation des productions correctes ou, du moins, plus abouties pour la fin. Le choix de l'ordre de passage des groupes, après une recherche de groupe, est notamment essentiel pour la richesse de la mise en commun. Nous rappelons donc l'importance pour le professeur d'avoir anticipé ce choix en prenant des indices d'avancée du travail au moment de la phase de recherche.

#### 3.3.3. Débattre en mathématiques

Les débats sont très riches, en particulier sur la situation des deux *« tableaux pair/impair »*. L'intérêt du conflit sociocognitif pour l'apprentissage peut alors être mis en avant. Mais c'est aussi l'occasion de rappeler les règles du débat mathématique (Legrand, 1988) et la question de la validation. Le fait d'avoir vécu cette situation rend les professeurs-stagiaires plus conscients du fait que les arguments d'autorité ne remportent pas la conviction. En effet, lors de la situation du *« Deuxième tableau pair/impair »*, dans laquelle ils doivent décider de la véracité d'implication dont l'antécédent est faux, certains professeurs-stagiaires apportent des arguments liés à la table de vérité. Cependant, ces arguments n'arrêtent pas le débat car ils sont souvent malhabiles : « c'est le professeur qui l'a dit », « du faux, on peut tirer n'importe quoi », « le faux implique le vrai »... Si la table de vérité peut apparaître souvent comme un argument irréfutable, car tiré du cours, il n'en reste pas moins qu'elle ne convainc pas parce que souvent contraire à l'intuition. De plus, dans un débat, il faut accepter de tous se placer dans la même théorie (logique mathématique ici) et échanger des arguments universels dans cette théorie.

Il nous semble donc que les professeurs-stagiaires peuvent retirer de cette formation des connaissances sur quelques gestes professionnels. C'est en ce sens, qu'il nous semble qu'elle peut les aider à développer leur compétence professionnelle « animer une situation d'apprentissage ».

### *3.4. Discussion*

#### 3.4.1. Des résultats partiels

Comme nous l'avons déjà dit, nous n'avons pas mis en place de méthodologie de recueil de données qui nous permette de valider nos hypothèses. Nos résultats ne sont que des indications et sont

[4] Des situations sont dites d'homologie lorsque le formateur met en scène une situation qu'il développe d'une manière conforme à sa conception de l'enseignement des mathématiques. À la suite, il mène une analyse didactique sur ce qui a été vécu et propose une transposition pour la classe en espérant que les formés s'en empareront dans leur pratique professionnelle.

partiels. Ils sont partiels sur les contenus qu'ils révèlent (rien sur les conditions nécessaires par exemple) mais ils sont aussi partiels car la population de l'évaluation finale est strictement contenue dans la population de l'évaluation diagnostique. En effet, les professeurs-stagiaires n'ont pas tous eu besoin de passer l'évaluation finale et comme l'évaluation diagnostique était anonyme, nous n'avons pas eu les moyens de la restreindre. Sur 27 professeurs qui ont passé l'évaluation diagnostique, seulement 20 ont passé l'évaluation finale, ce qui peut évidemment avoir une incidence sur les résultats.

Ces résultats sont donc à prendre pour ce qu'ils sont : des indications de tendance.

#### 3.4.2. La compétence « concevoir des situations d'apprentissage »

D'autre part, notre formation étant très courte (6 heures en 2015-2016), nous avons fait le choix de ne pas insérer une séance de préparation de classe. Il serait tout à fait intéressant de voir comment les professeurs-stagiaires s'approprient ces contenus et peuvent les insérer dans leurs préparations. Il serait aussi intéressant de voir comment ils les mettent en œuvre dans leur classe. Cependant, ceci est rendu très difficile pour deux raisons. La première est qu'il n'est pas facile de se rendre dans les classes pour suivre 27 professeurs-stagiaires mais cela pourrait s'envisager en restreignant le choix. Mais la deuxième difficulté est celle des programmes. Pour le moment, il n'est pas question de faire un cours de logique et ces questions doivent être traitées quand l'occasion se présente. Cela rend encore plus difficile l'analyse de la mise en œuvre dans les classes.

Cette formation pourrait donc être transformée en expérimentation pour essayer de valider nos hypothèses. Cependant, si l'on voit bien comment cela est possible sur la compétence de la maîtrise de la discipline et de sa didactique, on voit bien aussi les difficultés en ce qui concerne les compétences de conception et de mise en œuvre de situations d'apprentissage.

## Conclusion

Nous avons posé, dans cet article, la question de la possibilité d'utiliser des travaux de recherche comme ressource pour une formation des professeurs débutants ; cette formation devant permettre le développement des compétences professionnelles des professeurs. Nous sommes partie du constat que nous retrouvons les mêmes difficultés chez ces professeurs-stagiaires que celles qui ont été rapportées dans des études qui datent pour la plupart du début des années 2000. Même si ces professeurs-stagiaires sont maintenant plus nombreux à avoir suivi un cours de logique formelle et à connaître la table de vérité de l'implication, cette connaissance est souvent déconnectée du reste et n'entame pas leur propre conviction basée sur la logique naturelle. Or, ces professeurs-stagiaires doivent proposer à leurs élèves une initiation à la logique.

Dans notre première partie, nous avons rappelé des résultats de travaux de recherche sur l'implication. Nous avons développé, dans notre deuxième partie, les choix que nous avons faits pour construire cette formation. Nous avons présenté une analyse mathématique et didactique des situations choisies. Bien que cette formation n'ait pas été construite pour une recherche expérimentale, nous avons obtenu quelques résultats que nous avons présentés dans notre troisième partie. Nous avons montré comment ils permettent de valider en partie nos hypothèses.

En effet, des éléments confirment le fait que cette formation aide les professeurs-stagiaires à développer certaines de leurs compétences professionnelles comme la « maîtrise de la discipline et de sa didactique », la « conception de situations d'apprentissage » ou encore la « mise en œuvre de situations d'apprentissage ». En ce qui concerne la compétence « maîtrise de la discipline et de la didactique », cette formation leur a permis de renforcer leurs connaissances sur les tables de vérité de l'implication, les conditions nécessaires, la négation de l'implication, la différence entre logique mathématique et logique naturelle et sur les difficultés des élèves. Pour ce qui est de la compétence « conception de situations d'apprentissage », nous avons montré que cette formation permettait aux professeurs-stagiaires de comprendre les conceptions des élèves et de construire des outils pour analyser des manuels. Enfin, à partir de notre formation, les professeurs-stagiaires peuvent transposer différents gestes professionnels liés par exemple aux changements d'organisation, à la mise en commun, à la gestion d'un débat mathématique de telle sorte que cette formation leur permet de développer la compétence de « mise en œuvre de situations d'apprentissage ».

Nous n'avons pas pu développer, ici, tous les contenus que nous abordons dans cette formation. Nous travaillons, par exemple, sur la différence entre la négation mathématique des énoncés quantifiés et leur négation dans le langage courant (Durand-Guerrier & Njomgang Ngansop, 2009). Nous abordons aussi une situation pour le collège (élèves entre 11 et 15 ans) : Les Cosmonautes (Legrand, 1983).

Mais surtout, bien d'autres travaux liés à l'enseignement de la logique mériteraient d'être saisis et étudiés en formation des professeurs, nous pourrions citer par exemple ceux de Chelloughi (2004) sur la quantification ou ceux, plus récents, de Hache et Mesnil (2013) et Mesnil (2014) sur le langage mathématique et la formation des professeurs. Le numéro spécial Petit *x* n°100, paru en 2016, est d'ailleurs consacré à l'enseignement de la logique.

Cette question est donc au cœur des préoccupations des enseignants et des chercheurs et mérite que les recherches soient poursuivies.

## Références bibliographiques

Chelloughi, F. (2004). *L'utilisation des quantificateurs universels et existentiels en première année universitaire entre l'explicite et l'implicite.* Thèse de doctorat, Universités Lyon 1, France et Tunis, Tunisie.

Deloustal, V. (1999). *Le concept d'implication : l'objet mathématique, quelques aspects dans les manuels, conceptions de futurs enseignants*. Mémoire de DEA, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.

Deloustal, V. (2000). L'implication. Quelques aspects dans les manuels et points de vue d'élèves-professeurs. *Petit x, 55*, 35-70.

Deloustal-Jorrand, V. (2004). *L'implication mathématique : étude épistémologique et didactique.* Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier, Grenoble, France.

Durand-Guerrier, V. (1999). L'élève, le professeur et le labyrinthe. *Petit x, 50*, 57-79.

Durand- Guerrier, V. & Njomgang Ngansop, J. (2009). Questions de logique et de langage à la transition secondaire – supérieur, L'exemple de la négation. *EMF 2009- GT7.*

Fabert, C. & Grenier, D. (2011) Une étude didactique de quelques éléments de raisonnement mathématique et de logique. *Petit x, 87*, 31-52.

Hache, C. & Mesnil, Z. (2013). Élaboration d'une formation à la logique pour les professeurs de mathématiques. Dans M. Gandit & B. Grugeon-Allys (dir). (2013), *CORFEM, Actes des 17èmes et 18èmes colloques, juin 2012*, 201-224, Université et IUFM de Franche-Comté, Besançon.

Kuzniak, A. (1994). *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les maîtres du premier degré.* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Kuzniak, A. (2007). Savoir mathématique et enseignement didactique et pédagogique dans les formations initiales du premier et du second degré, *Recherche et formation [en ligne]*, 55/2007, mis en ligne le 31 octobre 2011, récupéré à http://rechercheformation.revues.org/855 ; DOI : 10.4000/rechercheformation.855

Legrand, M. (1983). Les cosmonautes. Compte-rendu d'une recherche du groupe « apprentissage du raisonnement » de l'IREM de Grenoble. *Petit x, 1*, 57-73.

Legrand, M. (1988). Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 365-406.

Mesnil, Z. (2014). *La logique : d'un outil pour le langage et le raisonnement mathématique vers un objet d'enseignement.* Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, France.

Ministère de l'éducation nationale (2009). Mathématiques Classe de seconde. *Bulletin Officiel* n°30 du 23 juillet 2009.

Rogalski, J. & Rogalski, M. (2004). Contribution à l'étude des modes de traitement de la validité de l'implication par de futurs enseignants de mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 9*, 175-203.

Rolland, J. (1999). *Pertinence des mathématiques discrètes pour l'apprentissage de la modélisation et de l'implication*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.

## Annexe I : Une proposition d'interprétation de la table de vérité de l'implication

Lors de nos formations, le renvoi à la table de vérité de l'implication fait souvent argument d'autorité ; néanmoins il ne convainc pas. Ceci car, non seulement ceux qui ne la connaissent pas ont du mal à l'accepter, elle leur paraît sans lien avec la réalité ou même les mathématiques, mais encore, ceux qui la connaissent n'ont aucun argument pour expliquer les choix qui ont été faits. Nous essayons alors de montrer aux professeurs pourquoi la table de vérité de l'implication a été construite ainsi tenant compte des contraintes existantes.

Il s'agit donc de construire un « outil » qui préserve la cohérence d'une théorie avec, dans le cadre de la logique des propositions, les conventions suivantes :

- **Bivalence des propositions** : Une proposition a exactement deux valeurs de vérité (Vrai /Faux).
- **Tiers exclu** : Une proposition est soit vraie soit fausse, jamais les deux en même temps.
- **Vérifonctionnalité** : la valeur de vérité d'une phrase ne dépend que des valeurs de vérité des propositions en jeu et de la définition des connecteurs qui les relient (non prise en compte du contexte, des contenus sémantiques).

Si l'on accepte que l'implication mathématique soit un modèle de l'implication en logique naturelle, ce modèle sera fidèle à l'objet de départ sous certains aspects et différents sous d'autres pour prendre en compte les contraintes.

En s'appuyant sur la logique naturelle, on peut admettre que :

- Si une proposition $A$ est vraie et une proposition $B$ est fausse, alors on n'a pas $A$ implique $B$.
- Si une proposition $A$ est vraie et une proposition $B$ est vraie, alors on a $A$ implique $B$.

| $\boldsymbol{A}$ | $\boldsymbol{B}$ | $A \Rightarrow B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | ? |
| F | F | ? |

Il reste donc 2 lignes à remplir :

Pour remplir la dernière ligne, nous nous appuyons sur l'équivalence d'une implication ($A \Rightarrow B$) et de sa contraposée ($Non\ B \Rightarrow Non\ A$). Cela est proche du raisonnement naturel et avait été décrit chez les Grecs par le « modus tollens ».

Prenons en compte cette équivalence dans notre tableau :

| $\boldsymbol{A}$ | $\boldsymbol{B}$ | $A \Rightarrow B$ | $Non\ B$ | $Non\ A$ | $Non\ B \Rightarrow Non\ A$ |
|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | V |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | ? | F | V | ? |
| F | F | ? | V | V | **V** |

Quand $A$ et $B$ sont faux, on voit que la contraposée doit être vraie (cas de l'implication où prémisse et conclusion sont vraies, décrit dans le premier tableau). Il s'ensuit, que si nous voulons garder une équivalence entre implication et contraposée, il faut que l'implication $A \Rightarrow B$ soit vraie lorsque $A$ et $B$ sont faux. Le cas de la dernière ligne est donc réglé.

Reste le cas de la troisième ligne, il y a deux possibilités : V ou F ?

| $\boldsymbol{A}$ | $\boldsymbol{B}$ | $A \Rightarrow B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | ? |
| F | F | V |

Mais regardons la table de vérité de l'équivalence ci-dessous :

- l'équivalence est vraie quand $A$ et $B$ sont vraies ou fausses en même temps
- l'équivalence est fausse quand $A$ et $B$ n'ont pas même valeur de vérité.

| $\boldsymbol{A}$ | $\boldsymbol{B}$ | $A \Rightarrow B$ | $A \Leftrightarrow B$ |
|---|---|---|---|
| V | V | V | V |
| V | F | F | F |
| F | V | ? | F |
| F | F | **V** | V |

En conséquence, si l'on veut différencier implication ($A \Rightarrow B$) et équivalence ($A \Leftrightarrow B$), on ne doit pas donner la valeur de vérité F à la troisième ligne.

Pour préserver cette différence, il est donc nécessaire de choisir la valeur de vérité « Vraie ».

Finalement, tenant compte des contraintes précitées et voulant préserver l'équivalence de l'implication et de sa contraposée ainsi que la différence entre implication et équivalence, la table de vérité de l'implication doit être définie de la manière suivante :

| $\boldsymbol{A}$ | $\boldsymbol{B}$ | $A \Rightarrow B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

L'implication est fausse uniquement dans le cas où $A$ est vraie et $B$ est fausse.

À la suite de cela, nous pouvons prendre le temps de vérifier que la table de vérité de $Non\ A\ ou\ B$ est bien la même que celle de $A \Rightarrow B$. Ainsi, nous en déduisons que $A \Rightarrow B \equiv Non\ A\ ou\ B$

## Annexe II : Proposition de mise en œuvre de la formation

## Première séance : table de vérité, quantification universelle implicite

***Déroulement de la première partie : individuel – débat – apports sur table de vérité.***

Nous proposons aux étudiants de résoudre de manière individuelle, la tâche sur le labyrinthe, puis la tâche sur les deux tableaux, en insistant sur le caractère individuel des réponses ; la confrontation des arguments aura lieu pendant le débat.

Nous corrigeons ensuite le labyrinthe et le premier tableau rapidement : les étudiants (ou une très grande majorité) s'accordent à donner les réponses associées à la quantification universelle.

C'est au moment de la correction du deuxième tableau que nous ouvrons réellement le débat puisque c'est là seulement que les étudiants proposent des réponses différentes. Nous écrivons au tableau toutes les réponses proposées, sans entamer le débat. En général, nous obtenons au moins les trois types de réponses décrits ci-dessus. Nous proposons ensuite aux étudiants d'argumenter leur réponse, laissant la parole en dernier à ceux qui s'appuient sur les tables de vérité.

Après l'argumentation, nous fermons le débat en présentant la table de vérité de l'implication. Les valeurs de vérité, dans le cas de l'antécédent faux, leur paraissent souvent décidées arbitrairement. Nous montrons donc sur quels choix et contraintes est bâtie la table de vérité (cf. annexe 1).

Nous corrigeons alors le deuxième tableau.

<u>Quelques remarques</u>

Nous laissons la parole en dernier à ceux qui s'appuient sur les tables de vérité car leurs arguments font souvent office de vérité et pourraient arrêter le débat. Néanmoins, cela n'est encore jamais arrivé car les arguments avancés sont souvent malhabiles : « c'est le professeur qui l'a dit », « du faux, on peut tirer n'importe quoi », « le faux implique le vrai »... Si la table de vérité peut apparaître souvent comme un argument irréfutable car tiré du cours, il n'en reste pas moins qu'elle ne convainc pas, parce que souvent contraire à l'intuition.

Le débat ne permet pas souvent de problématiser la quantification universelle implicite puisque les étudiants donnent tous les mêmes réponses. C'est pourquoi nous enrichissons la situation en leur donnant à étudier une réponse fictive.

***Déroulement deuxième partie : débat sur une réponse fictive – retour sur labyrinthe***

« Voici une réponse qui nous a été donnée :

| $Soit\ k \in \mathbb{N}$, | Vrai | Faux | On ne peut pas savoir | Je ne sais pas répondre |
|---|---|---|---|---|
| *a) k pair* $\Rightarrow\ k+1 pair$ | | * | | |
| *b) k pair* $\Rightarrow\ k+1 impair$ | * | | | |
| *c) k impair* $\Rightarrow\ k+1 pair$ | * | | | |
| *d) k impair* $\Rightarrow\ k+1 impair$ | | * | | |
| | | | | |
| *a') 3 pair* $\Rightarrow$ *4 pair* | | * | | |
| *b') 3 pair* $\Rightarrow$ *4 impair* | * | | | |
| *c') 3 impair* $\Rightarrow$ *4 pair* | * | | | |
| *d') 3 impair* $\Rightarrow$ *4 impair* | | * | | |

La justification est la suivante : Je reprends le premier tableau en prenant $k = 3$. »

La justification paraît tout à fait convaincante aux étudiants. Cependant, ils savent que les réponses au deuxième tableau sont fausses : ils sont donc faces à une contradiction. Il faut du temps pour que se dégage l'idée de quantification universelle dans le premier tableau.

Nous discutons alors des deux interprétations possibles de l'expression «$Soit\ k \in \mathbb{N}$ ».

C'est alors que nous revenons sur la phrase 6 du labyrinthe. Nous nous attachons à montrer comment les étudiants (et les professeurs) interprètent cette phrase comme étant universellement quantifiée alors que leurs élèves ne le feront pas. Nous développons enfin les objections émises par V. Durand-Guerrier (1999) à cette pratique implicite et les possibilités pour la rendre explicite en changeant légèrement les énoncés donnés aux élèves.

<u>Quelques remarques</u>

La quantification universelle implicite est une pratique tellement répandue chez les étudiants que nous avons beaucoup de difficultés à la leur faire expliciter dans le débat. Les arguments qui apparaissent d'abord sont en général du type :

- « dans le premier tableau, on suppose que l'antécédent est vrai ».
- « quand on dit ' si quelque chose alors..., ' ça veut dire qu'on ne s'intéresse qu'au cas où le quelque chose est vrai. »

Au bout d'un certain temps, apparaissent des arguments sur lesquels on peut s'appuyer du type :

«$Soit\ k \in \mathbb{N}$, il faut donc que ce soit vrai pour tous les $k$. ».

Cet implicite est tellement ancré dans leurs pratiques que certains étudiants n'arrivent pas à comprendre les deux interprétations possibles : « Quand on écrit ça, ça veut toujours dire qu'on regarde seulement s'il y a des contre-exemples ». Ou encore ils ne comprennent pas l'intérêt de rendre cette quantification universelle explicite : « On a toujours fait comme ça ». C'est donc l'appui sur l'analyse du labyrinthe (Durand-Guerrier, 1999) qui met en lumière les différentes interprétations et les difficultés de compréhension entre élèves et étudiants, futurs professeurs.

### Deuxième séance : conditions nécessaire, condition suffisante, négation

***Déroulement***

Nous donnons les deux activités à résoudre, individuellement et en même temps.

Quelques remarques

Alors que la condition suffisante ne pose généralement pas de difficultés, ces activités mettent à jour les lacunes des étudiants dans leur appréhension des conditions nécessaires : difficulté à interpréter $A \Rightarrow B$ par « $B$ est une condition nécessaire pour $A$ » très souvent liée à une conception causale-temporelle de l'implication et difficulté à accepter une condition comme étant nécessaire quand elle n'est pas une condition suffisante minimale. Ceci permet ensuite d'ouvrir une discussion sur ces difficultés que l'on retrouve chez les élèves de lycées.

# Chapitre 11

## Comment les théories et concepts de la didactique des mathématiques contribuent à la formation des futurs enseignants primaires genevois ?

***Sylvia Coutat***
*Université de Genève*
*Sylvia.Coutat@unige.ch*

***Céline Vendeira***
*Université de Genève*
*Celine.Marechal@unige.ch*

### Introduction

Afin de planifier leur enseignement mathématique les enseignants primaires genevois s'appuient sur deux ressources principales et officielles : le plan d'étude romand (PER[1]) et des moyens d'enseignement mathématiques uniques et distribués dans toutes les écoles primaires de la Suisse romande. Ces moyens d'enseignement, conçus comme un recueil *d'activités*[2], se caractérisent notamment par le fait que :

- les *activités* sont toutes présentées sous forme de situations-problèmes directement adressées à l'élève et aucun élément de « cours » n'est donné ni pour l'élève, ni pour l'enseignant. Les éléments disciplinaires sont à la charge des enseignants ; quelques éléments didactiques succincts, à l'intention de l'enseignant, accompagnent les énoncés ; des apports didactiques qui précisent l'ancrage théorique lié aux situations-problèmes sont présentés dans un feuillet de 20 pages pour l'ensemble des moyens des degrés 1-4 (élèves de 6 à 10 ans) ;
- cette ressource n'est pas conçue pour être utilisée dans son intégralité. Les enseignants doivent effectuer des choix parmi l'ensemble des *activités* proposées ;
- les *activités* proposées sont voulues comme indépendantes les unes des autres et ne suivent aucun ordre chronologique.

---

[1] Le plan d'Etude Romand n'est pas spécifique aux mathématiques, mais à toutes les disciplines enseignées à l'école obligatoire, et ce pour tous les cantons de Suisse romande. http://www.plandetudes.ch/per
[2] Le terme *activité* est celui choisi par les concepteurs des moyens d'enseignement pour désigner les situations problèmes proposées aux élèves.

Les deux derniers points impliquent qu'une analyse des *activités* doit minimalement être effectuée par les enseignants afin qu'ils procèdent à des choix qu'ils seront capables de justifier ultérieurement et en accord avec leur projet pédagogique.

Ainsi, la spécificité des moyens d'enseignement implique la participation des enseignants dans une étape supplémentaire du processus de transposition didactique (Ravel, 2003)[3] qui d'ordinaire est prise en charge par les concepteurs des manuels (avec des progressions pas à pas) et est laissée, ici, à la charge des enseignants. Cette étape supplémentaire réclame des réflexions spécifiques sur les contenus mathématiques qui doivent être articulés ainsi que sur les outils didactiques leur permettant de justifier leurs choix. Or les enseignants au primaire genevois sont des généralistes et n'ont par conséquent pas de formation spécifique en mathématiques. Ceci nous amène à penser que la formation des futurs enseignants primaires genevois doit au moins se focaliser sur deux aspects : les contenus mathématiques et les aspects didactiques. À cela s'ajoute la particularité d'une formation en alternance entre les temps de terrain et les temps universitaires. Ce double statut (étudiant – stagiaire) demande au futur enseignant de tisser constamment des liens entre les apports issus de la formation universitaire et ceux du terrain scolaire.

À l'université de Genève, bien que différentes compétences soient pointées comme étant nécessaires à développer pour les futurs enseignants primaires, le choix opéré par les formateurs depuis 1996 est de mettre l'accent sur les théories et concepts de la didactique des mathématiques. En 2011, Cherix, Conne, François, Daina, Dorier et Flückiger mentionnaient qu' :

> Une idée forte qui charpente […] la formation didactique dans son ensemble [à l'Université de Genève], est l'importance donnée à la recherche en didactique des mathématiques, qu'il s'agisse d'outiller le regard des étudiants par les théories et concepts didactiques ou de leur donner accès aux textes ou aux ingénieries développées par les chercheurs. (p. 2)

La question que nous nous posons à ce stade est de savoir si ce choix est pertinent, c'est-à-dire est-ce que les étudiants parviennent à tisser des liens entre les apports universitaires (puisés dans les recherches en didactique) et le terrain scolaire ? Cette question est, selon nous primordiale, car elle guide nos choix d'enseignement dans le cadre d'une formation dont la spécificité est l'alternance entre temps de terrain et temps universitaires. Pour ce faire, deux études de cas sont développées dans ce texte, à partir de deux cours de didactique des mathématiques dont les dispositifs varient sur certains aspects que nous pointons ultérieurement.

Le texte sera organisé en quatre parties. La première partie reprend quelques résultats de travaux qui nous seront utiles dans le cadre de nos analyses. Elle conclut sur l'intérêt que pourrait

---

[3] Selon Ravel, « un manuel peut être considéré comme un certain apprêt didactique du texte du savoir car il résulte de choix mathématiques et didactiques faits par ses auteurs sur un savoir à enseigner donné » (*Ibid.,* p. 7). Or, cette partie de l'apprêtage du savoir d'ordinaire pris en charge par les manuels n'est que partiellement développé dans les moyens d'enseignement romands.

apporter la didactique professionnelle dans la réflexion sur les dispositifs de formation. La seconde partie situe brièvement les deux cours de didactique des mathématiques dispensés à l'université de Genève dont il est question dans ce texte. Ces deux dispositifs sont ensuite analysés au regard des éléments théoriques apportés dans la première partie. Une troisième partie apporte un regard critique sur ces dispositifs en apportant des éléments d'évolution. Enfin une dernière partie conclut notre article.

## 1. Cadre théorique

### *1.1. Les connaissances mathématiques pour l'enseignement*

Comme cela a été mentionné en introduction, les enseignants suisses romands doivent effectuer des choix lorsqu'ils préparent leurs séances ou séquences d'enseignement. Cela nécessite de mobiliser des connaissances didactiques et mathématiques. L'équipe de didactique des mathématiques de l'université de Genève (DiMaGe) a mené une étude (Chérix *et al*., 2011) associant des professionnelles de l'enseignement primaire et secondaire ainsi que des futurs enseignants du primaire et du secondaire. Cette étude montre que les connaissances mathématiques de l'ensemble des participants (primaire, secondaire, en formation ou en poste) se limitent aux mathématiques scolaires, c'est-à-dire les mathématiques qu'ils enseignent (pour les enseignants en poste), ou les mathématiques dont ils se souviennent de leur propre cursus (pour les futurs enseignants). A cette recherche s'ajoute celle de Clivaz (2011) qui porte un regard spécifique sur les connaissances mathématiques des enseignants romands. Il analyse l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Les résultats de cette recherche pointent que « les connaissances mathématiques jouent un rôle premier dans le sens où elles rendent possibles ou impossibles des choix en fonction des autres variables » (p. 238). L'auteur constate que l'absence de certaines connaissances mathématiques spécifiques à un objet d'enseignement peut entrainer, chez les enseignants, des choix apparaissant en disharmonie avec leurs conceptions de l'apprentissage, de l'enseignement ou des mathématiques. Ainsi les connaissances didactiques ne peuvent être dissociées des connaissances mathématiques. De plus, ces **connaissances mathématiques doivent être suffisamment robustes** pour permettre à l'enseignant de réaliser les choix les plus pertinents en fonction de son projet pédagogique.

### *1.2. Connaissances didactiques*

Les choix que doivent opérer les enseignants dans l'élaboration de leurs séances s'appuient sur des connaissances mathématiques mais aussi sur des connaissances didactiques. Dans cette partie nous mettons donc l'accent sur les connaissances didactiques dont les enseignants ont besoin. Ce point est en partie lié à la spécificité des moyens d'enseignement romands déjà mentionnée en introduction. A ce propos, Del Notaro (2015)[4] précise le contexte socioconstructiviste de conception

[4] Del Notaro a notamment participé à la rédaction des moyens d'enseignement romands 3-4P (élèves de 8-10 ans – classes de 5-6 HarmoS) actuels.

des moyens d'enseignement et la forte influence de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998). C'est pour cela que les auteurs des moyens d'enseignement ont favorisés largement le potentiel a-didactique dans les activités proposées qui prennent la forme de situations-problèmes.

Les quelques apports didactiques généraux sur les intentions des auteurs des moyens d'enseignement s'appuient sur les éléments de la TSD et notamment le concept de variable didactique, stratégies d'élèves, milieu, contrat didactique entre autres. Pour rappel (Dorier & Maréchal, 2008) :

> […] la théorie des situations de Brousseau […] nous donne des outils pour faire apparaître une activité précise, comme un cas particulier d'un ensemble plus général de situations. La description de cet ensemble de situations repose sur la détermination d'un certain nombre de variables didactiques, de sorte que l'activité analysée devient un cas particulier correspondant à un choix précis de valeurs pour chacune des variables dégagées. Rappelons qu'une variable didactique détermine un choix que l'enseignant peut faire (même implicitement) et qui est susceptible de modifier la hiérarchie des stratégies et par là même le sens des connaissances visées. Cette méthodologie permet ainsi de faire émerger des choix implicites, qui se déterminent contre d'autres et de faire ainsi apparaître des spécificités qui restent autrement transparentes. (p. 73)

Cependant, Del Notaro (2015) précise que l'appropriation de ces concepts complexes ne semble pas immédiate chez les étudiants et enseignants débutants : « Ils [les étudiants] élaborent des séquences didactiques qui semblent cohérentes sur le papier, mais qui ont tôt fait de s'écrouler lors du passage à la contingence ». (Del Notaro, 2015, p. 8)

Ainsi, bien qu'il semble que la TSD soit appropriée pour outiller les enseignants dans l'exploitation de ces *activités* à fort potentiel a-didactique mises à leur disposition, les dispositifs de formations doivent encore être repensés pour permettre aux enseignants de mieux s'approprier les concepts de cette théorie afin de s'en servir dans leur pratique effective.

### *1.3. Stabilité des pratiques : entre apports des théories didactiques et pratiques enseignantes réelles*

Au cours de leur formation, un ensemble de compétences didactiques, pédagogiques et disciplinaires est travaillé avec les futurs enseignants, ensemble dans lequel ils pourront puiser au cours de leur carrière. Robert et Rogalski (2002) ont développé un outil d'analyse des pratiques enseignantes dans le cadre de la théorie de la double approche. Robert (2004) considère que « les pratiques des enseignants forment un système complexe, cohérent, relativement stable, sauf s'il y a crise […] » (p. 23). C'est-à-dire que pour un ensemble de situations suffisamment proches, un enseignant donné fera toujours les mêmes choix. Ainsi il pourra être observé des régularités dans les déroulements de la classe. Ces régularités concernent par exemple les choix de scénarios, la nature des tâches proposées, les interactions avec les élèves. Cependant ces choix se construisent tôt et se stabilisent rapidement dans les pratiques des enseignants. Effectivement peu de modifications sont observées dans les pratiques, il s'agit plutôt d'adaptation et d'optimisation des choix dans la gestion des situations. Il s'agit dès lors de mettre en place des formations initiales qui actionneraient un ensemble de pratiques le plus adéquat possibles, ou qui travailleraient sur les pratiques dans une perspective d'évolutions ou de changements possibles. De plus, des recherches pointent que les enseignants intègrent inégalement les apports didactiques de la formation dans leur pratique. Certains semblent même s'en emparer maladroitement. Masselot (2000) et Vergnes-Arotça (2000) ont étudié l'impact des formations sur les pratiques de quelques enseignants. Leurs travaux montrent que seul un tiers des enseignants observés parvient à intégrer les concepts travaillés en formation plus ou moins aisément. Les deux autres tiers ne les investissent pas du tout ou ponctuellement. Dans sa thèse, Daina (2013) présente une étude de cas de cinq enseignants genevois à propos de l'utilisation des moyens d'enseignement romands. Les enseignants étudiés présentent une certaine diversité dans l'utilisation de la ressource. Deux enseignants ont une pratique en adéquation avec la démarche pédagogique de la ressource (conceptions de l'apprentissage et choix didactiques des auteurs). Deux enseignants ont une pratique en tension avec la ressource dans le sens où ils utilisent la ressource tout en ne partageant pas les conceptions socioconstructivistes sous-jacentes. Enfin le dernier enseignant se distancie de la ressource. Cependant, pour les cinq enseignants, Daina a identifié une certaine distance entre les préconisations de la ressource, ce que disent les enseignants de leur compréhension de la ressource et ce qui est observé en classe. Ses conclusions suggèrent que l'introduction de quelques commentaires supplémentaires dans les moyens d'enseignement pourrait soutenir davantage la réflexion des enseignants. Elle souligne que la formation initiale a aussi un rôle à jouer, notamment dans la nécessité d'outiller les enseignants dans leurs choix et de favoriser une position critique face aux moyens d'enseignement uniques dont ils disposent, « afin que les enseignants prennent conscience des marges de manœuvre et des contraintes, et qu'ils ne se positionnent pas en interaction avec un milieu activé fictif qui sera source de tension au niveau de la réalisation en classe » (Daina, 2013, p. 292).

#### 1.3.1. La didactique professionnelle, un outil pour le formateur ?

La didactique professionnelle s'est construite sur les fondements de la didactique disciplinaire avec quelques principes spécifiques. Si la didactique disciplinaire se fonde sur le savoir et la connaissance, la didactique professionnelle fait passer ces deux fondements au second plan pour se focaliser sur l'activité du sujet (Pastré, 2011). Selon Rabardel (2007), la principale perspective de la didactique professionnelle consiste à étudier les actions et les ressources du sujet dans des situations données. Les travaux scientifiques en didactique professionnelle partagent comme hypothèse que « c'est dans le travail que la majorité des adultes rencontrent leur développement » (Pastré, 2011, p. 84). La didactique professionnelle a développé deux pistes d'analyses des activités du sujet : l'analyse du travail et l'analyse des apprentissages professionnels. Cette deuxième piste se décompose en deux points, le sujet qui analyse sa propre activité pour aboutir à un apprentissage réflexif d'une part et l'apprentissage par les situations d'autre part. Selon Pastré (2011) cet apprentissage par les situations est le plus développé à ce jour. En effet, l'apprentissage passe par la maitrise d'une situation problématique et les actions mises en œuvre pour y répondre. Cet apprentissage par l'action est aussi décrit par Rabardel (2007) :

> Ce qui est premier est l'action efficace [...], le faire, la réalisation; la connaissance n'étant là que comme support ou ressource, mobilisable, et souvent mobilisée, mais de façon généralement subordonnée à ce faire. (p. 88)

Les recherches en didactique professionnelle pointent que l'action mise en œuvre pour réaliser la tâche n'est pas toujours l'action prescrite. Cet écart est essentiel et démontre la dimension créatrice du travail : « l'activité est toujours plus riche et plus complexe que la plus détaillée des prescriptions » (Pastré, 2011, p. 86).

Si l'on transpose ces apports de la didactique professionnelle dans une problématique de formation d'enseignants, deux questions émergent : où se situent les connaissances didactiques dans les connaissances professionnelles ? Et dans quelle mesure les professionnels (ici les enseignants) utilisent-ils ces connaissances dans leurs pratiques quotidiennes ?

Les activités proposées dans les moyens d'enseignement romands sont pour la plupart sous la forme de situations-problèmes comme nous l'avons précisé. Daina (2013) constate que la mise en œuvre de ces situations-problèmes en classe s'écarte, pour certains enseignants, des ambitions socioconstructivistes véhiculées par la ressource. La recherche de Chérix et al. (2011) a interrogé les connaissances didactiques des participants. Ces derniers ont dévoilé exclusivement des savoirs empiriques, issus de leurs stages (pour les enseignants en formation) ou de leur pratique (pour les enseignants en poste) bien que certains d'entre eux aient été initiés à des références théoriques dans leur formation. Cela nous interroge sur la transférabilité des outils didactiques dans la pratique des enseignants. Considérons ces outils didactiques comme des outils professionnels à transmettre aux futurs professionnels que sont les étudiants et interrogeons la didactique professionnelle.

Ces quelques éléments issus de la didactique professionnelle nous amènent à pointer l'action d'enseigner comme le point de départ de la réflexion. Les actions des enseignants sont complexes et s'appuient sur des connaissances et compétences didactiques, pédagogiques et disciplinaires. Cependant les connaissances mobilisées par les enseignants dans l'action ne sont pas forcément les mêmes (ou du moins interprétées comme les mêmes) que celles issues de la formation. En effet, des recherches plus spécifiques en lien avec l'enseignement des mathématiques dans le champ professionnel de la construction (Marr & Hagston, 2007) montrent que les connaissances mathématiques enseignées diffèrent des connaissances mathématiques investies par les professionnels. Ces résultats ne sont toutefois pas identiques pour toutes les professions. Par exemple, les travaux de Noss, Hoyles et Pozzi (2003) pointent que les connaissances mathématiques, issues de la formation, sont belles et bien mobilisées par des employés de banque, des infirmières en pédiatrie et des pilotes de ligne. Pourtant elles ne sont pas identifiées comme telles par les professionnels alors qu'elles le sont par les chercheurs.

Le levier de la formation est aussi présent dans les travaux de Robert (2004). Elle considère que la formation pourrait s'appuyer davantage sur les pratiques effectives des enseignants plutôt que se baser sur une pratique fictive et idéale. Le regard sur les pratiques effectives peut se faire à l'aide des outils de la didactique, notamment à travers l'étude des variables didactiques, la préparation de séances et l'analyse de leurs déroulements. Robert avance « qu'un travail personnalisé de reprise des expériences sur le terrain [est] un moment propice à la confrontation théorie/pratique, permettant de pointer le théorique avec prise de sens » (p. 25).

Pour conclure, il semble que les pistes proposées en didactique des mathématiques et en didactique professionnelle se rejoignent en pointant conjointement l'importance des pratiques effectives comme levier pour la formation.

## 2. Contexte

À Genève, les études pour devenir enseignant « ordinaire » au primaire se font sur 4 années d'université. Les étudiants suivent des unités obligatoires de didactique des mathématiques et des unités facultatives qui ne sont pas spécifiques à la formation des enseignants au primaire. Les unités obligatoires sont liées à des temps de terrain[5] et prennent appui sur les gestes professionnels en développement et leur analyse à l'aide des théories et concepts de la didactique des mathématiques. Les unités facultatives sont dans le champ plus général des sciences de l'éducation et ne sont pas articulées avec des temps de terrain.

Dans cet article nous nous attardons sur deux dispositifs, un cours-séminaire, des unités obligatoires et un séminaire d'initiation à la recherche en didactique des mathématiques, des unités facultatives. La durée des deux dispositifs diffère aussi. Le premier se déroule sur un seul semestre avec 9 séances de 2 heures, entrecoupées par deux fois deux semaines de terrain. Le deuxième est annualisé avec 27 séances de une heure trente. Malgré leur ancrage différent, les deux dispositifs se centrent sur un travail d'analyse a priori dont nous développons, dans cet article, surtout la réflexion sur l'étude des variables didactiques. Que ce soit à des fins de pratique professionnelle ou de recherche, la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) est utilisée afin de permettre aux étudiants d'avoir un regard outillé sur les *activités* mathématiques qu'ils vont observer ou réaliser en classe. Le cours-séminaire obligatoire est donné en troisième année de formation. Le séminaire d'initiation à la recherche peut, quant à lui, être suivi au cours de la deuxième ou de la troisième année de formation selon les choix opérés par les étudiants. Ainsi, il est impossible d'affirmer lequel est premier par rapport à l'autre. Dans le cadre du cours-séminaire obligatoire, les étudiants doivent se rendre dans des classes par dyades afin de mettre en œuvre une séquence

[5] Comme le mentionnent Cherix *et al.* (2011) « l'appellation « temps de terrain » différenciée de l'intitulé « stage » est là pour signifier un moment de formation articulé totalement avec les cours suivis [à l'Université] » (p. 5).

planifiée de quatre séances de 45 minutes. Dans le séminaire de recherche facultatif, les étudiants sont confrontés au terrain avec une posture non pas de stagiaire, mais de chercheur. Il y a, dans ce cas, absence de mise en œuvre d'activités en classe par les étudiants, mais uniquement une démarche d'observation. Le travail d'analyse a priori proposé dans les deux contextes est différent : l'un ayant pour fonction de préparer les étudiants à leur temps de terrain (cours-séminaire obligatoire) et l'autre de les engager dans une démarche compréhensive et critique d'un déroulement de séance mené par autrui (séminaire d'initiation à la recherche). L'analyse a posteriori est proposée dans les deux cas non pas dans l'idée d'évaluer ce qui s'est passé, mais d'analyser didactiquement le déroulement d'une ou plusieurs séances.

## 3. Résultats

Dans cette partie nous présentons deux études de cas. Comme mentionné plus haut, la formation actuelle proposée à l'Université de Genève met l'accent sur les théories et concepts de la didactique des mathématiques. Dans ce qui suit, nous présentons brièvement les choix de formation avec leurs limites en faisant émerger les difficultés rencontrées par les étudiants, difficultés qui questionnent les formateurs universitaires. Comme annoncé précédemment, nous choisissons de nous focaliser sur l'étude des variables didactiques. Cette dernière semble en effet poser des difficultés aux étudiants de manière récurrente. Nous débutons la présentation de nos résultats dans le contexte du cours-séminaire obligatoire, puis du séminaire d'initiation à la recherche facultatif.

### *3.1. Cours-séminaire obligatoire*

Ce cours-séminaire se déroule en alternance à l'université avec des temps de terrain. Il est demandé aux étudiants de planifier les temps de terrain, puis de mettre en œuvre en classe la séquence planifiée et pour finir d'analyser a posteriori son déroulement. Pour ce faire, un canevas est fourni aux étudiants comprenant pour l'analyse a priori, 1) une description de chaque activité planifiée ainsi que sa résolution par l'étudiant, 2) la définition des objectifs visés, 3) une étude des variables didactiques et de leurs valeurs possibles, 4) une étude des stratégies (de base, visée, experte) et pour finir 5) l'institutionnalisation envisagée. Ce canevas est rempli par les étudiants et correspond à la première partie d'un dossier à rendre pour l'évaluation du cours-séminaire. Ces différents points peuvent être enrichis par des apports tels que les prérequis pour entrer dans l'activité, les rétroactions du milieu, le type de correction imaginé, etc. Afin de préparer au mieux les étudiants à leur temps de terrain, le travail proposé en cours-séminaire comprend un très léger « rafraichissement » des contenus mathématiques étudiés à l'école primaire, mais surtout nous outillons les étudiants en leur présentant les théories et concepts didactiques et nous mettons diverses ressources « officielles » à leur disposition afin qu'ils se les approprient (moyens d'enseignement officiels, Plan d'Études Romand et directives officielles). A ce stade, nous constatons une prépondérance, dans notre dispositif, des apports didactiques par rapport au temps de terrain. Ceci implique, dans le contexte de notre formation, une supériorité de situations « fictives » sur celles effectives. Dès lors, nous imputons les failles observées, dans notre dispositif, à ce déséquilibre. Ce dernier point explique la révision que nous menons actuellement par rapport au dispositif de formation dont nous proposons un aperçu dans la suite de cet article. Au fil des années, ce qui s'avère poser réellement problème chez les étudiants concerne le lien à faire, pour une activité donnée, entre la définition d'un objectif, le jeu sur les valeurs des variables didactiques et au final l'influence sur les stratégies possibles des élèves.

Ci-dessous, nous développons l'un des exemples proposés en formation ayant pour objectif d'illustrer, auprès des étudiants, l'intérêt d'une étude des variables didactiques et de leurs valeurs afin d'agir sur les stratégies possibles des élèves. Il s'agit d'une activité issue des moyens d'enseignement suisses romands *Maison de pailles* (voir les détails en annexe 1), destinée à des élèves de première et deuxième années primaire âgés de 4 à 6 ans. Pour cette activité, un modèle de maison est montré aux élèves ; la consigne est de faire la même maison que ce modèle avec des pailles[6]. Le thème travaillé avec cette activité est « grandeurs et mesures » même si des contenus en lien avec « espace » sont requis.

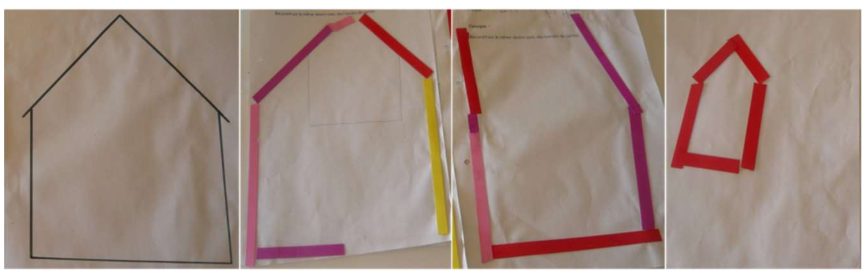


**Figure 4 : Modèle de maison à reproduire et trois productions d'élèves**

L'objectif pour l'élève étant de reproduire la même maison à l'aide de pailles (ou bandelettes), une des variables didactiques importantes consiste en la possibilité ou non de rapprocher les bandelettes des élèves du modèle de la maison. Dans le premier cas, un rapprochement des objets est possible et permet de procéder par comparaison directe. Dans le second cas, l'élève doit mettre en œuvre une stratégie plus élaborée de report de longueur (Piaget et Inhelder, 1947) en utilisant soit un objet intermédiaire plus long sur lequel il fera une marque afin d'effectuer la comparaison, soit un objet intermédiaire plus petit comme unité de mesure non conventionnelle. Le choix des valeurs de cette variable didactique va ainsi avoir une influence directe sur les stratégies qui pourront (ou non) émerger chez les élèves et donc sur l'objectif visé par l'activité. D'autres variables didactiques sont également identifiables et travaillées avec les étudiants : (1) type de maison modèle (rectiligne, courbe), (2) matériel à disposition pour reconstruire la maison (bandelettes toutes de mêmes longueur, bandelettes prédécoupées de plusieurs longueurs), (3) emplacement du modèle par rapport aux élèves (éloigné ou non, à la vue des élèves ou non), (4) matériel à disposition comme objet intermédiaire entre les bandelettes et le modèle (ficelle, règle, …), (5)

[6] Pour des raisons pratiques liées au collage, nous utilisons de manière privilégiée des bandelettes de papier plutôt que des pailles.

support pour reproduire le modèle (feuille de papier blanche ou quadrillée), (6) nombre d'essais possibles, etc…

Nous recueillons au minimum 80 dossiers d'étudiants liés à ce cours-séminaire par année. Nous avons donc de nombreux exemples permettant de mettre en évidence les difficultés des étudiants relatives à l'étude des variables didactiques. Deux problématiques émergent : l'une ayant trait à la définition même de variable didactique, l'autre ayant trait à leur emploi, par les étudiants, dans le cadre de leur temps de terrain. Concernant la première, elle donne lieu à des commentaires d'étudiants de type :

- « Les moyens d'enseignement officiels ne proposent pas de variables didactiques pour cette activité » ;
- « Les variables didactiques présentes dans cette activité se présenteront en fonction des réponses des élèves » ;
- « Les variables didactiques ne sont pas présentes dans cette séance. Cependant, elles pourront intervenir au cours de l'activité en cas de difficultés majeures rencontrées par les élèves » ;
- « On ne peut pas apporter de variable sur cette activité étant donné que c'est l'élève qui créé son modèle ».

Hormis ces quelques cas qui ne sont pas nombreux, un constat inquiétant persiste et constitue notre seconde et principale problématique. Les étudiants ne semblent pas en mesure de tirer profit de l'analyse a priori des activités, réalisée en contexte de formation, dans le cadre de leur temps de terrain. Cela se perçoit notamment au travers des échanges durant les cours-séminaires, mais également dans les productions écrites des étudiants au retour des temps de terrain. Ainsi, il est fréquent que, dans l'analyse a posteriori rédigée par les étudiants, disparaisse toute référence à l'analyse a priori (même lorsqu'elle pourrait être utilisée de manière évidente pour expliquer des faits survenus en classe). Le rapport ressemble alors davantage à un bilan général qui se base essentiellement sur des impressions. Les exemples ci-dessous concernent un grand nombre d'étudiants qui choisit quasi automatiquement comme variable didactique, « l'organisation sociale ». Nous pointons dans ce qui suit quelques arguments justifiant leur choix :

- « Les concepteurs préconisent de faire cette activité individuellement. Cependant, nous pensons que cette tâche sera trop complexe […] ainsi, nous jugeons préférable de […] jumeler [les enfants] » ;
- « Changer le nombre d'élèves par groupe pour augmenter ou diminuer la difficulté de la tâche » ;
- « Nous avons décidé de changer des variables didactiques de l'activité proposée […]. En effet, nous avons choisi de séparer la classe en trois groupes distincts. Ces trois groupes auront chacun un objet de référence différent. Le premier groupe recevra une chaussure de taille 37, le deuxième une flûte à bec et le troisième une bouteille d'eau d'un litre. Ceci permettra aux élèves de trouver plus facilement des objets, puisqu'il y

aura plus de choix. En effet, nous craignons que la classe ne comporte pas 20 objets comme proposé dans l'activité » ;

- « [Comme variable didactique] l'organisation sociale de l'activité. Si le travail se fait individuellement, il n'y aura pas de confrontation des stratégies. Si le travail se réalise en groupe, il y aura possibilité de conflit sociocognitif et donc de confrontation des stratégies ».

Les deux premiers exemples concernent une préoccupation en termes de complexification/simplification de l'activité. Le troisième est davantage en lien avec des questions de gestion de classe que de didactique. Même si ces justifications sont légitimes, dans la mesure où les étudiants se projettent dans la mise en œuvre de l'activité et où la gestion de classe prend toute son importance, seul le dernier exemple met en relation les valeurs de la variable didactique et les stratégies et se justifie donc au niveau de l'étude des variables didactiques. Par contre, la question qui se pose est de savoir si d'autres variables plus pertinentes n'auraient pas pu être identifiées en priorité ?

Comme deux des exemples précédents le pointent, il est aussi fréquent de rencontrer des arguments sur le choix des variables non pas en termes d'impact sur les stratégies possibles, mais plutôt en termes d'influence sur la complexité de l'activité.

- « Selon le nombre de pièces utilisées par l'élève, l'activité prendra plus ou moins de temps et se révélera plus ou moins complexe. Afin de simplifier ou de complexifier l'activité, l'enseignant peut imposer un nombre de pièces à utiliser ».

Comme le démontre ces quelques exemples, les étudiants parviennent à identifier certaines variables didactiques, mais peinent à justifier en quoi les différentes valeurs possibles vont avoir un impact sur les stratégies des élèves. Leur difficulté provient probablement du fait qu'ils ne choisissent pas toujours des variables pertinentes par rapport à l'activité spécifique qu'ils analysent, mais une variable déjà évoquée en séminaire (pertinente dans une autre situation). De plus, les étudiants ne sont pas toujours en mesure d'envisager différentes stratégies. Il est fréquent que la stratégie décrite par les étudiants corresponde à leur propre procédure peut-être parce que mathématiquement ils n'ont pas assez de connaissances pour en envisager d'autres.

A ce stade, nous constatons que les étudiants ne parviennent pas à effectuer une étude des variables didactiques telle que souhaitée par les formateurs universitaires. Ce qui nous interroge alors, est la probabilité que ces connaissances théoriques (déjà fragiles) soient inutiles sur le terrain. Comment alors modifier le dispositif actuel en vue d'aider concrètement les étudiants à mieux se préparer à leur future profession ? Nous proposons de discuter ces résultats dans une partie ultérieure. Tout d'abord, nous présentons les résultats concernant notre seconde étude de cas, à savoir, le séminaire facultatif d'initiation à la recherche.

### *3.2. Séminaire d'initiation à la recherche facultatif*

Les étudiants en formation en enseignement primaire doivent choisir un séminaire d'initiation à la recherche dans une thématique liée aux sciences de l'éducation. Le séminaire de recherche en didactique des mathématiques fait partie de ces choix. Il est orienté sur l'analyse de situations de classes à partir d'activités issues des moyens d'enseignement de mathématiques et n'est pas articulé avec les temps de terrain. Afin d'être en accord avec les conceptions de l'apprentissage et choix didactiques des auteurs des moyens d'enseignement, ce séminaire se positionne dans le cadre de la TSD. Son ambition est de sensibiliser les étudiants aux théories et outils didactiques et de susciter des réflexions en lien avec l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Les savoirs mathématiques à enseigner visés dans ce séminaire sont liés à la résolution de problèmes, thématique présente dans les moyens d'enseignement pour les élèves de 6 à 10 ans. Le travail de recherche des étudiants se rapproche de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) dans le sens où ils travaillent sur une activité en passant par les 3 étapes suivantes : analyse a priori, observation de son déroulement dans une classe où l'enseignante est volontaire pour réaliser l'activité, puis analyse a posteriori. La principale distinction entre le dispositif proposé et l'ingénierie didactique est que l'activité travaillée provient des ressources officielles et qu'elle n'est pas conçue par les étudiants. Bien que ce séminaire ne soit pas articulé avec des temps de terrain, ce dispositif de recherche permet, par l'observation en classe, d'introduire une réelle problématique de classe. Ce séminaire doit motiver les questions suivantes : Quels enseignements et apprentissages sont envisageables autour de la résolution de problèmes en mathématiques ? Comment mettre en œuvre un « problème pour chercher » en classe ? Qu'est-ce que les élèves apprennent au cours de la résolution de problèmes mathématiques ? Que doivent-ils retenir ?

Afin que les étudiants acquièrent cette position réflexive et problématisent ces questions, nous incorporons de l'action au sens de la didactique professionnelle et des analyses de pratiques effectives (Robert, 2004). Toutes les *activités* travaillées au cours du séminaire (activités observées et activités d'entrainement) sont tout d'abord résolues par les étudiants. Ce premier investissement dans l'activité permet d'identifier les connaissances mathématiques liées à la résolution de la tâche. Ces connaissances mathématiques identifiées sont ensuite enrichies par des apports théoriques mathématiques (liés à la démarche scientifique) et didactiques (liés à la TSD). En parallèle à cette réflexion sur les connaissances mathématiques à enseigner, les étudiants analysent des productions d'élèves ou des pratiques effectives à partir de transcriptions. Deux analyses sont traitées en parallèle, une analyse mathématique et une analyse didactique. Des liens entre les deux sont faits à l'aide des éléments théoriques didactiques en particulier les concepts de situation fondamentale et de milieu, l'étude des situations didactiques et a-didactiques, l'influence des variables didactiques sur la hiérarchie des stratégies. Ces choix didactiques du dispositif de formation doivent permettre aux étudiants d'acquérir une capacité d'analyse des activités proposées, en particulier pour les situations de type « problème pour chercher ».

Dans cet article, nous nous centrons uniquement sur l'analyse a priori que les étudiants réalisent de *l'activité* qu'ils observeront en classe. Lorsqu'ils analysent cette *activité*, il est attendu d'eux qu'ils se questionnent sur les objectifs et stratégies de résolution précisés par les auteurs, et ceux qui sont envisageables si l'on modifie les valeurs des variables didactiques. Nous présentons ici un exemple qui se réfère à *l'activité* « Encore des jetons » des moyens d'enseignement romands pour les élèves de 4-6 ans. Cette *activité* est présentée comme une introduction au concept de nombre. Les élèves doivent aller chercher *juste ce qu'il faut de jetons* dans une boite, située dans un coin de la classe, pour remplir complètement une bande déjà partiellement recouverte de jetons (Figure 5 : Bandes de jetons à remplir) et disposée dans un autre coin de la classe.

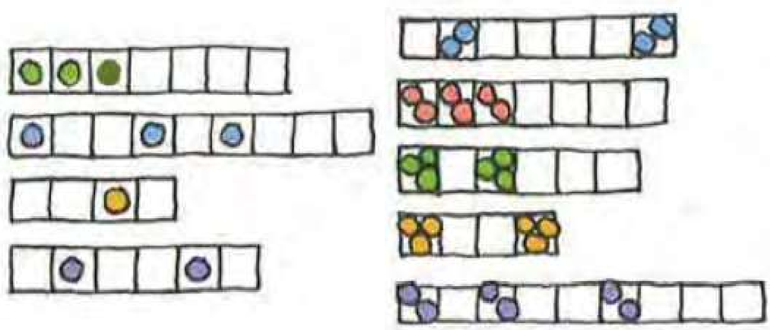


**Figure 5 : Bandes de jetons à remplir de l'activité « encore des jetons »**

Les variables didactiques comme (1) le nombre de jetons à aller chercher, (2) la distance entre la boite et la bande ou (3) la disposition des jetons sur la bande, sont étudiées et les liens sont établis avec les connaissances mobilisées par les élèves au cours de la résolution de l'activité. En parallèle des études des variables didactiques à partir d'exemples *d'activités* proposés en séminaire, les étudiants doivent rédiger une analyse a priori individuelle d'une *activité* qu'ils ont choisie d'observer en classe. Pour les aider un canevas leur est proposé.

Suite à l'analyse de *l'activité*, les étudiants se rendent en classe afin d'observer sa mise en œuvre par l'enseignant titulaire de la classe. Ce statut d'observateur leur permet d'analyser plus librement les actions de l'enseignant et de prendre du recul pour effectuer l'analyse a posteriori. A travers cette analyse a posteriori, nous souhaitons que les étudiants se détachent de la simple narration pour entrer dans une analyse des faits observés s'appuyant sur les éléments de l'analyse a priori et en particulier sur leur choix de valeurs des variables didactiques.

Ce dispositif ne cesse d'évoluer au fil des années afin de s'adapter aux difficultés observées chez les étudiants. À ce jour, il n'est toujours pas optimal. Nous présentons ici quelques-uns des propos des étudiants qui démontrent que les connaissances didactiques visées ne sont pas toujours mobilisées. Les exemples présentés dans cette partie proviennent de travaux d'étudiants ayant choisi de travailler sur l'activité *Encore des jetons*. Dans ce premier exemple, un binôme d'étudiants présente, entre autres, les deux variables suivantes :

> « La longueur de la bande : Durant cette activité, les bandes peuvent être de longueurs différentes, allant de petits modèles (en centimètres) qui peuvent se trouver sur un bureau d'élève, par exemple, à des bandes plus grandes (dites à échelle « humaine »). Il est préférable de commencer avec une bande courte afin de voir le niveau des élèves. »

> « Taille de la bande : En fonction du lieu de l'activité, la taille de la bande peut varier. Si l'on travaille à l'intérieur, la bande sera d'une taille dite « normale », car mesurée en centimètres. Alors que si l'on travaille hors du cadre scolaire, par exemple, dans le préau ou dans une salle de gymnastique, la dimension spatiale change, et, par conséquent, la taille de la bande aussi. L'activité se déroulerait à « échelle humaine », et il faudrait adapter la bande à l'environnement. »

De ce premier exemple, on peut tout d'abord remarquer que les variables didactiques sont présentées ainsi que leurs valeurs, mais les effets de ces valeurs sur les apprentissages ne sont pas clairement indiqués. Ensuite il est difficile de distinguer quelle est la spécificité de chaque variable, chacune renvoyant à la dimension de la bande. Enfin, pour la deuxième variable citée, il semblerait que le choix de la taille de la bande ne soit pas à disposition de l'enseignant mais soit une conséquence du lieu dans lequel se déroule *l'activité*. Dans la version corrigée de leur travail, les étudiants démontrent une évolution de leur analyse en associant leur variable didactique à une stratégie et une connaissance :

> « Dimension de la bande : durant cette activité, les bandes peuvent avoir des dimensions différentes, allant de petits modèles, en centimètres, qui peuvent se trouver sur un bureau d'élève par exemple, à des bandes plus grandes, dites à échelle « humaine », donc plutôt mesurées en mètres. La dimension de la bande changera la perception de l'élève. Selon la taille, l'élève pourra avoir une perception globale de la bande si elle est « petite », ou non si elle est à plus grande échelle. Si l'élève peut utiliser la perception globale, il peut estimer le nombre d'objets manquants. S'il ne peut pas, il devra considérer chaque case de la bande individuellement. Cela change la difficulté de l'activité et aussi la manière de dénombrer les objets. »

Le deuxième exemple ci-dessous, toujours sur la même activité, illustre l'importance des préoccupations organisationnelles des étudiants lors de la préparation d'une séance :

> « La taille de la bande : cette variable influe sur la difficulté de l'activité. Si la bande est trop petite, les élèves pourront ne pas réussir à placer le ou les jetons sur chaque case. A contrario, si celle-ci est trop grande, les élèves ne parviendront pas à avoir une vue d'ensemble de leur bande. »

Il s'agit ici d'une préoccupation en lien avec le matériel, qui se focalise sur l'aspect pratique sans prendre en considération les connaissances en lien avec le dénombrement et l'entrée dans le concept de nombre que les élèves vont pouvoir ou non mobiliser. Les étudiants se projettent souvent dans la classe en imaginant un dispositif matériel et organisationnel avant de se questionner sur les concepts mathématiques qui seront abordés au cours de l'activité. Il est difficile pour les étudiants de se focaliser sur les apprentissages mathématiques des élèves avant de s'interroger sur les contraintes matérielles. Nous présentons, dans la partie suivante, des pistes d'évolution de ce dispositif de formation.

## 4. Discussion des résultats : deux pistes pour deux études de cas

Au regard du cadrage théorique (TSD et didactique professionnelle) et de nos résultats, plusieurs pistes d'action s'offrent à nous pour repenser les dispositifs actuels qui montrent certaines limites. Comme indiqué en partie introductive, nous pouvons, en formation initiale, mettre l'accent sur les connaissances didactiques (choix actuel), les connaissances mathématiques (en comblant un manque éventuel) ou favoriser l'articulation théorie – pratique. Concernant le dernier point, la didactique des mathématiques ainsi que la didactique professionnelle proposent des pistes proches, à savoir :

- Robert (2004) propose de partir des expériences sur le terrain « comme moment propice à la confrontation théorie/pratique, permettant de pointer la théorie avec plus de sens » (p. 25)
- La didactique professionnelle (Pastré, 2011) insiste sur le fait que l'action est première et que la connaissance est subordonnée au « faire », bien que souvent mobilisée.

Partant de ces différents constats, nous développons ci-dessous les pistes éprouvées actuellement et les raisons de nos choix. La première piste est mise à l'épreuve dans le cours-séminaire obligatoire et la seconde dans le séminaire d'initiation à la recherche.

### *4.1. Renforcer les connaissances mathématiques pour mieux entrer dans la réflexion didactique*

La piste investie pour le cours-séminaire obligatoire, et actuellement à l'essai depuis le début du semestre de printemps 2015, est la suivante : un accent fort est mis sur les contenus mathématiques. Ce premier aspect est essentiel, car il se trouve que les étudiants maîtrisent de façon inégale les concepts qu'ils auront à enseigner à l'école primaire[7]. Aussi nous faisons l'hypothèse qu'une meilleure connaissance des concepts mathématiques en jeu leur permettra une meilleure définition des objectifs visés par les tâches proposées. L'étude des variables didactiques devrait alors être plus

[7] Depuis trois ans les étudiants passent un test de connaissances mathématiques lors du premier cours-séminaire du semestre en lien avec les thèmes qui y sont abordés, à savoir « les figures et transformations géométriques », « le repérage dans le plan et dans l'espace », « les grandeurs et mesures » et les « applications ». Ce test tire ses exercices principalement des moyens d'enseignement officiels de l'école primaire suisse romande. Ce contenu doit donc être maîtrisé afin d'être enseigné, ce qui est loin d'être le cas selon l'analyse des tests (voir annexe 2 avec trois items analysés).

aboutie. Une autre décision a été prise : limiter l'étude des variables didactiques à la mise en évidence de LA variable pertinente dans l'activité en lien avec l'objectif visé (plutôt qu'une liste de variables didactiques possibles). Concrètement, ces modifications se traduisent par la réalisation d'une carte conceptuelle[8] (De Bueger-Vander Borght & Lambert, 1994) construite par les groupes d'étudiants réunis selon le thème mathématique qu'ils doivent enseigner durant leur temps de terrain[9]. La carte conceptuelle est déjà utilisée dans d'autres didactiques disciplinaires (géographie, histoire, biologie ou sciences) tant pour la recherche que pour la formation initiale des enseignants. L'intérêt de la carte conceptuelle dans le cadre de la formation initiale des enseignants est de donner l'occasion aux étudiants de mettre en évidence l'ensemble des concepts issus du thème mathématique qu'ils vont aborder en classe. Les cartes conceptuelles permettent également de hiérarchiser ces concepts, de mettre en évidence les liens entre ces concepts et de servir de guide à l'enseignant pour préparer son enseignement. Dans la carte conceptuelle sont également intégrés des aspects didactiques (voir exemples en annexe 3). Ainsi, la carte conceptuelle permet de travailler au moins deux compétences essentielles que doivent mobiliser les futurs enseignants (les contenus mathématiques et la didactique de cette discipline). La modification proposée porte ainsi surtout sur le fait que les connaissances mathématiques des enseignants doivent être suffisamment robustes afin de réaliser des choix didactiques conscients et pertinents. Toutefois, n'est pas prise en compte explicitement, dans ce nouveau dispositif, l'articulation entre les savoirs théoriques et le terrain scolaire. L'hypothèse faite actuellement, probablement naïve, est que cette articulation peut être prise en charge par ce nouveau dispositif sans modification supplémentaire. Une autre modification importante apportée au dispositif de formation consiste en une adaptation et réduction des items du canevas de préparation au terrain que doivent remplir les étudiants. Pour chaque activité choisie, ils doivent dorénavant 1) identifier où elle se situe sur la carte conceptuelle de leur thème 2) définir l'objectif visé 3) développer uniquement la stratégie visée et l'étude des variables didactiques se restreint à la détermination de la variable didactique la plus pertinente pour l'activité choisie.

### *4.2. L'analyse des variables didactiques pour solidifier les connaissances didactiques*

Face aux difficultés récurrentes des étudiants du séminaire d'initiation à la recherche dans l'analyse des variables didactiques, nous avons fait évoluer la structure de notre canevas. Celle-ci permet de traiter des variables didactiques les plus pertinentes, des objectifs d'apprentissage et des connaissances des élèves. Ces trois éléments de réflexion étant articulés à l'aide d'une question de recherche. Suite à l'introduction de ce nouveau canevas, les analyses des variables didactiques effectuées par les étudiants sont plus riches dans le sens où plusieurs valeurs peuvent être proposées. Cependant les liens entre les valeurs des variables didactiques et les connaissances mathématiques investies dans les stratégies ne sont pas toujours explicites. Nous avons alors ajouté

---

[8] Se référer au numéro 5 de Didaskalia (1994) qui portait sur les cartes conceptuelles http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/20012 pour de plus amples informations.

[9] Les groupes peuvent donc être inégaux en nombre selon les thèmes attribués aux étudiants sur leur temps de terrain. Par exemple, le thème « applications » (sur la proportionnalité) n'est enseigné en moyenne que par 4 à 10 étudiants sur 100.

une séance spécifique sur l'analyse d'une *activité* pour les élèves de 6 ans, « La fête de Maric », issue du livre de l'élève des moyens d'enseignement romands : *Maric fait une fête chez lui, il a préparé une liste d'invités et un ensemble de chaises* (annexe 4). L'enjeu est de décider s'il y a juste ce qu'il faut de chaises. Cette activité admet beaucoup de variantes selon les choix des valeurs des variables didactiques : (1) le nombre de chaises et d'invités (moins de 5, entre 10 et 20 ou plus de 50), (2) l'organisation des chaises et des invités (ordonnées ou en désordre), (3) la possibilité de voir les deux collections simultanément ou non. Ces variables didactiques ont des liens directs avec des stratégies spécifiques et, donc, des connaissances et objectifs spécifiques sur les nombres et le dénombrement. Cet ensemble de variantes définit un champ *d'activités* possibles. Ce champ *d'activités* possibles est une visualisation du champ des actions possibles de l'enseignant. Les ressources que l'enseignant doit mobiliser pour effectuer les choix adéquats sont, dès lors, directement liées aux variables didactiques et connaissances associées. Lors de cette séance, les étudiants sont répartis en groupes, avec une variante de *l'activité* initiale par groupe. Chaque groupe résout *l'activité* telle qu'il l'a reçue afin d'identifier d'abord les connaissances mathématiques en jeu. Puis chacun identifie les objectifs possibles ainsi que les stratégies de résolution. Finalement, les groupes échangent sur leurs analyses. Bien qu'elle n'ait été expérimentée que peu de fois, cette situation semble être prometteuse. Les étudiants sont surpris du large spectre de connaissances visées que l'on obtient et ainsi de l'importante marge de manœuvre de l'enseignant. La richesse des variables didactiques comme ressource pour les choix des enseignants apparait. Cette séance signifiante devient facilement une séance de référence sur laquelle les étudiants et les formateurs peuvent s'appuyer tout au long de l'année. La prise de conscience du lien entre les valeurs des variables didactiques, les stratégies de résolution et les objectifs d'apprentissage n'est pas immédiate ni uniforme chez tous les étudiants. L'analyse a posteriori n'est pas développée ici, mais son intérêt est certain. Certains étudiants ne réalisent les conséquences de leur choix qu'après l'observation de la séance et revoient leur analyse a priori. Il nous semble que ces différentes adaptations du séminaire de recherche permettent aux étudiants de mieux saisir l'impact des choix des variables didactiques sur les stratégies et objectifs d'apprentissage. Il nous semble aussi qu'elles leur permettent de se détacher des problématiques organisationnelles de la classe.

## Conclusion

Cet article met en évidence, dès son introduction, la spécificité des moyens d'enseignement romands qui implique des choix de la part des enseignants quant à leur utilisation. Ces choix doivent s'appuyer sur des connaissances mathématiques et didactiques des concepts enseignés. Dès lors, les dispositifs de formation proposés doivent prendre en compte ces aspects afin de préparer au mieux les étudiants à leur future profession. Étant donné les conceptions socioconstructivistes de la ressource et la forte représentation des situations-problèmes, la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) semble être un outil privilégié pour la formation initiale des enseignants à Genève. Dans cet article, nous mettons l'accent sur la notion de variable didactique et la difficulté qu'éprouvent les étudiants à s'en emparer et surtout à en saisir l'utilité en vue de leur future pratique ou d'une compréhension réfléchie de la pratique d'autrui.

L'analyse des travaux des étudiants, au sein des deux études de cas présentées, démontre la difficulté d'articuler, pour une activité choisie, l'analyse des variables didactiques et leurs valeurs avec les stratégies possibles des élèves d'une part, et les connaissances mathématiques visées d'autre part. Malgré des constats identiques, les régulations proposées au sein des deux cours diffèrent et ne nous donnent pas entière satisfaction. Ces régulations sont dépendantes des particularités de chacun des deux cours : le fait qu'il y ait pour les étudiants un temps de terrain ou non (impliquant pour le premier une intervention et pour le second une observation), le facteur temps (réflexion qui s'étale sur un seul semestre ou sur l'année) et le nombre d'activités dans lesquelles les étudiants doivent s'investir (plusieurs pour l'un et une seule pour l'autre). Ainsi, dans le cours-séminaire obligatoire, la régulation à l'essai actuellement propose un renforcement des connaissances des concepts mathématiques du primaire avec la mise en place de cartes conceptuelles. Une autre modification majeure concerne la simplification du canevas avec notamment le retrait de l'étude des variables didactiques. Dans le cadre du séminaire d'initiation à la recherche facultatif, deux régulations sont présentées : l'une tend à rendre plus explicite les relations entre valeurs de variables didactiques et objectifs d'apprentissage à travers un canevas proposant une structure guidée et l'explicitation d'une question de recherche ; l'autre concerne l'étude d'un champ *d'activités* possibles à partir d'un énoncé, champ *d'activités* obtenu par l'étude des variables didactiques et de leurs valeurs. Ces adaptations visent la construction de liens par les étudiants entre les variables didactiques, les objectifs d'apprentissage et les stratégies. Ces récentes évolutions doivent encore être mises à l'épreuve auprès des étudiants. A ce stade, les apports de la didactique professionnelle (où l'action est au centre), semblent prometteurs et ne demandent qu'à être exploités pleinement dans nos dispositifs, car nous faisons l'hypothèse que les variables didactiques ou les connaissances mathématiques sont bien des ressources que les enseignants peuvent mettre en œuvre dans leurs actions. C'est pour cette raison que nous poursuivons ces aspects en formation.

## Références bibliographiques

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherche en didactique des mathématiques*, *9*(3), 281-308.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Cherix, P.-A., Conne, S., François, D., Daina, A., Dorier, J.-L., & Flückiger, A. (2011). Quand un prof rencontre un autre prof… pour faire des mathématiques. *Recherches en didactiques*. *Les cahiers Théodile*, 12, 7-45.

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat, Université de Genève.

Daina, A. (2013). *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques - cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois.* Thèse de doctorat, Université de Genève.

De Bueger-Vander Borght, C. & Lambert, J. (1994). Des représentations spatiales de concepts : pour quoi faire ? *Didaskalia, 5*, 73-89.

Del Notaro, C. (2015). Suivre le fil de la pensée des élèves ...*Math-Ecole*, *224*, 8-10.

Dorier, J.-L. & Maréchal, C. (2008). Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition. *Grand N*, 82, 69-89.

Marr, B. & Hagston, J. (2007). *Thinking Beyond Numbers: Learning Numeracy for the Future Workplace.* Adelaide (Australie): National Centre for Vocational Education Research (NCVER).

Masselot, P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'Ecole (une étude de cas)*. Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Noss, R., Hoyles, C & Pozzi, S. (2003). Working Knowledge : Mathematics in use. In A. Bessot & J. Ridgway (Eds.), *Education for Mathematics in the Workplace,* (p. 17-35). Dordrecht (Netherlands) : Kluger Academics Publishers.

Pastré, P. (2011). La didactique professionnelle - Un point de vue sur la formation et la professionnalisation. *Education Sciences & Société*, 2(1), 83-95.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1947). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris : PUF.

Rabardel, P. (2007). Principes pour la constitution d'une didactique professionnelle. Dans M. Merri (Coord.), *Activité humaine et conceptualisation. Questions à Gérard Vergnaud* (p. 87-90). Toulouse : Presses Universitaires du Mirail.

Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse en didactique des mathématiques, Université Joseph Fournier – Grenoble I.

Robert, A. (2004). Que cherchons-nous à comprendre dans les pratiques des enseignants ? Quelles analyses menons-nous ? Dans M.-P. Peltier-Barbier (Ed.), *Dur Dur d'enseigner en ZEP* (p. 15-32). Grenoble : La pensée sauvage édition.

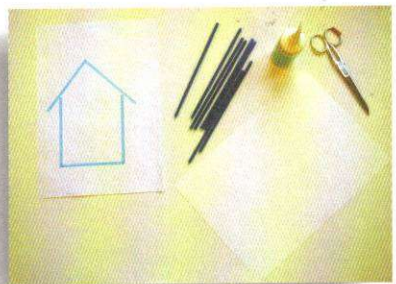
Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2*(4), 505-528.

Vergnes-Arotça, D. (2000). *Analyse des effets d'un stage de formation continue en géométrie sur les pratiques d'enseignants de l'école primaire*. Thèse de doctorat, Université Paris 5.

## Annexe I – Cours-séminaire obligatoire – activité Maison de paille

# Maison de pailles

Référence : les mesures de Sally Hewitt, edition : Epigone/pilote



A3 E2

**DOMAINE**
Mesure
Formes géométriques

**CONTENU**
Longueurs,
Lignes, surfaces

**COMPÉTENCE**
Reproduire une grandeur
Reproduire des formes géométriques

**TÂCHE**
Découper des pailles de même longueur que le modèle et les assembler pour reformer le modèle

**NOMBRE D'ÉLÈVES : 2**

**MATÉRIEL**
De la colle, des ciseaux, des pailles du papier, un dessin formé de traits rectilignes. D'autre part, tout autre matériel que l'élève peut demander (ficelle, règle,..)

**MISE EN ŒUVRE**
L'enseignant donne le dessin, les pailles, la colle et les ciseaux. Il ne montre pas le reste du matériel.

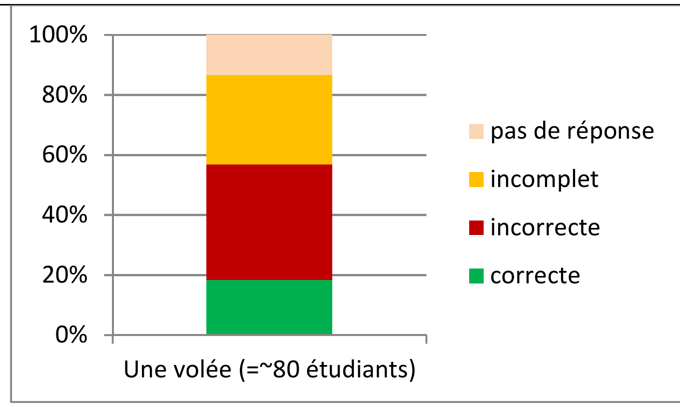
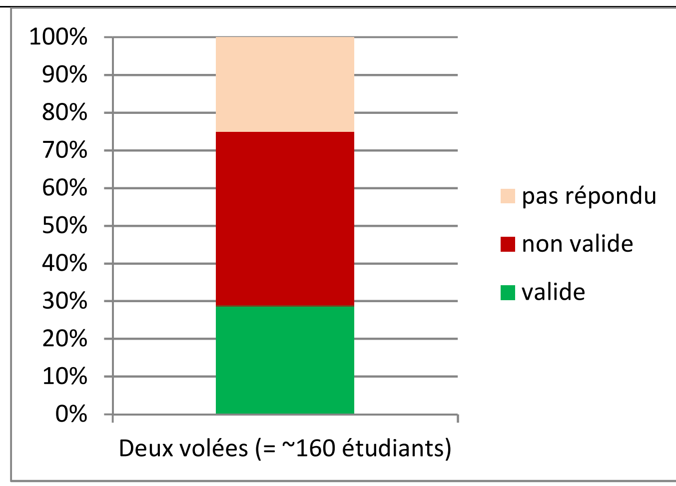
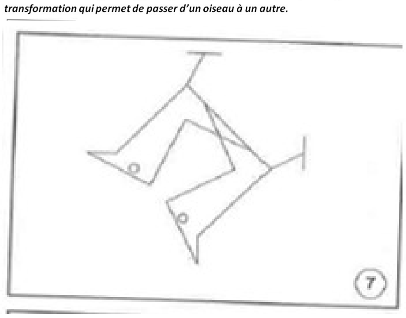
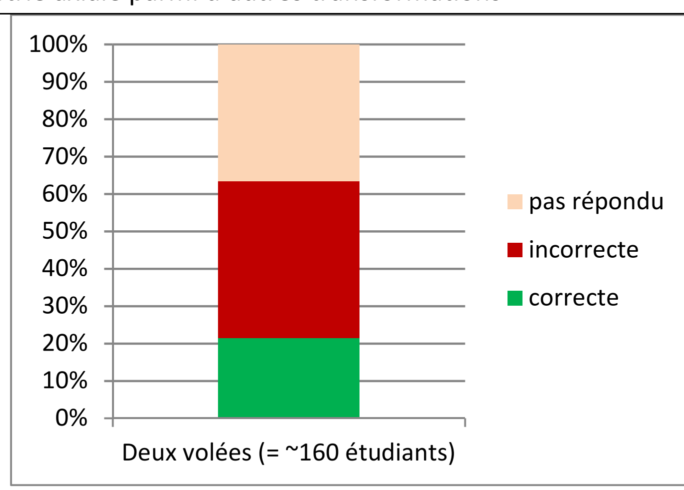
**CONSIGNE**
Reconstruis le même dessin avec des pailles !

**REMARQUE**
Pour certains, on peut éloigner les pailles du modèle de référence.

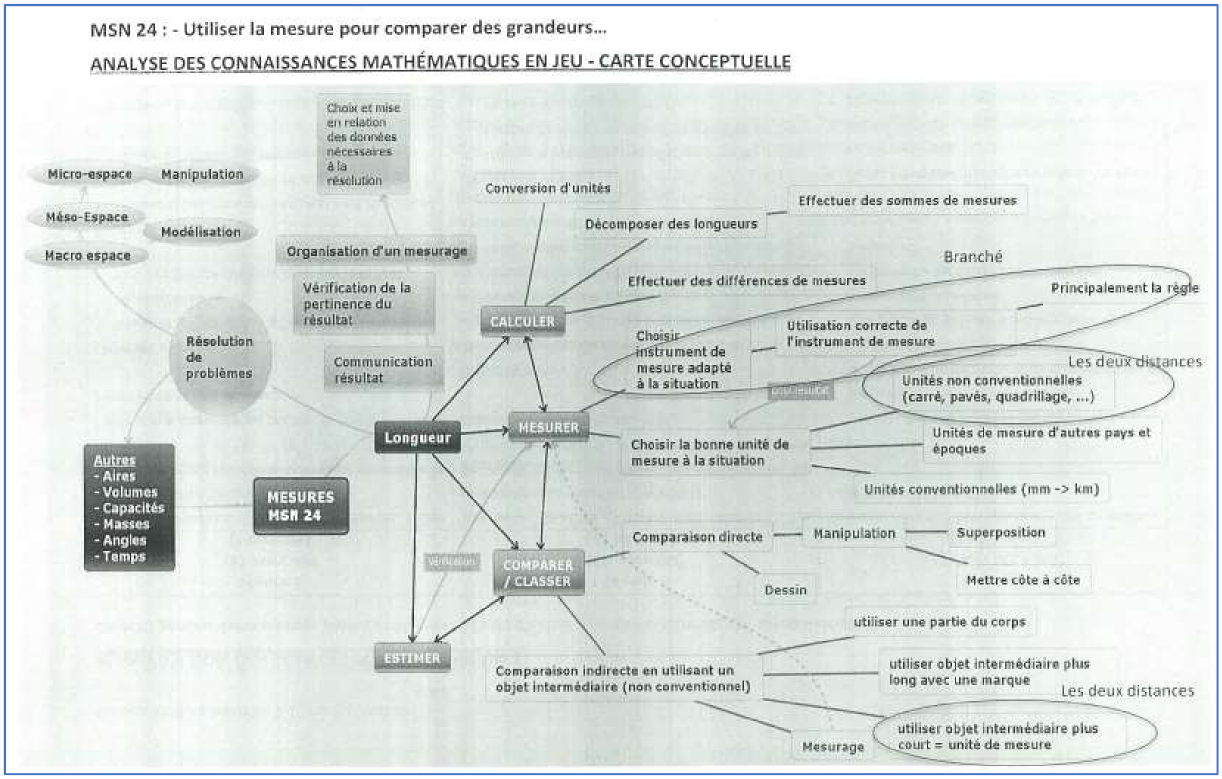
**DÉMARCHES OBSERVÉES**

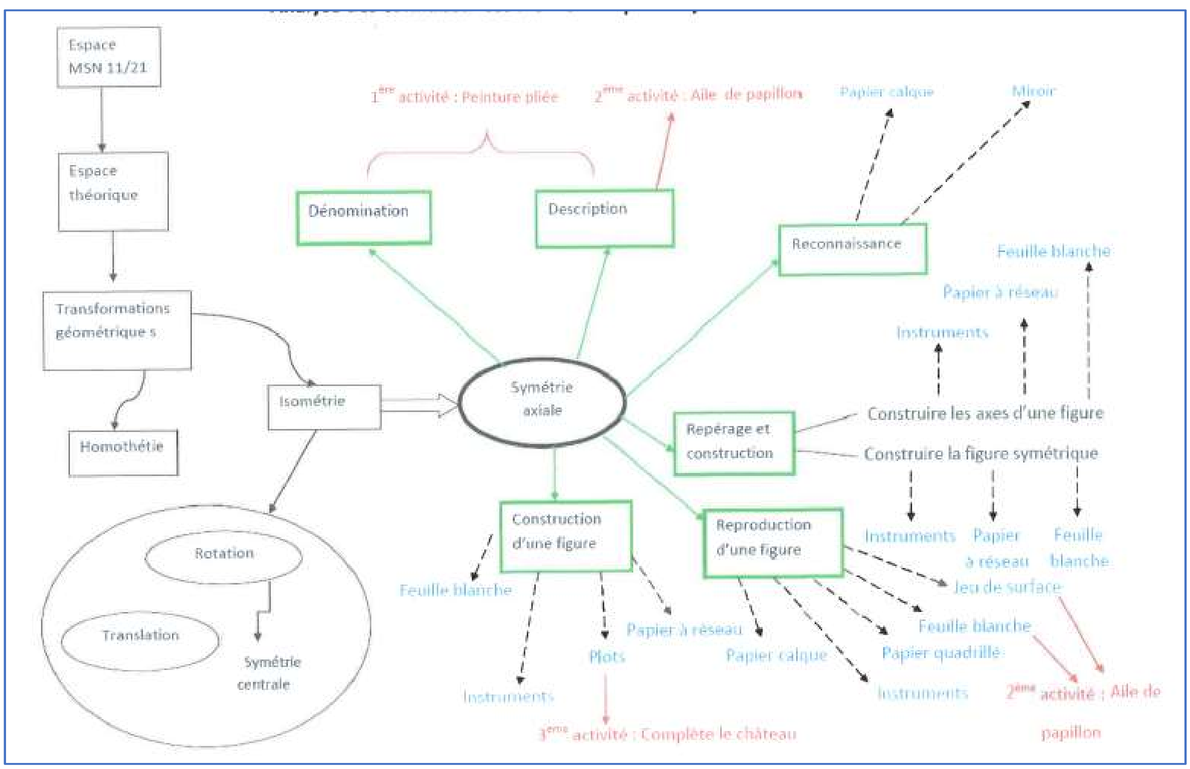
Formes géométriques A
B
C
D
Mesures E
F
G

## Annexe II : résultats de plusieurs volées d'étudiants genevois en formation initiale pour l'enseignement primaire (entre 2013 et 2016).

<table>
<tr><td>Items du test</td><td>Résultats des étudiants</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problème de pourcentages</td></tr>
<tr><td>Problème de pourcentages<br><br>*7.* ***Résoudre ce problème :***<br>(Extrait des moyens d'enseignement COROME 6P, livre de l'élève p. 78, thème 7 - Applications)<br><br><br><br><br>Réponses :<br>Pour 85.- : ____________</td><td><br></td></tr>
<tr><td colspan="2">Construction d'un carré sous contraintes : utilisation uniquement de la règle et du compas</td></tr>
<tr><td>*1.* ***Construction de quadrilatères à la règle et au compas*** *(laissez apparents les traits de construction)*<br><br>Construire un carré dont la diagonale a pour longueur 5 cm.</td><td><br></td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconnaissance d'une symétrie axiale parmi d'autres transformations</td></tr>
<tr><td>Transformations géométriques<br><br>(Extrait de *L'épreuve de mathématiques au concours de professeur des écoles*, M. Fénichel et M. Pauvert, Armand Colin)<br><br>*2.* ***Pour chacun des couples de figures (de 1 à 8) et quand cela est possible, caractériser la transformation qui permet de passer d'un oiseau à un autre.***<br><br><br></td><td><br></td></tr>
</table>

## Annexe 3 : Exemples de cartes conceptuelles

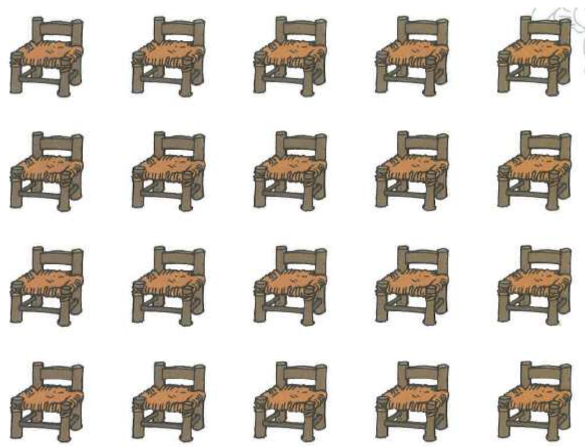


## Annexe 4 : Séminaire -recherche – énoncé de l'activité La fête chez Maric

**La fête chez Maric !**

Maric a préparé des chaises pour ses invités et pour lui.



Udéric dit : il y a deux chaises de trop !

Hilda dit : il y a juste ce qu'il faut de chaises, pas plus pas moins.

Maric dit : il n'y a pas assez de chaises, il en manque une !

Qui a raison ?

**La fête chez Maric !**

Voici tous les participants à la fête.

Hilda et ses copines.

Maric et ses copains